

Inducción magnética

1. Un profesor de física trata de hacer una demostración de la fem. Hace que dos alumnos sostengan un cable largo conectado a un voltímetro. El cable se encuentra flojo, de manera que tiene la forma de un gran arco. Cuando el profesor indica, los alumnos comienzan a hacer girar el cable como si fuera para saltar a la comba. Los alumnos están separados una distancia de 3 m, y la altura del arco que forma el cable al girar es de 1,5 m. (Se puede aproximar la forma del cable como la de media circunferencia de radio 1,5 m.) El voltímetro mide la fem inducida en el cable. (a) Estímese una velocidad máxima razonable con la que los alumnos pueden girar el cable. (b) A partir de esto, estímese la fem máxima inducida en el cable. El campo magnético terrestre tiene un valor aproximado de 0,7 G. (c) ¿Pueden los alumnos rotar el cable con la suficiente velocidad para inducir una fem de 1 V? (d) Sugiérase modificaciones a la demostración que permitan la generación de fem más elevadas.

(a) Es improbable que los alumnos puedan girar el cable más de cinco vueltas en un segundo, por lo que la velocidad angular máxima ω sería:

$$\omega = 5 \frac{\text{rev}}{\text{s}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = \boxed{31,4 \text{ rad/s}}$$

(b) El flujo magnético ϕ_m de una espira de superficie A girando con velocidad angular ω en un campo magnético externo B constante es:

$$\phi_m = AB \cos(\omega t)$$

Según la ley de inducción de Faraday, la fem sería:

$$\mathcal{E}_{\text{inst}} = -\frac{d\phi_m}{dt} = AB\omega \sin(\omega t)$$

que correspondería con la fem instantánea. Para conocer la fem media, hay que promediar la función seno en el tiempo, que da como resultado $\frac{1}{2}$, por lo que se tiene:

$$\mathcal{E}_{\text{med}} = \frac{1}{2} AB\omega$$

Si se toma el área como la de una circunferencia, la fem promedio se expresa finalmente:

$$\mathcal{E}_{\text{med}} = \frac{1}{2} \pi R^2 B\omega$$

Sustituyendo los valores se obtiene:

$$\mathcal{E}_{\text{med}} = \frac{1}{2} \pi (1,5 \text{ m})^2 \left(0,7 \text{ G} \times \frac{1 \text{ T}}{10^4 \text{ G}} \right) (31,4 \text{ rad/s}) = \boxed{7,77 \text{ mV}}$$

(c) Se observa que la fem media es proporcional a la velocidad angular, por lo que para



conseguir una fem de 1 V se necesitaría que el cable girara $\frac{1}{7,77} \approx 130$ veces más rápido, lo que no es posible conseguir en el experimento. Por tanto, no se puede conseguir una fem de 1 V.

(d) Se podría aumentar la fem si el cable se forma mediante un cable más ligero, de una longitud 130 veces superior (390 m en total). El hilo se doblaría 130 veces hasta formar un hilo grueso con el que se repetiría la experiencia. En este caso, sí se conseguiría la fem media de 1 V.

2. Compárese la densidad de energía almacenada en el campo eléctrico terrestre, el cual tiene un valor aproximado de 100 V/m en la superficie terrestre, con la almacenada en el campo magnético, que toma un valor 5×10^{-5} T.

La densidad de energía eléctrica u_e y magnética u_m en el aire o el vacío vienen dadas por:

$$u_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad \text{y} \quad u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

La relación entre las dos densidades de energía queda por lo tanto:

$$\frac{u_m}{u_e} = \frac{\frac{B^2}{2\mu_0}}{\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2} = \frac{B^2}{\mu_0 \epsilon_0 E^2}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\frac{u_m}{u_e} = \frac{(5 \times 10^{-5} \text{ T})^2}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2) (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2) (100 \text{ V/m})^2} = 2,25 \times 10^4$$

o de igual forma:

$$u_m = 2,25 \times 10^4 u_e$$

3. Un rayo de una tormenta transfiere aproximadamente 30 C de carga de las nubes al suelo, en aproximadamente 1 μ s. Estimar el máximo de la fuerza electromotriz inducida por el rayo en una antena de 0,1 m² que se encuentra a una distancia 300 m de donde cae el rayo.

El campo magnético que crea el rayo se puede aproximar por el campo que crea una corriente lineal a una distancia D :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D}$$

donde la intensidad es:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{30 \text{ C}}{10^{-6} \text{ s}} = 3 \times 10^7 \text{ A}$$

por lo que el campo magnético máximo es de:

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2) \times (3 \times 10^7 \text{ A})}{2\pi (3 \times 10^2 \text{ m})} = 2 \times 10^{-2} \text{ T}$$

La fuerza electromotriz \mathcal{E} es la variación de flujo de campo magnético. Si S es la sección de la antena, \mathcal{E} queda:

$$\mathcal{E} = \frac{BS}{t} = \frac{(2 \times 10^{-2} \text{ T})(10^{-1} \text{ m}^2)}{10^{-6} \text{ s}} = \boxed{2 \times 10^3 \text{ V}}$$