Propiedades de la luz

1. Estimar el tiempo que requiere la luz para recorrer el camino total en el experimento de Galileo para la determinación de la velocidad de luz.
El tiempo corresponderá al tiempo empleado la luz en recorrer aproximadamente 6 km, que corresponde con la ida y la vuelta de la distancia de separación de 3 km entre las dos personas. Este tiempo es muy fácil de calcular:

$$\Delta t = \frac{D}{c} = \frac{6 \text{ km}}{2{,}998 \times 10^8 \text{ m/s}} = \boxed{20{,}0\ \mu\text{s}}$$

2. El método de Ole Römel para medir la velocidad de la luz requiere una predicción precisa del instante en el que se observa un eclipse de la luna 10 de Júpiter (Io). Suponiendo que un eclipse tiene lugar el 1 de junio, a media noche, cuando la Tierra se encuentra en una posición *A* (posición más cercana a Júpiter, mientras que el Sol está en línea), predígase cuando se observará un eclipse de Io un cuarto de año después en la posición *B*, suponiendo (*a*) que la velocidad dela luz es infinita y (*b*) que la velocidad dela luz es el valor que se conoce actualmente de $2{,}998 \times 10^8$ m/s.
Utilizando el periodo del movimiento de Io y el tiempo que tarda la Tierra en pasar de A a B, se puede encontrar el número de eclipses durante ese tiempo. Esta información se puede usar para encontrar el número de días antes del correspondiente eclipse nocturno. Durante las 42.5 h entre los eclipses de la luna de Júpiter, la tierra se mueve a lo largo de la trayectoria de A hasta B, aumentado un poco la distancia entre la Tierra y Júpiter. Al pasar de A a B se habrá observado un determinado número de eclipses de Io y la distancia de la Tierra con Júpiter aumenta aproximadamente en la distancia entre el Sol y la Tierra, ya que durante un cuarto de año terrestre, Júpiter apenas se ha movido en su órbita. Al hacerse el camino de la luz más grande se incurre en un retardo en la observación del eclipse, debido a la velocidad finita de la luz.
(a) En este primer apartado se supondrá la velocidad de la luz instantánea, de forma que el tiempo de observación entre eclipses de Io es siempre el mismo e igual a 42,5 h.

El tiempo que tarda la Tierra en pasar del punto A al punto B es igual a un cuarto de año:

$$t_{A\to B} = \frac{T_T}{4} = \frac{365{,}24 \text{ días}}{4} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{días}} = 2191 \text{ h}$$

Como los eclipses de Io se repiten cada 42,5 h, durante este tiempo se habrán realizado un número N de eclipses, donde N se puede calcular como:

$$N = \frac{t_{A\to B}}{T_{\text{Io}}} = \frac{2191 \text{ h}}{42{,}5 \text{ h}} = 51{,}55$$

Por lo tanto, durante un cuarto de año, se observan 51,55 eclipses de Io. Como se quiere predecir cuando se observará el siguiente eclipse, este corresponde con el eclipse número 52, desde el ocurrido el 1 de junio. El tiempo t_{52} que ha pasado entre el primer eclipse y el número 52 será:

$$t_{52} = NT_{\text{Io}} = 52\left(42{,}5 \text{ h} \times \frac{1 \text{días}}{24 \text{ h}}\right) = 92{,}083 \text{ días}$$

Para encontrar la hora específica a la que se observa, hay que sustraer los 92 días enteros que han transcurridos, de forma que:

$$t = t_{52} - 92 \text{ días} = 0{,}083 \text{ días} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} = 1{,}992 \text{ h} \approx \boxed{2 \text{ am}}$$

El día concreto en el que observará será el primero de septiembre, ya que julio y agosto tienen 31 días.
(b) El retardo temporal se debe a espacio de más que tiene que recorrer la luz en la posición B respecto de la posición A, que se ha visto que es aproximadamente igual al radio de la órbita terrestre. Por tanto el retardo Δt será:

$$\Delta t = \frac{r_T}{c} = \frac{1{,}5 \times 10^{11} \text{ m}}{2{,}998 \times 10^{8} \text{ m/s}} = 500 \text{ s} = 8{,}33 \text{ min}$$

Por tanto el eclipse se observa a las $\boxed{\text{2:08 pm}}$.

3. Si el ángulo incidente es suficientemente pequeño, se puede utilizar la aproximación sen $\boldsymbol{\theta \approx \theta}$ para simplificar la ley de Snell. Calcúlese el ángulo de incidencia que produciría un error del 1 % al introducir esta aproximación, respecto del valor obtenido sin utilizar aproximación. Esta aproximación se utilizará cuando se estudie la formación de imágenes por superficies esféricas

El error relativo $\Delta_r(\theta)$ que se comete al sustituir el seno del ángulo θ por el ángulo es:

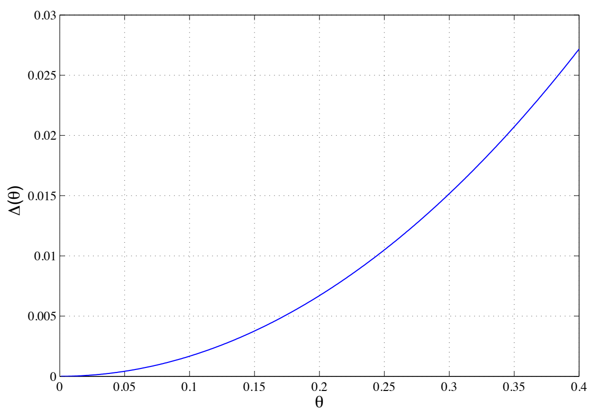
$$\Delta_r(\theta) = \frac{\theta - \operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{\theta}{\operatorname{sen}\theta} - 1$$

Se quiere obtener para qué valor de θ el error sea igual al 1 %, por lo tanto, el ángulo que se busca debe cumplir:

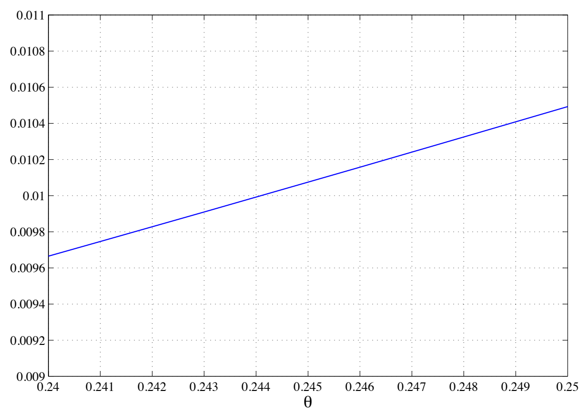
$$\Delta_r(\theta) = \frac{\theta}{\operatorname{sen}\theta} - 1 = 0{,}01$$

$$\frac{\theta}{\operatorname{sen}\theta} - 1 = 0{,}01 \;\Rightarrow\; \frac{\theta}{\operatorname{sen}\theta} = 1{,}01$$

Esta ecuación es una ecuación trascendente, que debe resolverse mediante métodos aproximados, como pueden ser métodos numéricos o gráficos. En las siguientes gráficas se representa $\Delta_r(\theta)$ frente a θ, con dos resoluciones distintas. Se observa gráficamente como para



(a)



(b)

$\theta = 0{,}244$ rad, el error relativo es prácticamente igual a 0,01. El valor concreto del error para $\theta = 0{,}244$ rad se puede obtener sustituyendo y se obtiene $\Delta(0{,}244 \text{ rad}) = 0{,}009992$, por lo que el resultado obtenido mediante la gráfica es muy exacto. Por lo tanto, los ángulos para los que se comete un error de menos del 1 % en la aproximación son:

$$\boxed{\theta < 0{,}244 \text{ rad}}$$