Circuitos de corriente alterna

1. La impedancia de motores, transformadores y electroimanes tiene una reactancia inductiva. Supóngase que el ángulo de fase de la impedancia total de una gran planta industrial es de 25º cuando la planta trabaja a su capacidad máxima, usando 2,3 MW de potencia. La potencia se la suministra una subestación que se encuentra a 4,5 km de la planta, la cual suministra un voltaje alterno a 60 Hz, de forma que el voltaje rms en la planta es de 40000 V con una frecuencia de 60 Hz. La resistencia de la línea de transmisión desde la subestación a la planta es de 5,2 Ω. El coste por kW/h es de 0,07 dólares. La planta sólo paga por la energía que usa realmente. (*a*) ¿Cuál es la resistencia y la reactancia inductiva de la planta funcionando a total capacidad? (*b*) ¿Cuál es la corriente en las líneas de potencia y cual debe ser el voltaje rms a la salida de la subestación para mantener el voltaje de 40000 V en la planta? (*c*) ¿Cuánta potencia se pierda en la trasmisión? (*d*) Supóngase que el ángulo de fase de la impedancia de la planta se reduce a 18º añadiendo un banco de condensadores en serie con la carga. ¿Cuánto dinero se ahorraría en el suministro eléctrico durante un mes de trabajo, suponiendo que la planta trabaja a máxima capacidad 16 horas de cada día? (*e*) ¿Cuál debe ser la capacidad del banco de condensadores?

La situación se puede modelar como un generador de corriente alterna, de frecuencia 60 Hz, voltaje de salida desconocido, en serie con una resistencia de $R_{\text{tras}} = 5{,}2\ \Omega$ (la línea de transmisión) y con una impedancia $\mathbf{Z} = R + iX_L$. Se sabe que el voltaje rms en la impedancia es de $V_{\text{rms}} = 40000$ V, el ángulo de la impedancia es $\delta = 25^{\text{o}}$ y la potencia absorbida por la impedancia es de $P_m = 2{,}3$ MW.

(*a*) La potencia absorbida se puede obtener como:

$$P_m = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos\delta \;\Rightarrow\; I_{\text{rms}} = \frac{P_m}{V_{\text{rms}}\cos\delta}$$

mientras que el módulo de la impedancia se puede obtener como:

$$Z = \frac{V_{\text{rms}}}{I_{\text{rms}}}$$

De forma que si se sustituye la expresión de la intensidad rms se obtiene:

$$Z = \frac{V_{\text{rms}}}{\frac{P_m}{V_{\text{rms}}\cos\delta}} = \frac{V_{\text{rms}}^2\cos\delta}{P_m} = \frac{(40\ \text{kV})^2\cos 25^{\text{o}}}{2{,}3\ \text{MW}} = 630\ \Omega$$

La resistencia R y la reactancia X_L se pueden obtener como:

$$R = Z\cos\theta = (630\ \Omega)\cos 25^{\text{o}} = \boxed{571\ \Omega} \text{ y } \; X_L = Z\,\text{sen}\,\theta = (630\ \Omega)\,\text{sen}\,25^{\text{o}} = \boxed{266\ \Omega}$$

(*b*) La intensidad rms en la planta se obtiene sustituyendo:

$$I_{\text{rms}} = \frac{P_m}{V_{\text{rms}}\cos\theta} = \frac{2{,}3\ \text{MW}}{(40\ \text{kV})\cos 25^{\text{o}}} = \boxed{63{,}4\ \text{A}}$$

Como la línea de transmisión y la planta están en serie, la intensidad que circula es la misma, de forma que el voltaje rms en la subestación V_{sub} se puede obtener como:

$$V_{\text{sub}} = I_{\text{rms}} \left(R_{\text{trans}} + Z \right) = (63{,}4 \text{ A}) \left(5{,}2 \ \Omega + 630 \ \Omega \right) = \boxed{40{,}3 \text{ kV}}$$

(c) La potencia perdida en la transmisión P_{trans} es:

$$P_{\text{trans}} = I_{\text{rms}}^2 R_{\text{trans}} = (63{,}4 \text{ A})^2 \left(5{,}2 \ \Omega \right) = \boxed{20{,}9 \text{ kW}}$$

(d) La diferencia de consumo estará en la diferencia en la potencia que se pierde en la transmisión, ya que se supone que la planta consume siempre lo mismo. Así, esta diferencia ΔC será:

$$\Delta C = c \left(P_{25^{\text{o}}} - P_{18^{\text{o}}} \right) \Delta t$$

donde c es el coste por kWh, $P_{25^{\text{o}}}$ la potencia consumida en la transmisión cuando el ángulo es de 25º (ya calculada antes) y $P_{18^{\text{o}}}$ es la potencia consumida en la transmisión cuando el ángulo es de 18º. Se supone que el consumo de la planta sigue siendo el mismo. Por tanto, habrá que calcular la potencia que se pierde en la transmisión cuando el desfase es 18º. Esta potencia se puede obtener a partir de la intensidad rms $I_{18^{\text{o}}}$ que circula como:

$$P_{18^{\text{o}}} = I_{18^{\text{o}}}^2 R_{\text{trans}}$$

Pero se ha visto que la intensidad rms que circula se puede obtener a partir de la potencia absorbida y en voltaje rms en la planta, que son iguales al caso anterior:

$$I_{18^{\text{o}}} = \frac{P_m}{V_{\text{rms}} \cos 18^{\text{o}}} = \frac{2{,}3 \text{ MW}}{(40 \text{ kV}) \cos 18^{\text{o}}} = 60{,}5 \text{ A}$$

La potencia perdida en la transmisión queda:

$$P_{18^{\text{o}}} = (60{,}5 \text{ A})^2 \left(5{,}2 \ \Omega \right) = 19{,}0 \text{ kW}$$

y con esto la diferencia en el gasto queda finalmente:

$$\Delta C = \left(0{,}07 \frac{\text{dolar}}{\text{kWh}} \right) (20{,}9 \text{ kW} - 19{,}0 \text{ kW}) \left(19 \frac{\text{h}}{\text{dia}} \right) \left(\frac{20 \text{ dias}}{\text{mes}} \right) = \boxed{63{,}84 \text{ dolares/mes}}$$

(d) Al añadir un banco de condensadores en serie, la reactancia de la planta pasa a valer:

$$X_{\text{total}} = X_L - X_c$$

Donde X_c es la reactancia del banco de condensadores. Como el ángulo de la impedancia tiene que ser 18º, se tiene:

$$\tan 18^{\text{o}} = \frac{X_L - X_c}{R} \ \Rightarrow \ X_c = X_L - R \tan 18^{\text{o}} = 266 \ \Omega - (571 \Omega) \tan 18^{\text{o}} = 80{,}5 \ \Omega$$

Como la reactancia de un condensador se relaciona con su capacidad C como:

$$X_c = \frac{1}{C\omega}$$

La capacidad queda:

$$C = \frac{1}{2\pi f X_c} = \frac{1}{2\pi (60 \text{ Hx})(80{,}5 \ \Omega)} = \boxed{30{,}0 \ \mu\text{F}}$$