DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuoue ſcienze

Attenenti alla

MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.

Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,

Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

IMPRESSION ANASTALTIQUE
CULTURE ET CIVILISATION
115, AVENUE GABRIEL LEBON
BRUXELLES
1966

Allo Illustrissimo Signore,

IL SIGNORE

CONTE DI NOAILLES:

Consiglier di S. M^{tà} Christianissima : Caualier dell'Ordine di S^{to} Spirito : Mariscalco de' suoi Campi & Esserciti : Siniscalco & Gouernatore di Roerga, & Luogotenente per S. M^{ta} in Ouergna: Mio Signore & Padrone Colendissimo.

Illustrissimo Signore,

RIconosco per vno effetto della Magnanimità di V. S. Illustrissima, quanto gli è piaciuto disporre di questa Opera mia; non ostante che (come ella sà) confuso & sbigottito da i mal fortunati successi di altre mie Opere, hauendo meco medesimo determinato, di non esporre in publico, mai più, alcuna delle mie fatiche, mà solo, acciò del tutto non restassero sepolte, essendomi persuaso di lasciarne Copia manuscritta, in luogo conspicuo, al meno à molti intelligenti, delle Materie da me trattate: & per ciò, hauendo fatto elezzione, per il primo, & più Illustre luogo, di depositarle in mano di V. S. Illustrissima sicuro, che per sua particolare affezzione verso di me, hauerebbe hauuto à cuore, la conseruatione de' miei studii, & fatiche. Et per ciò, nel suo passaggio di quà, ritornando dalla sua Ambasciata di Roma, fui à riuerirla perſonalmente, ſi come più volte haueuo fatto per lettere, & con tale incontro, preſentai à V. S. Illuſtriſſima la Copia di queſte due Opere, che allora mi trouauo hauere in pronto; lequali benignamente moſtrò di gradire molto, & di eſſere per farne ſicura conſerua; & col participarle in Francia à qualche amico ſuo, perito di queſte ſcientie, moſtrare, che ſe bene taceuo, non però paſſauo la vita del tutto ocioſamente. Andauo dipoi, apparecchiandomi, di mandarne alcune altre Copie, in Germania, in Fiandra, in Inghilterra, in Spagna, & forſe anco in qualche luogo d'Italia, quando improuiſamente vengo da gli Elzeuirii auuiſato, come hanno ſotto il torchio queſte mie Opere, & che però, io deua prendere riſoluzione circa la dedicatoria, & prontamente mandargli il mio concetto ſopra di ciò. Moſſo da queſta inopinata, & inaſpettata nuoua, ſono andato meco medeſimo concludendo, che la brama di V. S. Illuſtriſſima di ſuſcitare, & ampliare il nome mio, col participare à diuerſi i miei ſcritti habbia cagionato, che ſieno peruenuti nelle mani de' detti Stampatori; liquali eſſendoſi adoperati in publicare altre mie Opere, habbiano voluto honorarmi, di mandarle alla luce, ſotto le loro belliſſime, & ornatiſſime ſtampe: Per ciò queſti miei ſcritti, debbono riſentirſi, per hauer' havuta la ſorte, d'andar nell'arbitrio d'vn ſi gran Giudice, il quale, nel marauiglioſo concorſo di tante Virtù,

che

che rendono V. S. Illustrissima ammirabile à tutti, ella, con incomparabile Magnanimità, per zelo anco, del ben publico, à cui gli è parso, che questa mia Opera, douesse conferire, hà voluto allargargli i termini, & i confini dell' honore: Sì che essendo il fatto ridotto in cotale stato, è ben ragioneuole, che io, con ogni segno più conspicuo, mi dimostri grato riconoscitore del Generoso affetto di V. S. Illustrissima che hà hauuto à cuore, di accrescermi la mia fama, con farli spiegar le ale liberamente, sotto il Cielo aperto, doue che à me pareua assai dono, che ella restasse in spatii più angusti. Per tanto, al nome Vostro, Illustrissimo Signore, conuiene, che io dedichi, & consacri questo mio parto, al che fare, mi strigne, non solo il cumulo de gli oblighi, che gli tengo, ma l'interesse ancora, il quale (siami lecito così dire) mette in obligo V. S. Illustrissima di difendere la mia riputatione, contro à chi volesse offenderla: mentre ella mi hà posto in steccato, contro à gl'auuersarii. Onde, facendomi auanti, sotto il suo stendardo, & protettione, humilmente me le inchino, con augurarle per premio di queste sue gratie, il colmo d'ogni felicità, & grandezza. d'Arcetri li 6. Marzo. 1638.

Di V. S. Illustrissima

Deuotissimo Seruitore

GALILEO GALILEI.

LO STAMPATORE
A I LETTORI.

TRattenendosi la Vita Ciuile mediante il mutuo & vicendeuole soccorso de gl'huomini, gl'vni verso gli altri, & à ciò seruendo principalmente, l'uso delle Arti, & delle scientie, per questo, gl'Inventori di esse, sono sempre stati tenuti in grande stima, & molto riueriti dalla Sauia Antichità; E quanto più eccellente, ò vtile, è stata qualche Inuentione, tanto maggior laude, & honore ne è stato attribuito à gl'Inuentori, fin ad essere stati Deificati (hauendo gl'huomini per commun consenso, con tal segno di supremo honore, voluto perpetuare la memoria de gl'autori del loro bene essere.) Parimente quelli, i quali con l'acutezza de i loro ingegni, hanno riformato le cose già trouate, scoprendo le fallacie, & gli errori, di molte & molte propositioni, portate da huomini insigni, & riceuute per vere per molte età, sono degni di gran lode, & ammiratione: atteso medesimamente, che tale scoprimento; è laudabile, se bene i medesimi scopritori, hauessèno solamente rimossa la falsità, senza introdurne la verità, per se, tanto difficile à conseguirsi; conforme al detto del principe de gl'oratori. Vtinam tam facilè possem vera reperire, quàm falsa conuincere. *Et in fatti, il merito di questa lode, è douuto à questi nostri vltimi Secoli; ne i quali le Arti, & le scienzie, ritrouate da gl'Antichi, per opera di perspicacissimi ingegni, sono per molte proue, & esperientie, state ridotte à gran perfettione, la quale ogni dì, và augumentandosi: & in particolare, questo apparisce nelle Scientie Matematiche, nelle quali (lasciando i diuersi, che si ci sono adoperati con gran lode & gran successo) al nostro Signore Galileo Galilei Accademico Linceo, senza alcun contrasto, anzi con l'applauso & l'approbatione vniuersale di tutti i periti, meritamente sono douuti li primi gradi; sì per hauer mostrato la non concludenza di molte ragioni, intorno à varie Conclusioni, con salde dimostrationi confermate, (come ne sono piene le opere sue già publicate) sì anco per hauer col Telescopio (vscito prima di queste nostre parti, ma da esso, ridotto poi, à perfettione molto maggiore) scoperto, & data primo di tutti la Notitia delle quattro Stelle, Satelliti di Gioue; della vera & certa dimostratione della Via Lattea, delle Macchie Solari; delle rugosità, & parti nebulose della Luna; di Saturno Tricorporeo; Venere falcata; della qualità & dispositiôn delle Comete; tutte cose non conosciute mai da gl'Astronomi, ne da i Filosofi Antichi: Di maniera, che puote dirsi, esser per esso, con nuoua luce, comparsa al Mondo, & ristorata l'Astronomia; dall'eccellenza della quale (in quanto ne'*

Cieli,

Cieli, & ne i Corpi Celesti, con maggiore euidenza & ammiratione, che in tutte le altre Creature, risplende la Potenza, Sapientia, & Bontà del Supremo fattore) risulta la grandezza del merito di chi ce ne hà aperta la conoscenza, con hauersi resi tali Corpi distintamente conspicui, non ostante la loro distanza quasi infinita da noi: poi che secondo il dire volgato, l'aspetto insegna assai più, & con maggior certezza, in vn sol giorno, che non potriano fare i precetti quantunque mille volte reiterati, la Notitia Intuitiua, (come disse vn altro) andando del pari, con la definitione. Mà molto più si fà manifesta la gratia concedutagli da Dio, & dalla Natura, (per mezzo però, di molte fatiche, & vigilie) nella presente Opera, nella quale si vede, lui essere stato Ritrouatore di due intere Scienzie nuoue, & da i loro primi principii, & fondamenti, concludentemente, cioè Geometricamente dimostrate: Et quello, che deue rendere più marauigliosa questa Opera; Vna, delle due Scienze, è intorno à vn suggetto eterno, principalissimo in Natura, speculato dà tutti i gran Filosofi, & sopra il quale ci sono moltissimi volumi scritti; parlo del Moto Locale: Materia d'infiniti accidenti ammirandi; nessuno de' quali, è sin qui stato trouato, non che dimostrato da alcuno: l'Altra Scienzia, pure, da i suoi principii dimostrata, è intorno alla resistenza, che fanno i Corpi solidi, all'essere per violenza spezzati: Notitia di grande vtilità, & massime nelle Scienzie & Arti Mecaniche: & essa ancora, piena d'accidenti, & Propositioni, sin qui non osseruate; di queste due nuoue Scienzie, piene di Propositioni, che in infinito saranno accresciute col progresso del tempo, da gl'ingegni Specolatiui, in questo Libro, si aprono le prime porte; & con non piccolo numero di Propositioni dimonstrate, si addita il progresso & trapasso, ad altre infinite; si come da gl'Intelligenti sarà facilmente inteso & riconosciuto.

TAVO-

TAVOLA

delle Materie principali che si trattano nella presente Opera.

GIOR-

GIORNATA PRIMA.

Interlocutori,

SALUIATI, SAGREDO,
E SIMPLICIO.

Salu. L*Argo campo di filosofare à gl'intelletti specolatiui parmi che porga la frequente pratica del famoso Arsenale di Voi Sig. Veneziani, & in particolare in quella parte, che Mecanica si domanda: atteso che quiui ogni sorte di strumento, e di machina vien continuamente posta in opera da numero grande d'artefici, trà i quali e per l'osseruazioni fatte da i loro antecessori, e per quelle, che di propria auuertenza vanno continuamente per se stessi facendo, è forza, che ue ne siano de i peritissimi, e di finissimo discorso.*

Sagr. *V. S. non s'inganna punto: & io come per natura curioso frequento per mio diporto la visita di questo luogo, e la pratica di questi, che noi per certa preminenza, che tengono sopra 'l resto della maestranza, domandiamo Proti; la conferenza de i quali mi hà più volte aiutato nell' inuestigazione della ragione di effetti non solo marauigliosi, mà reconditi ancora, e quasi inopinabili: è vero che tal volta anco mi hà messo in confusione, & in disperazione di poter penetrare, come possa seguire quello, che lontano da ogni mio concetto mi dimostra il senso esser vero; e pur quello, che poco fà ci diceua quel buon vecchio, è vn dettato, & vna proposizione ben' assai vulgata, mà però io la reputaua in tutto vana, come molte*

A altre,

altre, che sono in bocca de i poco intelligenti, credo, da loro introdotte per mostrar di saper dir qualche cosa intorno à quello, di che non son capaci.

Salu. *V. S. vuol forse dire di quell' vltimo pronunziato, ch'ei profferì, mentre ricercauamo d'intendere, per qual ragione faceuano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti, & altri ripari, e fortificazioni intorno à quella gran Galeazza, che si doueua varare, che non si fà intorno à vasselli minori, doue egli rispose ciò farsi per euitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal grauissimo peso della sua vasta mole, inconueniente, al quale non son soggetti i legni minori?*

Sagr. *Di cotesto intendo, e sopra tutto dell' vltima conclusione, ch'ei soggiunse, la quale io hò sempre stimata concetto vano del vulgo: cioè che in queste, & altre simili machine non bisogna argumentare dalle piccole alle grandi, perche molte inuenzioni di machine riescono in piccolo, che in grandi poi non sussistono. Mà essendo che tutte le ragioni della mecanica hanno i fondamenti loro nella Geometria, nella quale non veggo, che la grandezza, e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i Cilindri, i Coni, e qualunque altre figure solide soggette ad altre passioni queste, & ad altre quelle, quando la machina grande sia fabricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che sia valida, e resistente all' esercizio, al quale ella è destinata, non sò vedere, perche essa ancora non sia esente da gl'incontri, che sopraggiugner gli possono sinistri, e destruttori.*

Salu. *Il detto del vulgo è assolutamente vano, e talmente vano, che il suo contrario si potrà profferire con altrettanta verità, dicendo, che molte machine si potranno far più perfette in grande, che in piccolo, come per esempio vn' Oriuolo, che mostri, e batta le hore, più giusto si farà d'una tal grandezza, che di vn' altra minore. Con miglior fondamento vsurpano quel medesimo detto altri più intelligenti, i quali della riuscita di tali machine grandi non conforme à quello, che si raccoglie dalle pure, & astratte dimostrazioni Geome-*

Geometriche, ne rimettono la causa nell' imperfezzione della materia, che soggiace à molte alterazioni, & imperfezzioni. Mà qui non sò s'io potrò senza inciampare in qualche nota di arroganza, dire che nè anco il ricorrere all' imperfezzioni della materia potenti à contaminare le purissime dimostrazioni Matematiche, basti à scusare l'inobbedienza delle machine in concreto alle medesime astratte, & Ideali: tuttauia io pure il dirò affermando, che astraendo tutte l'imperfezzioni della Materia, e supponendola perfettissima, & inalterabile, e da ogni accidental mutazione esente, tuttauia il solo esser materiale fà, che la machina maggiore fabbricata dell' istessa materia, e con l'istesse proporzioni, che la minore, in tutte l'altre condizioni risponderà con giusta simmetria alla minore, fuor che nella robustezza, e resistenza contro alle violente inuasioni: mà quanto più sarà grande tanto à proporzione sarà più debole. E perche io suppongo la materia essere inalterabile, cioè sempre l'istessa, è manifesto, che di lei, come di affezzione eterna, e necessaria, si possano produr dimostrazioni non meno dell' altre schiette, e pure Matematiche. Però S. Sagr. reuochi pur l'opinione, che teneua, e forse insieme con tutti gli altri, che nella Mecanica han fatto studio, che le machine, e le fabbriche composte delle medesime materie con puntuale osseruanza delle medesime proporzioni trà le loro parti debban' esser' egualmente, ò per dir meglio proporzionalmente disposte al resistere, & al cedere alle inuasioni, & impeti esterni; perche si può Geometricamente dimostrare sempre le maggiori essere à proporzione men resistenti, che le minori: si che vltimamente non solo di tutte le machine, e fabbriche artifiziali, mà delle naturali ancora sia vn termine necessariamente ascritto, oltre al quale nè l'arte, nè la natura possa trapassare: trapassar dico con osseruar sempre l'istesse proporzioni con l'identità della materia.

Sagr. *Io già mi sento riuolgere il ceruello, e quasi nugola dal baleno repentinamente aperta ingombrarmisi la mente da momentanea, & insolita luce, che da lontano mi accenna, e subito confonde, & asconde imaginazioni straniere, & indigeste. E da quanto* *ella hà detto, parmi che dourebbe seguire, che fusse impossibil cosa costruire due fabbriche dell' istessa materia simili, e diseguali; e trà di loro con egual proporzione resistenti; e quando ciò sia, sarà anco impossibile trouar due sole aste dell' istesso legno trà di loro simili in robustezza, e valore, mà diseguali in grandezza.*

Salu. *Così è Sig. Sagr. e per meglio assicurarci, che noi conuenghiamo nel medesimo concetto, dico, che se noi ridurremo vn' asta di legno à tal lunghezza, e grossezza, che fitta, v. gr. in vn muro ad angoli retti, cioè parallela all' orizonte, sia ridotta all' vltima lunghezza, che si possa reggere, si che allungata vn pelo più, si spezzasse grauata dal proprio peso, questa sarà vnica al mondo: si che essendo per esempio, la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nissuna altra asta della medesima materia potrà ritrouarsi, che essendo in lunghezza centupla della sua grossezza, sia, come quella, precisamente habile à sostener se medesima, e nulla di più: mà tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti à sostener' oltre al proprio peso qualch' altro appresso. E questo, ch'io dico dello stato di regger se medesimo, intendasi detto di ogni altra costituzione, e così se vn corrente potrà reggere il peso di dieci correnti suoi eguali, vna traue simile à lui non potrà altramente regger' il peso di dieci sue eguali. Mà notino in grazia V. S. e'l Sig. Simpl. nostro, quanto le conclusioni vere benche nel primo aspetto sembrino improbabili, additate solamente qualche poco depongono le vesti, che le occultauano, e nude, e semplici fanno de' lor segreti gioconda mostra. Chi non vede, come vn cauallo cadendo da vn' altezza di tre braccia, ò quattro, si romperà l'ossa, mà vn cane da vna tale, e vn gatto da vna di otto, ò dieci, non si farà mal nissuno, come nè vn grillo da vna torre, nè vna formica precipitandosi dall' orbe lunare? I piccoli fanciulli restano illesi in cadute, doue i prouetti si rompono gli stinchi, ò la testa. E come gli animali più piccoli sono à proporzione più robusti, e forti de i maggiori, così le piante minori meglio si sostentano: e già credo, che amendue voi apprendiate, che vna Quercia dugento braccia alta*

non

non potrebbe sostenere i suoi rami sparsi alla similitudine di vna di mediocre grandezza, e che la natura non potrebbe fare vn cauallo grande per venti caualli, nè vn gigante dieci volte più alto di vn huomo, se non ò miracolosamente, ò con l'alterar' assai le proporzioni delle membra, & in particolare dell' ossa, ingrossandole molto, e molto sopra la simmetria dell' ossa comuni. Il creder parimente, che nelle machine artifiziali egualmente siano fattibili, e conseruabili le grandissime e le piccole, è errore manifesto: e così per esempio piccole Guglie, Colonnette, & altre solide figure sicuramente si potranno maneggiare, distendere, e rizzare senza risico di rompersi, che le grandissime per ogni sinistro accidente andranno in pezzi, e non per altra cagione, che per il lor proprio peso. E qui è forza, che io vi racconti vn caso degno veramente di esser saputo, come sono tutti gli accidenti, che accascano fuori dell' aspettazione, e massime quando il partito preso per ouuiare à vno inconueniente riesce poi causa potissima del disordine. Era vna grossissima colonna di marmo distesa, e posata presso alle sue estremità sopra due pezzi di traue; cadde in pensiero dopo certo tempo ad vn Mecanico, che fusse bene per maggiormente assicurarsi, che grauata dal proprio peso non si rompesse nel mezzo, supporgli anco in questa parte vn terzo simile sostegno: parue il consiglio generalmente molto oportuno, ma l'esito lo dimostrò essere stato tutto l'opposito: atteso che non passarono molti mesi, che la Colonna si trouò fessa, e rotta giusto sopra il nuouo appoggio di mezzo.

Simp. *Accidente in vero marauiglioso, e veramente* præter spem, *quando però fusse deriuato dall' aggiugnerui il nuouo sostegno di mezzo.*

Salu. *Da quello sicuramente deriuò egli, e la riconosciuta cagion dell' effetto leua la marauiglia: perche deposti in piana terra i due pezzi della Colonna, si vedde che l'uno de i traui su'l quale appoggiaua vna delle testate, si era per la lunghezza del tempo infracidato, & auuallato, e restando quel di mezzo durissimo, e forte, fù causa, che la metà della Colonna restasse in aria abbandonata*

nata dall' estremo sostegno; onde il proprio souerchio peso gli fece fare quello, che non haurebbe fatto, se solo sopra i due primi si fusse appoggiata, perche all' auuallarsi qual si fusse di loro, ella ancora l'harebbe seguito. E quì non si può dubitare, che tal' accidente non sarebbe auuenuto in vna piccola Colonna, benche della medesima pietra, e di lunghezza rispondente alla sua grossezza con la proporzione medesima della grossezza, e lunghezza della Colonna grande.

Sagr. *Già fin quì resto io assicurato della verità dell' effetto, mà non penetro già la ragione, come nel crescersi la materia non deua con l'istesso ragguaglio multiplicarsi la resistenza, e gagliardia; e tanto più mi confondo, quanto per l'opposito veggo in altri casi crescersi molto più la robustezza alla resistenza al rompersi, che non cresce l'ingrossamento della materia; che se, v. gr. saranno due chiodi fitti in vn muro, l'uno più grosso il doppio dell' altro, quello reggerà non solamente doppio peso di questo, mà triplo, e quadruplo.*

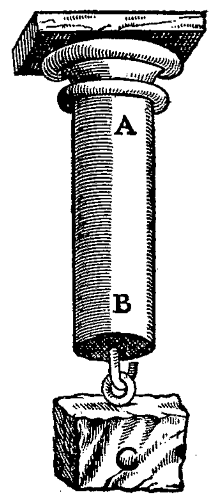
Salu. *Dite pur' ottuplo, nè direte lontano dal vero: nè questo effetto contraria à quello, ancor che in sembiante apparisca così diuerso.*

Sagr. *Adunque Sig. Saluiati spianateci questi scogli, e dichiarateci queste oscurità, se ne hauete il modo: che ben conietturo questa materia delle resistenze essere vn campo pieno di belle, & vtili contemplazioni, e se vi contentate, che questo sia il soggetto de i nostri ragionamenti di oggi, à me, e credo, al Sig. Simp. sarà gratissimo.*

Salu. *Non posso mancar di seruirle, purche la memoria serua me in somministrarmi quello, che già appresi dal nostro Acc.co che sopra tal materia haueua fatte molte speculazioni, e tutte conforme al suo solito Geometricamēte dimostrate: in modo che non senza ragione questa sua potrebbe chiamarsi vna nuoua scienza; perche se bene alcune delle conclusioni sono state da altri, e prima di tutti da Aristotele osseruate, tuttauia nè sono delle più belle, nè (quello*

che

che più importa) da i loro primarii, e indubitati fondamenti con necessarie dimostrazioni prouate. E perche, come dico, voglio dimostratiuamente accertarui, e non con solamente probabili discorsi persuaderui; supponendo, che habbiate quella cognizione delle conclusioni Mecaniche da altri sin quì fondatamente trattate, che per il nostro bisogno sarà necessaria; conuiene che auanti ogni altra cosa consideriamo, qual' effetto sia quello, che si opera nella frazzione di vn legno, ò di altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perche questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo, e semplice principio, che come notissimo conuiene supporsi. per più chiara esplicazione di che: segniamo il Cilindro, ò, Prisma A B *di legno, ò di altra materia solida, e coerente, fermato di sopra in* A, *e pendente à piombo, al quale nell' altra estremità* B *sia attaccato il peso* C; *è manifesto, che qualunque si sia la tenacità, e coerenza trà di loro delle parti di esso solido, pur che non sia infinita, potrà esser superata dalla forza del traente peso* C: *la cui grauità pongo, che possa accrescersi, quanto ne piace, e esso solido finalmente si strapperà à guisa d'una corda: e si come nella corda noi intendiamo la sua resistenza deriuare dalla moltitudine delle fila della canapa, che la compongono, così nel legno si scorgono le sue fibre, e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente più resistente allo strappamento, che non sarebbe qualsiuoglia canapo della medesima grossezza: mà nel Cilindro di pietra, ò di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti depende da altro glutine, che da filamenti, ò fibre, e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.*



Simp. *Se il negozio procede, come voi dite, intendo bene, che i filamenti nel legno, che son lunghi, quanto l'istesso legno, posson ren-*

renderlo gagliardo, e resistente à gran forza, che se gli faccia per romperlo: mà vna corda composta di fili di canapa non più lunghi di due, ò trè braccia l'uno, come potrà ridursi alla lunghezza di cento restando tanto gagliardo? In oltre vorrei anco sentire la vostra opinione intorno all' attaccamento delle parti de i metalli, delle pietre, e di altre materie priue di tali filamenti, che pur, s'io non m'inganno, è anco più tenace.

Salu. *In nuoue specolazioni, e non molto al nostro intento necessarie conuerrà diuertire, se douremo delle promosse difficoltà portar le soluzioni.*

Sagr. *Mà se le digressioni possono arrecarci la cognizione di nuoue verità, che progiudica à noi non obbligati à vn metodo serrato, e conciso, mà che solo per proprio gusto facciamo i nostri congressi, digredir' ora per non perder quelle notizie, che forse lasciata l'incontrata occasione, vn' altra volta non ci si rappresenterebbe? Anzi chi sà, che bene spesso non si possono scoprir curiosità più belle delle primariamente cercate conclusioni? pregoui per tanto io ancora à dar sodisfazione al Sig. Simpl., & à me non men di esso curioso, e desideroso d'intender, qual sia quel glutine, che si tenacemente ritien congiunte le parti de i solidi, che pur finalmente sono dissolubili: cognizione che pur' anco è necessaria per intender la coerenza delle parti de gli stessi filamenti, de i quali alcuni de i solidi son composti.*

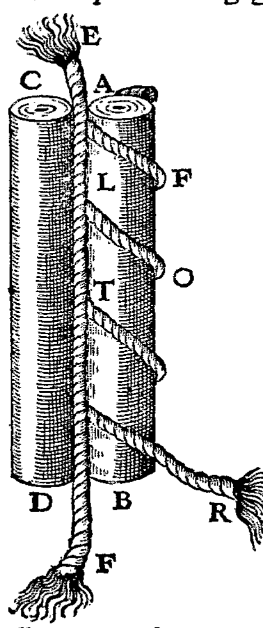
Salu. *Eccomi à seruirui, poiche così vi piace. E' la prima difficoltà, come possono i filamenti d'una corda lunga cento braccia sì saldamente connettersi insieme (non essendo ciascheduno di essi lungo più di due, ò tre) che gran violenza ci voglia à disseparargli. Mà ditemi S. Simpl. non potreste voi d'un sol filo di canapa tener l'una dell' estremità talmente stretta frà le dita, che io tirando dall' altra, prima che liberarlo dalla vostra mano, lo rompessi? certo sì: quando dunque i fili della canapa fusser non solo nell' estremità, mà in tutta la lor lunghezza con gran forza, da chi gli circondasse, tenuti stretti, non è manifesta cosa, che lo sbarbargli da chi gli*

strigne

ſtrigne ſarebbe aſſai più difficile, che il rompergli? mà nella corda l'iſteſſo atto dell' attorcerla ſtrigne le fila ſcambieuolmente trà di loro, in maniera, che tirando poi con gran forza la fune, i ſuoi filamenti ſi ſpezzano, e non ſi ſeparano l'uno dall' altro; come manifeſtamente ſi conoſce dal vederſi nella rottura i filamenti cortiſſimi, e non lunghi almeno vn braccio l'uno, come douria vederſi, quando la diuiſion della corda ſi faceſſe non per lo ſtrappamento delle fila, mà per la ſola ſeparazione dell' vno dall' altro ſtriſciando.

Sagr. *Aggiungaſi in confermazion di queſto il vederſi tal volta romper la corda non per il tirarla per lo lungo, mà ſolo per il ſouerchiamente attorcerla: argumento par' à me concludente, le fila eſſer talmente trà di loro ſcambieuolmente compreſſe, che le comprementi non permettono alle compreſſe ſcorrer quel minimo, che ſarebbe neceſſario per allungar le ſpire acciò poteſſero circondar la fune, che nel torcimento ſi ſcorcia, & in conſequenza qualche poco s'ingroſſa.*

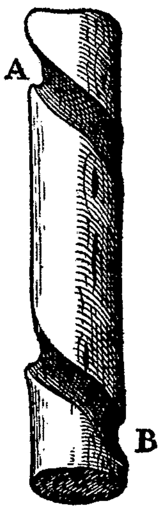
Salu. *Voi beniſſimo dite: mà conſiderate appreſſo, come vna verità ſi tira dietro l'altra. Quel filo, che ſtretto trà le dita non ſegue, chi con qualche forza tirandolo vorrebbe di trà eſſe ſottrarlo, reſiſte perche da doppia compreſſione vien ritenuto, auuenga che non meno il dito ſuperiore preme contro all' inferiore, che queſto ſi prema contro à quello. E non è dubbio, che quando di queſte due premure ſe ne poteſſe ritenere vna ſola, reſterebbe la metà di quella reſiſtenza, che dalle due congiunte dependeua: mà perche non ſi può con l'alzar, v. gr. il dito ſuperiore leuar la ſua preſſione ſenza rimuouer' anco l'altra parte, conuiene con nuouo artifizio conſeruarne vna di loro, e trouar modo che l'iſteſſo filo comprima ſe medeſimo contro al dito, ò altro corpo ſolido, ſopra'l quale ſi poſa, e far ſi che l'iſteſſa forza, che lo tira per ſepararnelo, tanto più ve lo comprima, quanto più gagliardamente lo tira: e queſto ſi conſeguirà con l'auuolgere à guiſa di ſpira il filo medeſimo intorno al ſolido. Il che acciò meglio s'intenda, ne ſegnerò vn poco di figura; e queſti* A B, C D *ſiano due Cilindri, e trà eſſi diſteſo il filo* E F, *che per* *maggior chiarezza ce lo figureremo essere vna cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due Cilindri l'uno contro all' altro, la corda* F E *tirata dall' estremità* F *resisterà à non piccola violenza prima che scorrere trà i due solidi comprimentila: mà se rimuoueremo l'uno di loro, la corda benche continui di toccar l'altro, non però da tal toccamento sarà ritenuta, che liberamente non scorra. Mà se ritenendola benche debolmente attaccata verso la sommità del Cilindro* A *l'auuolgeremo intorno à quello à foggia di spira* A F L O T R, *e dal capo* R *la tireremo: è manifesto, che ella comincerà à strignere il Cilindro, e se le spire, e volute saranno molte, sempre più nel validamente tirare si comprimerà la corda addosso al Cilindro: e facendosi con la multiplicazione delle spire più lungo il toccamento, & in consequenza men superabile, difficile si farà sempre più lo scorrer della corda, e l'acconsentir alla traente forza. Hor chi non vede, che tale è la resistenza delle filamenta, che con mille, e mille simili auuolgimenti il grosso canapo contessono? Anzi lo strignimento di simili tortuosità collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, nè anco molto lunghi, si che poche son le spire, con le quali trà di loro s'intrecciano, si compongono robustissime funi, che mi par che domandino, suste.*



Sagr. *Cessa per il vostro discorso nella mia mente la marauiglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano comprese da me. Vno era il vedere, come due, ò al più tre riuolte del canapo intorno al fuso dell' Argano poteuano non solamente ritenerlo, che tirato dall' immensa forza del peso, che ei sostiene, scorrendo non gli cedesse, mà che di più girando l'Argano il medesimo fuso col solo toccamento del canapo, che lo strigne, potesse con li succedenti rauuolgimenti*

gimenti

gimenti tirare, e solleuare vastissime pietre, mentre che le braccia d'un debile ragazzo vanno ritenendo, e radunando l'altro capo del medesimo canapo. L'altro è d'un semplice, mà arguto ordigno trouato da vn giouane mio parente per poter con vna corda calarsi da vna finestra senza scorticarsi crudelmente le palme delle mani, come poco tempo auanti gli era interuenuto con sua grandissima offesa. Ne farò per facile intelligenza vn piccolo schizzo. Intorno à vn simil Cilindro di legno A B *grosso, come vna canna, e lungo circa vn palmo incauò vn canaletto in forma di spira di vna voluta, e mezo, e non più, e di largezza capace della corda, che voleua adoprare; e questa fece entrare per il canale dal termine* A, *& vscire per l'altro* B, *circondando poi tal Cilindro, e corda con vn cannone pur di legno, ouero anco di latta ma diuiso per lungo, & ingangherato, si che liberamente potesse aprirsi, e chiudersi: & abbracciando poi, e strignendo con ambe le mani esso cannone, raccomandata la corda à vn fermo ritegno di sopra, si sospese sù le braccia, e riuscì tale la compressione della corda tra'l cannone ambiente, e'l Cilindro, che ad arbitrio suo strignendo forte mente le mani poteua sostenersi senza calare, & allentandole vn poco si calaua lentamente à suo piacimento.*



Salu. *Ingegnosa veramente inuenzione, e per intera esplicazione della sua natura mi par di scorgere così per ombra, che qualche altra specolazione si potesse aggiugnere: mà non voglio per ora digredir più sopra di questo particolare; e massime volẽdo voi sentir il mio pensiero intorno alla resistenza allo strapparsi de gli altri corpi, la cui testura non è di filamenti, come quella delle funi, e della maggior parte de i legni: mà la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che consista, le quali per mio giudizio si riducono à due* *capi; l'uno de i quali è quella decantata repugnanza, che hà la natura all' ammettere il vacuo: per l'altro bisogna (non bastando questo del Vacuo) introdur qualche glutine, visco, ò colla, che tenacemente colleghi le particole, delle quali esso corpo è composto. Dirò prima del Vacuo, mostrando con chiare esperienze, quale, e quanta sia la sua virtù. E prima il vedersi, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo, ò di vetro esquisitamente spianate, pulite, e lustre, che posata l'una sù l'altra, senza veruna fatica se gli muoue sopra strisciando (sicuro argumento, che nissun glutine le congiugne) mà che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si troua, che la superiore solleua, e si tira dietro l'altra, e perpetuamente la ritiene solleuata, ancorche assai grossa, e graue, euidentemente ci mostra l'orrore della natura nel douer ammettere, se ben per breue momento di tempo, lo spazio voto, che tra di quelle rimarrebbe auanti, che il concorso delle parti dell' aria circostante l'hauesse occupato, e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fussero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito del tutto, nel volerle separar lentamente niuna renitenza si troua fuor di quella della sola grauità, mà in vn' alzamento repentino l'inferior pietra si solleua, mà subito ricade, seguendo solamente la sourana per quel breuissimo tempo, che basta per la distrazzione di quella poca d'aria, che s'interponeua trà le lastre, che non ben conbaciauano, e per l'ingresso dell' altra circunfusa. Tal resistenza, che così sensatamente si scorge trà le due lastre, non si può dubitare, che parimente non risegga trà le parti di vn solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco à parte, e come causa concomitante.*

Sagr. *Fermate di gratia, e concedetemi, ch'io dica vna particolar considerazione, che pur' ora mi è caduta in mente: e questa è, che il vedere, come la piastra inferiore segue la superiore, e che con moto velocissimo vien solleuata, ci rende sicuri che, contro al detto di molti Filosofi, è forse d' Aristotele medesimo il moto nel vacuo non sarebbe instantaneo; perche quando fusse tale, le nominate due lastre*

senza

senza repugnanza veruna si separerebbero, già che il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separazione, e per il concorso dell' aria ambiente à riempier quel vacuo, che tra esse potesse restare. Dal seguir dunque che fà l'inferior lastra la superiore, si raccoglie, come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo. E si raccoglie insieme, che pur tra le medesime piastre resti qualche vacuo almeno per breuissimo tempo, cioè per tutto quello, che passa nel mouimento dell' ambiente mentre concorre à riempiere il Vacuo: che se Vacuo non vi restasse, nè di concorso, nè di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Conuerrà dunque dire, che pur per violenza, ò contro à natura il vacuo tal' or si conceda (benche l'opinion mia è, che nissuna cosa sia contro à natura saluo che l'impossibile, il quale poi non è mai.) Mà quì mi nasce vn'altra difficoltà: & è che se ben l'esperienza m'assicura della verità della conclusione, l'intelletto non resta già interamente appagato della causa, alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperoche l'effetto della separazione delle due lastre è anteriore al vacuo, che in consequenza alla separazione succederebbe: e perche mi pare, che la causa debba se non di tempo, almeno di natura precedere all' effetto, e che d'un' effetto positiuo positiua altresi debba esser la causa, non resto capace, come dell' aderenza delle due piastre, e della repugnanza all' esser separate, effetti che già sono in atto, si possa referir la cagione al Vacuo, che non è, ma che harebbe à seguire. E delle cose che non sono, nissuna può esser l'operazione conforme al pronunziato certissimo del Filosofo.

Simp. *Mà già che concedete questo Assioma ad Aristotele, non credo, che siate per negargliene vn' altro bellissimo, e vero: e questo è che la natura non intraprende à voler fare quello, che repugna ad esser fatto: dal qual Pronunziato mi par che dependa la soluzione del nostro dubbio: perche dunque à se medesimo repugna essere vno spazio vacuo, vieta la natura il far quello, in consequenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separazione delle due lastre.*

Sagr. *Hora ammesso per soluzione adequata del mio dubbio* *questo che produce il S. Simpl. seguitando il cominciato discorso, parmi che questa medesima repugnanza al Vacuo deurebbe esser bastante ritegno delle parti di vn solido di pietra, ò di metallo, ò se altre ve ne sono, che più saldamente stiano congiunte, e renitenti alla diuisione. Perche se di vno effetto vna sola è la cagione, si come io hò inteso, e creduto, ò se pur molte se n'assegnano, ad vna sola si riducono; perche questa del Vacuo che sicuramente è, non basterà per tutte le resistenze?*

Salu. *Io per ora non voglio entrare in questa contesa, se il Vacuo senz' altro ritegno sia per se solo bastante à tenere vnite le parti disunibili de i corpi consistenti, mà vi dico bene, che la ragione del Vacuo che milita, e conclude nelle due piastre, non basta per se sola al saldo collegamento delle parti di vn solido Cilindro di marmo, ò di metallo, le quali violentate da forze gagliarde, che dirittamente le tirino, finalmente si separano, e si diuidono. E quando io troui modo di distinguer questa già conosciuta resistenza dependente dal Vacuo, da ogni altra, qualunque ella si fusse, che con lei concorresse in fortificar l'attaccamento, e che io vi faccia vedere, come essa sola non sia à gran pezzo bastante per tale effetto, non concederete voi, che sia necessario introdurne altra? Aiutatelo S. Simp. già che egli stà ambiguo sopra quello, che debba rispondere.*

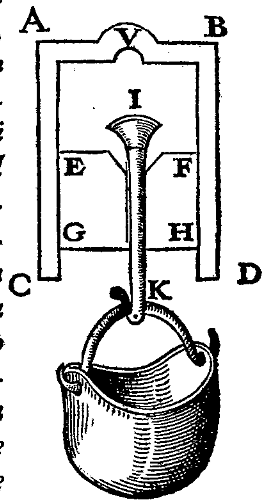
Simp. *E' forza, che la sospensione del Sig. Sagr. sia per altro rispetto, non restando luogo di dubitare sopra sì chiara, e necessaria consequenza.*

Sagr. *Voi S. Simp. l'hauete indouinato. Andauo pensando, se non bastando vn Million d'oro l'anno, che vien di Spagna per pagar l'esercito, fusse necessario far' altra prouisione, che di danari per le paghe de Soldati. Mà seguitate pur S. Saluiati, e supponendo ch'io ammetta la vostra consequenza, mostrateci il modo di separare l'operazione del Vacuo dall' altre, e misurandola fateci vedere, come ella sia scarsa per l'effetto, di che si parla.*

Salu. *Il vostro Demonio vi assiste. Dirò il modo dell' appartar la virtù del Vacuo dall' altre, e poi la maniera del misurarla. E per*

appar-

appartarla piglieremo vna materia continua, le cui parti manchino di ogni altra resistenza alla separazione fuor che di quella del Vacuo, quale à lungo è stato dimostrato in certo Trattato del nostro Accᵉᵒ· esser l'Acqua. Talche qualunque volta si disponesse vn Cilindro d'Acqua, e che attratto si sentisse resistenza allo staccamento delle sue parti, questo da altra cagione, che dalla repugnanza al Vacuo, non potrebbe riconoscersi. Per far poi vna tale esperienza mi son' immaginato vn' artifizio, il quale con l'aiuto di vn poco di disegno meglio, che con semplici parole, potrò dichiarare. Figuro questo C A B D *essere il profilo di vn Cilindro di metallo, ò di vetro, che sarebbe meglio voto dentro, mà giustissimamente tornito, nel cui concauo entri con esquisitissimo contatto vn Cilindro di legno, il cui profilo noto* E G H F *, il qual Cilindro si possa spignere in sù, e'n giù: e questo voglio, che sia bucato nel mezzo, si che vi passi vn filo di ferro oncinato nell' estremità* K*, e l'altro capo* I *vadia ingrossandosi in forma di Cono, ò turbine, facendo che il foro fatto nel legno sia nella parte di sopra esso ancora incauato in forma di Conica superficie aggiustata puntualmente per riceuere la Conica estremità* I *del Ferro* I K *, qualunque volta si tiri in giù dalla parte* K*. Inserto il legno, ò vogliamolo chiamar Zaffo* E H *nel cauo Cilindro* A D *non voglio, ch' arriui sino alla superior superficie di esso Cilindro, mà che ne resti lontano due, ò tre dita: e tale spazio deue esser ripieno di Acqua, la quale vi si metterà*



tenendo il vaso con la bocca C D *all' in sù, e calcandòui sopra il Zaffo* E H *col tenere il turbine* I *remoto alquanto dal cauo del legno, per lasciar l'esito all' aria, che nel calcare il Zaffo se n'uscirà per il foro del legno, che perciò si fà alquanto più largo della grossezza dell' asticciuola di ferro* I K*. Dato l'esito all' aria, e ritirato il ferro, che ben*

ben suggelli su'l legno col suo turbine I *si riuolterà il vaso tutto con la bocca all' in giù, & attaccando all' oncino* K *vn recipiente da metterui dentro rena, ò altra materia graue, si caricherà tanto che finalmente la superior superficie* E F *del Zaffo si staccherà dall' inferiore dell' Acqua, alla quale niente altro la teneua congiunta, che la repugnanza del Vacuo: pesando poi il Zaffo col ferro, col recipiente, e con ciò che vi sarà dentro, haremo la quantità della forza del Vacuo: e se attaccato à vn Cilindro di marmo, ò di cristallo grosso, quanto il Cilindro dell' Acqua, peso tale, che insieme col peso proprio dell' istesso marmo, ò cristallo pareggi la grauità di tutte le nominate bagaglie, ne seguirà la rottura, potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragion del Vacuo tener le parti del marmo, e cristallo congiunte: mà non bastando, e che per romperlo bisogni aggiugnerui quattro volte altrettanto peso, conuerrà dire la resistenza del Vacuo esser delle cinque parti vna, e l'altra quadrupla di quella del Vacuo.*

Simp. *Non si può negare, che l'inuenzione non sia ingegnosa: mà l'hò per soggetta à molte difficoltà, che me la rendono dubbia; perche chi ci assicura, che l'aria non possa penetrar trà'l vetro, e'l Zaffo, ancorche si circondi bene di stoppa, ò altra materia cedente; e così acciò che'l Cono* I *saldi bene il foro, forse non basterebbe l'ugnerlo con cera, ò trementina: in oltre perche non potrebbero le parti dell' Acqua distrarsi, e rarefarsi; perche non penetrare aria, ò esalazioni, ò altre sustanze più sottili per le porosità del legno, ò anche dell' istesso vetro?*

Salu. *Molto destramente ci muoue il S. Simp. le difficoltà, & in parte ci somministra i rimedii, quanto alla penetrazion dell' aria per il legno, ò trà'l legno, e'l vetro. Mà io oltre di ciò noto, che potremo nell' istesso tempo accorgerci con acquisto di nuoue cognizioni, se le promosse difficoltà haranno luogo, imperò che se l' Acqua sarà per natura, se ben con violenza, distraibile, come accade nell' aria, si vedrà il Zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro vn poco di ombelico prominente come questo* V *penetrando*

per

per la sustanza, ò porosità del vetro, ò del legno, aria, ò altra più tenue, e spiritosa materia, si vedrà radunare (cedendogli l'acqua) nell' eminenza V, *le quali cose, quando non si scorgano, verremo assicurati l'esperienza esser con le debite cautele stata tentata; e conosceremo l'acqua non esser distraibile, nè il vetro esser permeabile da veruna materia benche sottilissima.*

Sagr. *Et io mercè di questi discorsi ritrouo la causa di vn' effetto, che lungo tempo m'hà tenuto la mente ingombrata di marauiglia, e vota d'intelligenza. Osseruai già vna Citerna, nella quale per trarne l'acqua fù fatta fare vna Tromba, da chi forse credeua, mà vanamente, di poterne cauar con minor fatica l'istessa, ò maggior quantità, che con le secchie ordinarie; & hà questa tromba il suo stantuffo, e animella sù alta, si che l'acqua si fà salire per attrazzione, e non per impulso, come fanno le Trombe, che danno l'ordigno da basso. Questa sin che nella Citerna vi è acqua fino ad vna determinata altezza, la tira abbondantemente, mà quando l'acqua abbassa oltre à vn determinato segno, la Tromba non lauora più. Io credetti, la prima volta che osseruai tale accidente, che l'ordigno fusse guasto, e trouato il Maestro, acciò lo raccomodasse, mi disse che non vi era altrimente difetto alcuno fuor che nell' acqua, la quale essendosi abbassata troppo, non patiua d'esser' alzata à tanta altezza; e mi soggiunse nè con Trombe, nè con altra machina, che solleui l'acqua per attrazzione, esser possibile farla montare vn capello più di diciotto braccia, e siano le Trombe larghe, ò strette, questa è la misura dell' altezza limitatissima. Et io sin hora sono stato così poco accorto, che intendendo, che vna corda, vna mazza di legno, e vna verga di ferro si può tanto, e tanto allungare, che finalmente il suo proprio peso la strappi, tenendola attaccata in alto, non mi è souuenuto, che l'istesso molto più ageuolmente accaderà di vna corda, ò verga di acqua. E che altro è quello, che si attrae nella Tromba, che vn Cilindro di acqua, il quale hauendo la sua attaccatura di sopra, allungato più, e più, finalmente arriua à quel' termine, oltre al quale tirato dal suo già fatto souerchio peso non altrimente che se fusse vna corda, si strappa?*

Salu. *Così puntualmente cammina il negozio; e perche la medesima altezza delle diciotto braccia è il prefisso termine dell' altezza, alla quale qualsiuoglia quantità d'acqua, siano cioè le Trombe larghissime, ò strette, ò strettissime, quanto vn fil di paglia può sostentarsi, tutta volta che noi peseremo l'acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, sia largo, ò stretto, haremo il valore della resistenza del Vacuo ne i Cilindri di qualsiuoglia materia solida grossi quanto sono i concaui de i cannoni proposti. E già che hauiamo detto tanto, mostriamo, come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri &c. si può facilmente ritrouare sino à quanta lunghezza si potrebbono allungare Cilindri, fili, ò verghe di qualsiuoglia grossezza, oltre alla quale grauati dal proprio peso più non potrebber reggersi, mà si strapperebbero. Piglisi per esempio vn fil di rame di qualsiuoglia grossezza, e lunghezza, e fermato vn de suoi capi ad alto si vadia aggiugnendo all' altro maggior, è maggior peso, si che finalmente si strappi, e sià il peso massimo, che potesse sostenere, v. gr. cinquanta libbre. E' manifesto, che cinquanta libbre di rame oltre al proprio peso, che sia per esempio vn' ottauo d'oncia tirato in filo di tal grossezza, sarebbe la lunghezza massima del filo, che se stessa potesse reggere. Misurisi poi quanto era lungo il filo, che si strappò, e sia, v. gr. vn braccio: e perche pesò vn' ottauo d'oncia, e resse se stesso, e cinquanta libbre appresso, che sono ottaui d'oncia quattro mila ottocento, diremo tutti i fili di rame qualunque si sia la lor grossezza poter si reggere sino alla lunghezza di quattro mila ottocento vn braccio, e non più; e così vna verga di rame potendo reggersi sino alla lunghezza di quattro mila ottocento vn braccio, la resistenza, che ella troua dependente dal Vacuo, rispetto al restante è tanta, quanto importa il peso d'una verga d'acqua lunga braccia diciotto, e grossa, quanto quella stessa di rame; e trouandosi v. gr. il rame esser noue volte più graue dell' acqua, di qualunque verga di rame la resistenza allo strapparsi dependente dalla ragion del Vacuo importa, quanto è il peso di due braccia dell' istessa verga; e con simil discorso, & operazione, si potranno trouare le lunghezze delle*

fila,

fila, ò verghe di tutte le materie ſolide ridotte alla maſſima, che ſoſtener ſi poſſa, & inſieme qual parte habbia il Vacuo nella loro reſiſtenza.

Sagr. *Reſta hora, che ci dichiate in qual coſa conſiſta il reſto della renitenza, cioè, qual ſia il glutine, ò viſco, che ritien' attaccate le parti del ſolido oltre à quello, che deriua dal Vacuo; perche io non ſaprei imaginarmi, qual colla ſia quella, che non poſſa eſſer' arſa, e conſumata in vna ardentiſſima fornace in due, tre, e quattro meſi, nè in dieci, ò in cento; doue ſtando tanto tempo argento, oro, e vetro liquefatti, cauati poi tornano le parti loro nel freddarſi à riunirſi, e rattaccarſi, come prima. Oltre che la medeſima difficoltà, che hò nell' attaccamento delle parti del vetro, l'harò io nelle parti della colla, cioè, che coſa ſia quella, che le tiene così ſaldamente congiunte.*

Salu. *Pur poco fà vi diſſi, che'l voſtro Demonio vi aſſiſteua: ſono io ancora nelle medeſime anguſtie, & ancor' io toccando con mano, come la repugnanza al Vacuo è indubitalmente quella, che non permette, ſe non con gran violenza, la ſeparazione delle due laſtre, e più delle due gran parti della Colonna di marmo, ò di bronzo, non sò vedere, come non habbia ad hauer luogo, & eſſer parimente cagione della coerenza delle parti minori, e ſino delle minime vltime delle medeſime materie; & eſſendo che d'un' effetto vna ſola è la vera, e potiſſima cauſa, mentre io non trouo altro glutine, perche non debbo tentar di vedere, ſe queſto del Vacuo, che ſi troua, può baſtarci?*

Simp. *Se di già voi hauete dimoſtrato la reſiſtenza del gran Vacuo nel ſepararſi le due gran parti di vn ſolido eſſer piccoliſſima in comparazion di quella, che tien congiunte le particole minime, come non volete tener più che per certo queſta eſſer diuerſiſſima da quella?*

Salu. *A queſto riſpoſe il S. Sagr. che pur ſi pagauano tutti i particolari Soldati con danari raccolti da impoſizioni generali di ſoldi, e di quattrini, ſe bene vn Million d'oro non baſtaua à pagar tutto* *l'esercito. E chi sà, che altri minutissimi Vacui non lauorino per le minutissime particole, si che per tutto sia dell'istessa moneta quello, con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello, che tal'ora mi è passato per l'imaginazione: ve lo dò, non come verità risoluta, mà come vna qual si sia fantasia piena anco d'indigestioni sottoponendola à più alte contemplazioni. Cauatene se nulla vi è, che vi gusti, il resto giudicatelo, come più vi pare. Nel considerar tal volta, come andando il fuoco serpendo trà le minime particole di questo, e di quel metallo, che tanto saldamente si trouano congiunte, finalmente le separa, e disunisce; e come poi partendosi il fuoco tornano con la medesima tenacità di prima à ricongiugnersi senza diminuirsi punto la quantità nell'Oro, e pochissimo in altri metalli anco per lungo tempo, che restino distrutti, pensai, che ciò potesse accadere, perche le sottilissime particole del fuoco penetrando per gli angusti pori del metallo (trà i quali per la loro strettezza non potessero passare i minimi dell'aria, nè di molti altri fluidi) col riempiere i minimi Vacui trà esse frapposti liberassero le minime particole di quello dalla violenza, con la quale i medesimi Vacui l'una contro l'altra attraggono, proibendogli la separazione; e così potendosi liberamente muouere, la lor massa ne diuenisse fluida, e tale restasse, fin che gl'ignicoli trà esse dimorassero: partendosi poi quelli, e lasciando i pristini Vacui, tornasse la lor solita attrazzione, & in consequenza l'attaccamento delle parti. Et all'instanza del S. Simp. parmi, che si possa rispondere, che se bene tali Vacui sarebber piccolissimi, & in consequenza ciascheduno facile ad esser superato, tuttauia l'innumerabile moltitudine innumerabilmente (per così dire) multiplica le resistenze: e quale, e quanta sia la forza, che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta, porgacene euidentissimo argomento il veder noi vn peso di Milioni di libbre sostenuto da canapi grossissimi, cedere, e finalmente lasciarsi vincere, e solleuare dall'assalto de gl'innumerabili atomi di acqua, li quali ò spinti dall'Austro, ò pur che distesi in tenuissima nebbia si vadano mouendo per l'aria, vanno à cacciarsi*

trà

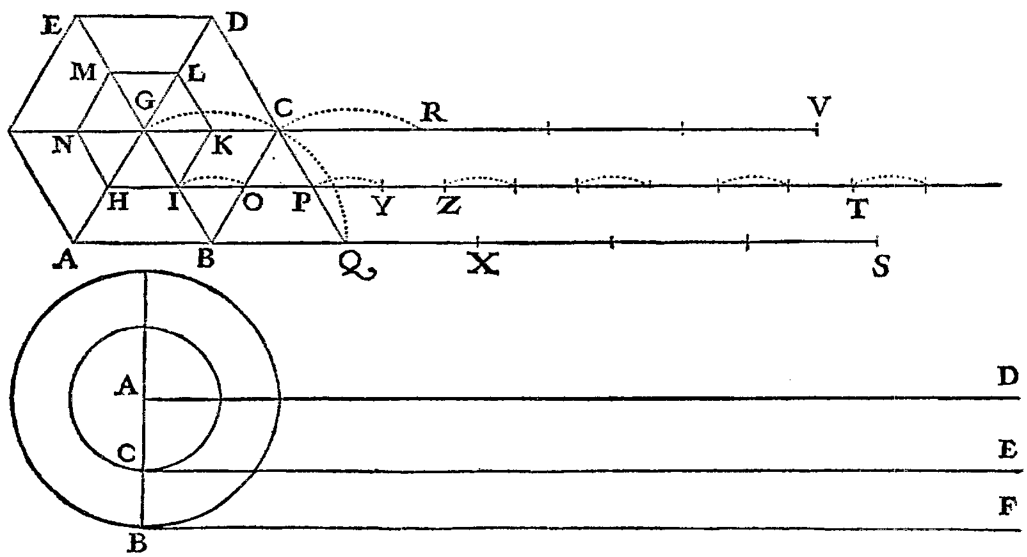
trà fibra, e fibra de i canapi tiratissimi, nè può l'immensa forza del pendente peso vietargli l'entrata; si che penetrando per gli angusti meati ingrossano le corde, e per consequenza le scorciano, onde la mole grauissima à forza vien solleuata.

Sagr. *Ei non è dubbio alcuno, che, mentre vna resistenza non sia infinita, può dalla moltitudine di minutissime forze esser superata; si che anco vn numero di formiche stracicherebbe per terra vna naue carica di grano: perche il senso ci mostra cotidianamente, che vna formica destramente porta vn granello; e chiara cosa è, che nella naue non sono infiniti granelli, mà compresi dentro à qualche numero, del quale se ne può prendere vn' altro quattro, e sei volte maggiore, al quale se se ne prenderà vn' altro di formiche eguale, e si porranno in opera, condurranno per terra il grano, e la naue ancora. E' ben vero, che bisognerà, che il numero sia grande, come anco per mio parere quello de i Vacui, che tengono attaccati i minimi del metallo.*

Salu. *Mà quando bisognasse, che fussero anche infiniti, l'hauete voi forse per impossibile?*

Sagr. *Nò, quando quel metallo fusse vna mole infinita: altrimenti.*

Salu. *Altrimenti che? Orsù già che si è messo mano à i Paradossi, veggiamo se in qualche maniera si potesse dimostrare, come in vna continua estensione finita non repugni il potersi ritrovar' infiniti Vacui: e nell' istesso tempo ci verrà se non altro, almeno arrecata vna soluzione del più ammirabil problema, che sia da Aristotele messo trà quelli, che esso medesimo addimanda ammirandi, dico trà le questioni Mecaniche; e la soluzione potrebbe esser per auuentura non meno esplicante, e concludente di quella, che egli medesimo ne arreca; e diuersa anco da quello, che molto acutamente vi considera il dottissimo Monsig. di Gueuara. Mà bisogna prima dichiarare vna Proposizione non toccata da altri, dalla quale depende lo scioglimento della questione, che poi, s'io non m'inganno, si tira dietro altre notizie nuoue, & ammirande; per intelligenza di che* *accuratamente descriueremo la figura: però Intendiamo vn poligono equilatero, & equiangolo di quanti lati esser si voglia, descritto intorno à questo centro* G, *e sia per hora vn Essagono* A B C D E F, *simile al quale, & ad esso concentrico ne descriueremo vn' altro minore, quale noteremo* H I K L M N, *e del maggiore si prolunghi vn lato* A B *indeterminatamente verso* S, *e del minore il rispondente lato* H I *sia verso la medesima parte similmente prodotto, segnando*



la linea H T *parallela all'* A S, *e per il centro passi l'altra alle medesime equidistante* G V. *Fatto questo intendiamo il maggior poligono riuolgersi sopra la linea* A S *portando seco l'altro poligono minore. E' chiaro che stando fisso il punto* B *termine del lato* A B, *mentre si comincia la reuoluzione, l'angolo* A *si solleuerà, e'l punto* C *s'abbasserà descriuendo l'arco* C Q, *sì che il lato* B C *si adatti alla linea à se stesso eguale* B Q: *mà in tal conuersione l'angolo* I *del minor poligono si eleuerà sopra la linea* I T *per esser la* I B *obliqua sopra l'* A S: *nè prima tornerà il punto* I *sù la parallela* I T, *se non quando*

quando il punto C *sarà peruenuto in* Q: *all' ora l'* I *sarà caduto in* O *dopo hauer descritto l'arco* I O *fuori della linea* H T, *& all' ora il lato* I K *sarà passato in* O P. *Mà il centro* G *trà tanto sempre hauerà caminato fuori della linea* G V, *sù la quale non sarà tornato, se non dopo hauer descritto l'arco* G C. *Fatto questo primo passo, il poligono maggiore sarà trasferito à posare co'l lato* B C. *sù la linea* B Q. *il lato* I K *del minore sopra la linea* O P *hauendo saltato tutta la parte* I O *senza toccarla, e'l centro* G *peruenuto in* C *facendo tutto il suo corso fuori della parallela* G V. *E finalmente tutta la figura si sarà rimessa in vn posto simile al primo; si che continuandosi la reuoluzione, e venendo al secondo passo il lato del maggior poligono* D C *si adatterà alla parte* Q X, *il* K L *del minore (hauendo prima saltato l'arco* P Y) *caderà in* Y Z, *& il centro procedendo sempre fuori della* G V *in essa caderà solamente in* R *dopo il gran salto* C R. *Et in ultimo finita vna intera conuersione, il maggior poligono haurà calcate sopra la sua* A S, *sei linee eguali al suo perimetro senza veruna interposizione, il poligono minore harà parimente impresse sei linee eguali all' ambito suo, mà discontinuate dall' interposizione di cinque archi, sotto i quali restano le corde: parti della parallela* H T *non tocche dal poligono; e finalmente il centro* G *non è conuenuto mai con la parallela* G V *saluo che in sei punti. Di quì potete comprendere, come lo spazio passato dal minor poligono è quasi eguale al passato dal maggiore, cioè la linea* H T *alla* A S, *della quale è solamente minore, quanto è la corda d'uno di questi archi, intendendo però la linea* H T *insieme con li spazii de i cinque archi. Hora questo, che vi hò esposto, e dichiarato nell' esempio di questi Essagoni, vorrei che intendeste accadere di tutti gli altri poligoni, di quanti lati esser si voglino, purche siano simili, concentrici, e congiunti; e che alla conuersion del maggiore s'intenda rigirarsi anco l'altro quanto si voglia minore; che intendeste, dico, le linee da essi passate esser prossimamente eguali, computando nello spazio passato dal minore gl'interualli sotto gli archetti non tocchi da parte veruna del perimetro di esso minor poligono. Passa dunque il* *gran*

gran poligono di mille lati, e misura consequentemente vna linea retta eguale al suo ambito; e nell'istesso tempo il piccolo passa vna prossimamente egual linea, mà interrottamente composta di mille particelle eguali à i suoi mille lati, con l'interposizione di mille spazii vacui; che tali possiamo chiamargli in relazione alle mille lineette toccate da i lati del poligono. Et il detto sin quì non hà veruna difficoltà, ò dubitazione. Mà ditemi, se intorno à vn centro, qual sia, v gr. questo punto A, *noi descriueremo due cerchi concentrici, & insieme vniti, e che da i punti* C B *de i lor semidiametri siano tirate le tangenti* C E, B F, *& ad esse per il centro* A *la parallela* A D, *intendendo girato il cerchio maggiore sopra la linea* B F *(posta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due* C E, A D*) compita che habbia vna reuoluzione, che hauerà fatto il minor cerchio, e che il centro? questo sicuramente hauerà scorsa, e toccata tutta la linea* A D, *e la circonferenza di quello hauerà con li suoi toccamenti misurata tutta la* C E, *facendo l'istesso, che fecero i poligoni di sopra: in questo solamente differenti, che la linea* H T *non fù tocca in tutte le sue parti dal perimetro del minor poligono, mà ne furon lasciate tante intatte con l'interposizione di vacui saltati, quante furon le parti tocche da i lati; mà quì ne i cerchi mai non si separa la circonferenza del minor cerchio dalla linea* C E, *sì che alcuna sua parte non venga tocca, nè mai quello, che tocca della circonferenza è manco del toccato nella retta. Hor come dunque può senza salti scorrere il cerchio minore vna linea tanto maggiore della sua circonferenza?*

Sagr. *Andaua pensando, se si potesse dire, che sì come il centro del cerchio esso solo stracicato sopra* A D *la tocca tutta essendo anco vn punto solo, così potessero i punti della circonferenza minore tirati dal moto della maggiore andare strascicandosi per qualche particella della linea* C E.

Salu. *Questo non può essere per due ragioni; prima perche non sarebbe maggior ragione, che alcuno de i toccamenti simili al* C *andassero stracicando per qualche parte della linea* C E, *& altri nò:*

e quan-

e quando questo fusse essendo tali toccamenti (perche son punti) infiniti gli strascichi sopra la C E *sarebbero infiniti, &, essendo quanti, sarebbero vna linea infinita, mà la* C E *è finita. L'altra ragione è, che mutando il cerchio grande nella sua conuersione continuamente contatto, non può non mutarlo parimente il minor cerchio, non si potendo da altro punto, che dal punto* B *tirare vna linea retta sino al centro* A.*e che passasse per il punto* C, *si che mutando contatto la circonferenza grande lo muta ancora la piccola, nè punto alcuno della piccola tocca più d'un punto della sua retta* C E, *oltre che anco nella conuersione de i poligoni nissun punto del perimetro del minore si adattaua à più d'un punto della linea, che dal medesimo perimetro veniua misurata, come si può facilmente intendere, considerando la linea* I K *esser parallela alla* B C, *onde sin che la* B C *non si schiaccia sopra la* B Q, *la* I K *resta solleuata sopra la* I P, *nè prima la calca, se non nel medesimo instante che la* B C *si vnisce con la* B Q, *& allora tutta insieme la* I K *si vnisce con la* O P, *e poi immediatamente se gli eleua sopra.*

Sagr. *Il negozio è veramente molto intrigato, nè à me souuiene scioglimento alcuno, però diteci quello, che à noi conuiene.*

Salu. *Io ricorrerei alla considerazione de i poligoni sopra considerati, l'effetto de' i quali è intelligibile, e di già compreso, e direi, che si come ne i poligoni di cento mila lati alla linea passata, e misurata dal perimetro del maggiore, cioè, da i cento mila suoi lati continuamente distesi, è eguale la misurata da i cento mila lati del minore, mà con l'interposizione di cento mila spazii vacui traposti: così direi ne i cerchi (che son poligoni di lati infiniti) la linea passata da gl' infiniti lati del cerchio grande, continuamente disposti, esser pareggiata in lunghezza dalla linea passata da gl' infiniti lati del minore, mà da questi con l'interposizion d'altrettanti vacui trà essi; e si come i lati non son quanti, mà bene infiniti, così gl' interposti vacui non son quanti, mà infiniti, quelli cioè infiniti punti tutti pieni, e questi infiniti punti parte pieni, e parte vacui. E quì voglio, che notiate come risoluendo, e diuidendo vna linea in parti* *quante, e per conſequenza numerate, non è poſſibile diſporle in vna eſtenſione maggiore di quella, che occupaua mentre ſtauano continuate, e congiunte, ſenza l'interpoſizione d'altrettanti ſpazii vacui, mà imaginandola riſoluta in parti non quante, cioè ne' ſuoi infiniti indiuiſibili la poſſiamo concepire diſtratta in immenſo ſenza l'interpoſizione di ſpazii quanti vacui, mà ſi bene d'infiniti indiuiſibili vacui. E queſto che ſi dice delle ſemplici linee, s'intenderà detto delle ſuperficie, e de corpi ſolidi, conſiderandogli compoſti di infiniti atomi non quanti; mentre gli vorremo diuidere in parti quante, non è dubbio, che non potremo diſporle in ſpazii più ampli del primo occupato dal ſolido ſe non con l'interpoſizione di ſpazii quanti vacui, vacui dico almeno della materia del ſolido: mà ſe intenderemo l'altiſſima, & vltima reſoluzione fatta ne i primi componenti non quanti, & infiniti, potremo concepire tali componenti diſtratti in ſpazio immenſo ſenza l'interpoſizione di ſpazii quanti vacui, mà ſolamente di vacui infiniti non quanti; & in queſta guiſa non repugna diſtrarſi, v. gr. vn piccolo globetto d'oro in vno ſpazio grandiſſimo ſenza ammettere ſpazii quanti vacui: tutta volta però, che ammettiamo l'Oro eſſer compoſto di infiniti indiuiſibili.*

Simp. *Parmi che voi caminiate alla via di quei vacui diſſeminati di certo Filoſofo antico.*

Salu. *Mà però voi non ſoggiugnete: Il quale negaua la prouidenza diuina: come in certo ſimil propoſito aſſai poco à propoſito ſoggiunſe vn tale antagoniſta del noſtro Accademico.*

Simp. *Veddi bene, e non ſenza ſtomaco, il liuore del mal'affetto contradittore; mà io non ſolamente per termine di buona creanza non toccherei ſimili taſti, mà perche sò quanto ſono diſcordi dalla mente ben temperata, e bene organizata di V. S. non ſolo religioſa, e pia, mà cattolica, e ſanta. Mà ritornando sù'l propoſito: Molte difficoltà ſento naſcermi da gli hauti diſcorſi, dalle quali veramente io non ſaprei liberarmi. E per vna mi ſi para auanti queſta, che ſe le circonferenze de i due cerchi ſono eguali alle due rette*

CE, BF,

CE, BF, *questa continuamente presa, e quella con l'interposizione d'infiniti punti vacui*, l'AD *descritta dal centro, che è vn punto solo in qual maniera si potrà chiamare ad esso eguale contenendone infiniti. In oltre quel comporre la linea di punti, il diuisibile di indiuisibili, il quanto di non quanti, mi paiono scogli assai duri da passargli: E l'istesso douer' ammettere il vacuo tanto concludentemente reprouato da Aristotele non manca delle medesime difficoltà.*

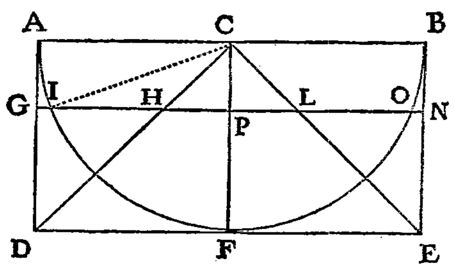
Salu. *Ci sono veramente coteste, e dell' altre: mà ricordiamoci, che siamo trà gl' infiniti, e gl' indiuisibili, quelli incomprensibili dal nostro intelletto finito per la lor grandezza, e questi per la lor piccolezza; con tuttociò veggiamo, che l'humano discorso non vuol' rimanersi dall' aggirarsegli attorno, dal che pigliando io ancora qualche libertà produrrei alcuna mia fantasticheria se non concludente necessariamente, almeno per la nouità apportatrice di qualche marauiglia: mà forse il diuertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parerui importuno, e però poco grato.*

Sagr. *Di grazia godiamo del benefizio, e priuilegio, che s'hà dal parlar con i viui, e tra gli amici, e più di cose arbitrarie, e non necessarie, differente dal trattar co' i libri morti, li quali ti eccitano mille dubbii, e nissuno te ne risoluono. Fateci dunque partecipi di quelle considerazioni, che il corso de i nostri ragionamenti vi soggerisce, che non ci mancherà tempo, mercè dell' esser noi disobbligati da funzioni necessarie, di continuar', e risoluere l'altre materie intraprese, & in particolare i dubbii toccati dal S. Simp. non si trapassino in tutti i modi.*

Salu. *Così si faccia, poiche tale è il vostro gusto: e cominciando dal primo, che fù, come si possa mai capire, che vn sol punto sia eguale ad vna linea, vedendo di non ci poter far' altro per ora, prouerò di quietare, ò almeno temperare vna improbabilità con vn' altra simile, ò maggiore, come taluolta vna marauiglia si attutisce con vn miracolo. E questo sarà col mostrarui due superficie eguali, & insieme due corpi pur eguali, e sopra le medesime dette superficie, come basi loro, collocati andarsi continuamente, & egualmente e* *queste, e quelli nel medesimo tempo diminuendo, restando sempre tra di loro eguali i loro residui, e finalmente andare si le superficie, come i solidi à terminare le lor perpetue egualità precedenti l'uno de i solidi con l'una delle superficie in vna lunghissima linea, e l'altro solido con l'altra superficie in vn sol punto; cioè questi in vn sol punto, e quelli in infiniti.*

Sagr. *Ammirabil proposta veramente mi par cotesta, però sentiamone l'esplicazione, e la dimostrazione.*

Salu. *E necessario farne la figura, perche la proua è pura Geometrica. Per tanto intendasi il mezzo cerchio* A F B, *il cui centro* C, *& intorno ad esso il parellelogrammo rettangulo* A D E B, *e dal centro à i punti* D E *siano tirate le rette linee* C D, C E; *Figurandoci poi il semidiametro* C F *perpendicolare à vna delle due* A B, D E *immobile intendiamo intorno à quello girarsi tutta questa figura; E manifesto, che dal rettangulo* A D E B *verrà descritto vn Cilindro, dal semicircolo* A F B *vna mezza sfera, e dal triangolo* C D E *vn Cono.*



Inteso questo, voglio che ci immaginiamo esser leuato via l'Emisferio, lasciando però il Cono, e quello che rimarrà del Cilindro, il quale dalla figura, che riterrà simile à vna scodella, chiameremo pure Scodella; della quale, e del Cono prima dimostreremo che sono eguali; e poi vn piano tirato parallelo al cerchio, che è base della Scodella, il cui diametro è la linea D E, *e centro* F, *dimostreremo tal piano, che passasse, v. gr. per la linea* G H *segando la Scodella ne i punti* G I, O N, *& il Cono ne punti* H L *tagliare la parte del Cono* C H L *eguale sempre alla parte della Scodella, il cui profilo ci rappresentano i triangoli* G A I, B O N, *e di più si prouerà la base ancora del medesimo Cono, cioè il cerchio, il cui diametro* H L *esser'*

eguale

eguale à quella circolar superficie, che è base della parte della Scodella, che è come se dicessimo vn nastro di larghezza, quanta è la linea G I *(notate intanto, che cosa sono le definizioni de i Matematici, che sono vna imposizion di nomi, ò vogliam dire abbreuiazioni di parlare, ordinate & introdotte per leuar lo stento tedioso, che voi, & io sentiamo di presente per non hauer conuenuto insieme di chiamar, v. gr. questa superficie nastro circolare, e quel solido acutissimo della scodella rasoio rotondo) hor comunque vi piaccia chiamargli, bastiui intendere che il piano prodotto per qualsiuoglia distanza, pur che sia parallelo alla base, cioè al cerchio il cui diametro* D E *taglia sempre i due solidi, cioè la parte del Cono* C H L, *e la superior parte della scodella eguali trà di loro: e parimente le due superficie basi di tali solidi, cioè il detto nastro, e'l cerchio* H L *pur trà loro eguali. Dal che ne segue la marauiglia accennata; cioè che se intenderemo il segante piano successiuamente inalzato verso la linea* A B, *sempre le parti de i solidi tagliate sono eguali, come anco le superficie, che son basi loro, pur sempre sono eguali, e finalmente alzando, e alzando, tanto li due solidi (sempre eguali) quanto le lor basi (superficie pur sempre eguali) vanno à terminare l'una coppia di loro in vna circonferenza di vn cerchio, e l'altra in vn sol punto; che tali sono l'orlo supremo della scodella, e la cuspide del cono. Or mentre che nella diminuzione de i due solidi si và fino all'vltimo mantenendo sempre tra essi la egualità, ben par conueniente il dire, che gli altissimi, & vltimi termini di tali menomamenti restino trà di loro eguali, e non l'uno infinitamente maggior dell'altro: par dunque che la circonferenza di vn cerchio immenso possa chiamarsi eguale à vn sol punto; e questo che accade ne i solidi, accade parimente nelle superficie basi loro, che esse ancora conseruando nella comune diminuzione sempre la egualità vanno in fine ad incontrare nel momento della loro vltima diminuzione, quella per suo termine la circonferenza di vn cerchio, e questa vn sol punto. Li quali perche non si deuon chiamare eguali, se sono le vltime reliquie, e vestigie lasciate da grandezze eguali? E notate appresso,* *che quando ben fussero tali vasi capaci de gl' immensi Emisferii celesti, tanto gli orli loro supremi, e le punte de i contenuti coni seruando sempre trà loro l'egualità andrebbero à terminare quelli in circonferenze eguali à quelle de i cerchi massimi de gli Orbi celesti, e questi in semplici punti. Onde conforme à quello, che tali specolazioni ne persuadono, anco tutte le circonferenze di cerchi quanto si voglia diseguali, posson chiamarsi tra loro eguali, e ciascheduna eguale à vn punto solo.*

Sagr. *La specolazione mi par tanto gentile, e peregrina, che io quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, che mi parrebbe vn mezzo sacrilegio lacerar si bella struttura calpestandola con qualche pedantesco affronto; però per intera sodisfazione recateci pur la proua, che dite Geometrica del mantenersi sempre l'egualità trà quei solidi, e quelle basi loro, che penso, che non possa esser se non molto arguta, essendo così sottile la filosofica meditazione, che da tal conclusione depende.*

Salu. *La dimostrazione è anco breue, & facile. Ripigliamo la segnata figura, nella quale per esser l'angolo* IPC *retto il quadrato del semidiametro* IC *è eguale alli due quadrati de i lati* IP, PC. *Mà il semidiametro* IC *è eguale alla* AC, *e questa alla* GP, *e la* CP *è eguale alla* PH; *adunque il quadrato della linea* GP *è eguale alli due quadrati delle* IP, PH, *e'l quadruplo a i quadrupli; cioè il quadrato del diametro* GN *è eguale alli due quadrati* IO, HL; *e perche i cerchi son trà loro, come i quadrati de lor diametri, il cerchio il cui diametro* GN *sarà eguale alli due cerchi, i cui diametri* IO, HL, *e tolto via il comune cerchio, il cui diametro* IO, *il residuo del cerchio* GN *sarà eguale al cerchio, il cui diametro è* HL. *E questo è quanto alla prima parte: quanto poi all' altra parte lasceremo per hora la dimostrazione, si perche volendola noi vedere la troueremo nella duodecima Proposizione del libro secondo* de centro grauitatis solidorum *posta dal S. Luca Valerio nuouo Archimede dell' età nostra, il quale per vn altro suo proposito se ne seruì; si perche nel caso nostro basta l'hauer veduto, come le superficie già dichiarate siano*

sempre

ſempre eguali; e che diminuendoſi ſempre egualmente vadano a terminare l'una in vn ſol punto, e l'altra nella circonferenza d'un cerchio maggiore anco di qualſiuoglia grandiſſimo perche in queſta conſequenza ſola verſa la noſtra marauiglia.

Sagr. *Ingegnoſa la dimoſtrazione, quanto mirabile la refleſſione fattaui ſopra. Hor ſentiamo qualche coſa circa l'altra difficoltà promoſſa dal S. Simp. ſe però hauete alcuna particolarità da dirui ſopra, che crederei che non poteſſe eſſere, eſſendo vna controuerſia ſtata tanto eſſagitata.*

Salu. *Haurò qualche mio penſiero particolare, replicando prima quel che poco fà diſſi, cioè, che l'infinito è per ſe ſolo da noi incomprenſibile, come anco gl' indiuiſibili: or penſate quel che ſaranno congiunti inſieme: e pur ſe vogliamo compor la linea di punti indiuiſibili biſogna fargli infiniti; e così conuiene apprender nel medeſimo tempo l'infinito, e l'indiuiſibile. Le coſe, che in più volte mi ſon paſſate per la mente in tal propoſito, ſon molte, parte delle quali, e forſe le più conſiderabili potrebb' eſſer, che così improuiſamente non mi ſoueniſſero, mà nel progreſſo del ragionamento potrà accadere che deſtando io a voi, & in particolare al S. Simp. obiezzioni, e difficoltà, eſſi all' incontro mi faceſſero ricordar di quello, che ſenza tale eccitamento reſtaſſe dormendo nella fantaſia; e però con la ſolita libertà ſia lecito produrre in mezzo i noſtri humani capricci, che tali meritamente poſſiamo nominargli in comparazione delle dottrine ſopranaturali, ſole vere, e ſicure determinatrici delle noſtre controuerſie, e ſcorte inerranti ne i noſtri oſcuri, e dubbii ſentieri, ò più toſto Labirinti.*

Tra le prime inſtanze, che ſi ſogliono produrre contro à quelli, che compongono il continuo d'indiuiſibili, ſuol' eſſer quella, che vno indiuiſibile aggiunto a vn' altro indiuiſibile non produce coſa diuiſibile; perche ſe ciò fuſſe, ne ſeguirebbe che anco l'indiuiſibile fuſſe diuiſibile, perche quando due indiuiſibili, come per eſempio due punti congiunti faceſſero vna quantità, qual ſarebbe vna linea diuiſibile, molto più ſarebbe tale vna compoſta di trè, di cinque, di ſette,

e di

e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo poi segabili in due parti eguali rendon segabile quell' indiuisibile, che nel mezzo era collocato. In questa, & altre obbiezzioni di questo genere si dà sodisfazione alla parte con dirgli, che non solamente due indiuisibili, mà nè dieci, nè cento, nè mille non compongono vna grandezza diuisibile, e quanta, mà si bene infiniti.

Simp. *Quì nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile; & è che sendo noi sicuri trouarsi linee vna maggior dell' altra, tutta volta che amendue contenghino punti infiniti bisogna confessare trouarsi nel medesimo genere vna cosa maggior dell' infinito; perche la infinità de i punti della linea maggiore eccederà l'infinità de i punti della minore. Ora questo darsi vn' infinito maggior dell' infinito mi par concetto da non poter' esser capito in verun modo.*

Salu. *Queste son di quelle difficoltà, che deriuano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl' infiniti, dandogli quelli attributi, che noi diamo alle cose finite, e terminate; il che penso, che sia inconueniente; perche stimo che questi attributi di maggioranza, minorità, & egualità non conuenghino a gl' infiniti, de i quali non si può dire vno esser maggiore, ò minore, ò eguale all' altro; per proua di che già mi souuenne vn si fatto discorso, il quale per più chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al S. Simp. che hà mossa la difficoltà.*

Io suppongo che voi benissimo sappiate, quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

Simp. *Sò benissimo, che il numero quadrato è quello, che nasce dalla moltiplicazione d'un altro numero in se medesimo, e così il quattro, il noue, son numeri quadrati nascendo quello dal dua, e questo dal trè in se medesimi moltiplicati.*

Salu. *Benissimo; E sapete ancora, che si come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè, quelli che si multiplicano, si chiamano lati, ò radici, gli altri poi, che non nascono da numeri multiplicati in se stessi non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti comprendendo i quadrati, e i non quadrati esser*

esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima; non è così?

Simp. *Non si può dir altrimenti.*

Salu. *Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti, quante sono le proprie radici, auuenga che ogni quadrato hà la sua radice, ogni radice il suo quadrato, nè quadrato alcuno hà più d'una sola radice, nè radice alcuna più d'un quadrato solo.*

Simp. *Così stà.*

Salu. *Mà se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare, che elle non siano, quante tutti i numeri, poiche non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato: E stante questo conuerrà dire, che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poiche tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri; e pur da principio dicemmo tutti i numeri esser assai più, che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati; e pur tuttauia si và la moltitudine de i quadrati sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto à maggior numeri si trapassa; perche fino à cento vi sono dieci quadrati, che è quanto à dire, la decima parte esser quadrati: in dieci mila solo la centesima parte son quadrati: in vn millione solo la millesima, e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire tanti essere i quadrati, quanti tutti i numeri insieme.*

Sagr. *Che dunque si hà da determinare in questa occasione?*

Salu. *Io non veggo che ad altra decisione si possa venire, che à dire infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici: nè la moltitudine de' quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, nè questa maggior di quella; & in vltima conclusione gli attributi di eguale, maggiore, e minore non hauer luogo ne gl' infiniti, mà solo nelle quantità terminate. E però quando il S. Simp. mi propone più linee diseguali, e mi domanda come possa essere, che nelle maggiori non siano più punti, che nelle minori, io gli rispondo, che non ve ne sono nè più nè manco, nè altrettanti; mà in* *ciascheduna infiniti. O veramente se io gli rispondessi i punti nell' vna esser quanti sono i numeri quadrati; in vn' altra maggiore, quanti tutti i numeri; in quella piccolina, quanti sono i numeri cubi, non potrei io hauergli dato sodisfazione col porre più in vna che nell' altra, e pure in ciascheduna infiniti? e questo è quanto alla prima difficoltà.*

Sagr. *Fermate in grazia, e concedetemi, che io aggiunga al detto sin quì vn pensiero, che pur ora mi giugne; e questo è che stanti le cose dette sin quì parmi, che non solamente non si possa dire vn' infinito esser maggiore d'un' altro infinito, mà nè anco che e' sia maggior d'un finito, perche se'l numero infinito fusse maggiore, v. gr. del Millione, ne seguirebbe, che passando dal Millione ad altri, & ad altri continuamente maggiori si camminasse verso l'infinito; il che non è; anzi per l'opposito à quanto maggiori numeri facciamo passagio, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; perche ne i numeri quanto più si pigliano grandi, sempre più, e più rari sono i numeri quadrati in essi contenuti, mà nel numero infinito i quadrati non possono esser manco che tutti i numeri, come pur' ora si è concluso: adunque l'andar' verso numeri sempre maggiori, e maggiori è vn discostarsi dal numero infinito.*

Salu. *E così dal vostro ingegnoso discorso si conclude gli attributi di maggiore, minore, ò eguale non hauer luogo non solamente tra gl' infiniti, mà nè anco trà gl' infiniti, e i finiti.*

Passo hora ad vn' altra considerazione, & è che stante che la linea, & ogni continuo sian diuisibili in sempre diuisibili, non veggo, come si possa sfuggire la composizione essere di infiniti indiuisibili: perche vna diuisione, e subdiuisione che si possa proseguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perche altramente la subdiuisione sarebbe terminabile; e l'esser le parti infinite si tira in consequenza l'esser non quante; perche quanti infiniti fanno vn' estensione infinita; e così habbiamo il continuo composto d'infiniti indiuisibili.

Simp. *Mà se noi possiamo proseguir sempre la diuisione in parti*

quante,

quante, che necessità habbiamo noi di douer per tal rispetto introdur le non quante?

Salu. *L'istesso poter proseguir perpetuamente la diuisione in parti quante induce la necessità della composizione di infiniti non quanti. Imperoche venendo più alle strette io vi domando, che resolutamente mi diciate, se le parti quante nel continuo per vostro credere son finite, ò infinite?*

Simp. *Io vi rispondo esser infinite, e finite: infinite in potenza, e finite in atto. Infinite in potenza, cioè innanzi alla diuisione; mà finite in atto, cioè dopo che son diuise, perche le parti non s'intendono attualmente esser nel suo tutto se non dopo esser diuise, ò almeno segnate; altramente si dicono esserui in potenza.*

Salu. *Si che vna linea lunga, v. gr. venti palmi non si dice contener venti linee di vn palmo l'una attualmente se non dopo la diuisione in venti parti eguali: mà per auanti si dice contenerle solamente in potenza. Hor sia, come vi piace: e ditemi se fatta l'attual diuisione di tali parti quel primo tutto cresce, ò diminuisce, ò pur resta della medesima grandezza?*

Simp. *Non cresce, nè scema.*

Salu. *Così credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo ò vi siano in atto, ò vi siano in potenza non fanno la sua quantità maggiore, nè minore: mà chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel lor tutto, se sono infinite, lo fanno di grandezza infinita, adunque parti quante benche in potenza solamente infinite, non possono esser contenute, se non in vna grandezza infinita; adunque nella finita parti quante infinite nè in atto, nè in potenza possono esser contenute.*

Sagr. *Come dunque potrà esser vero, che il continuo possa incessabilmente diuidersi in parti capaci sempre di nuoua diuisione?*

Salu. *Par che quella distinzione d'atto, e di potenza vi renda fattibile per vn verso quel, che per vn' altro sarebbe impossibile. Mà io vedrò d'aggiustar meglio queste partite con fare vn' altro computo. Et al quesito, che domanda, se le parti quante nel conti-*

nuo terminato sian finite, ò infinite, risponderò tutto l'opposito di quel, che rispose dianzi il S. Simp. cioè non esser nè finite, nè infinite.

Simp. *Ciò non harei saputo mai risponder' io, non pensando che si trouasse termine alcuno mezzano tra'l finito, e l'infinito; si che la diuisione, ò distinzione che pone vna cosa ò esser finita, ò infinita, fusse mancheuole, e difettosa.*

Salu. *A me par ch'ella sia, e parlando delle quantità discrete, parmi che tra le finite, e l'infinite ci sia vn terzo medio termine, che è il Rispondere ad ogni segnato numero: si che domandato nel presente proposito, se le parti quante nel continuo siano finite, ò infinite, la più congrua risposta sia il dire non esser nè finite, ne infinite, mà tante che rispondono ad ogni segnato numero: per il che fare è necessario, che elle non siano comprese dentro à vn limitato numero, perche non risponderebbono ad vn maggiore; mà nè anco è necessario, che elle siano infinite, perche niuno assegnato numero è infinito. E così ad arbitrio del domandante vna proposta linea gliela potremo assegnare in cento parti quante, e in mille, e in cento mila conforme à qual numero più gli piacerà: mà diuisa in infinite questo non già. Concedo dunque à i Signori Filosofi, che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto che le contenga in atto, ò in potenza à lor gusto, e bene placito: mà gli soggiungo poi, che nel modo che in vna linea di dieci canne si contengono dieci linee d'una canna l'una, e quaranta d'un braccio l'una, e ottanta di mezzo braccio, così contiene ella punti infiniti; chiamategli poi in atto, ò in potenza come più vi piace, che io S. Simp. in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio, e giudizio.*

Simp. *Io non posso non laudare il vostro discorso: mà hò gran paura, che questa parità dell'esser contenuti i punti, come le parti quante, non corra con intera puntualità; nè che à voi sarà così ageuole il diuidere la proposta linea in infiniti punti come à quei Filosofi in dieci canne, ò in quaranta braccia, anzi hò per impossibile del tutto il ridurr' ad effetto tal diuisione; si che questa*

sarà

farà vna di quelle potenze, che mai non si riducono in atto.

Salu. *L'esser' vna cosa fattibile se non con fatica, ò diligenza, ò in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perche penso che voi altresi non così ageuolmente vi sbrigherete da vna diuisione da farsi d'una linea in mille parti, e molto meno douendo diuiderla in 937, ò altro gran numero primo. Mà se questa, che voi per auuentura stimate diuisione impossibile, io ve la riducesse à così spedita, come se altri la douesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammetterla più placidamente nella nostra conuersazione?*

Simp. *Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piaceuolezza; & al quesito vi rispondo, che la facilità mi parrebbe grande più che à bastanza, quando il risoluerla in punti non fusse più laborioso, che in diuiderla in mille parti.*

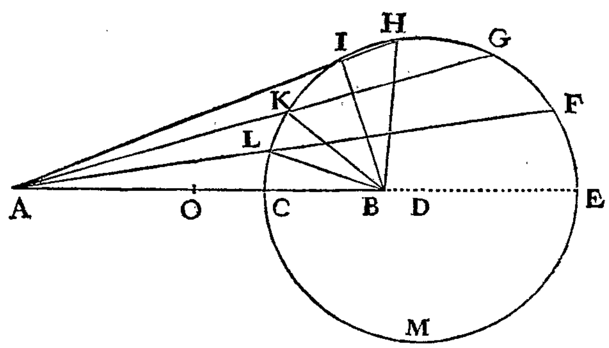
Salu. *Quì voglio dirui cosa, che forse vi farà marauigliare in proposito del volere, ò poter risoluer la linea ne suoi infiniti, tenendo quell' ordine, che altri tiene nel diuiderla in quaranta, sessanta, ò cento parti, cioè con l'andarla diuidendo in due, e poi in quattro, col qual' ordine chi credesse di trouare i suoi infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perche con tal progresso nè men' alla diuision di tutte le parti quante si peruerrebbe in eterno; mà de gli indiuisibili, tanto è lontano il poter giugner per cotale strada al cercato termine, che più tosto altri se ne discosta, e mentre pensa col continuar la diuisione, e col multiplicar la moltitudine delle parti, di auuicinarsi alla infinità, credo che sempre più se n'allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso hauto poco fà concludemmo, che nel numero infinito bisognaua che tanti fussero i quadrati, ò i cubi, quanti tutti i numeri, poiche e questi, e quelli tanti sono, quante le radici loro, e radici son tutti i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliauano, tanto più radi si trouauano in essi i lor quadrati, e piu radi ancora i lor cubi; adunque è manifesto, che à quanto maggiori numeri noi trapassiamo, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne seguita, che tornando in dietro (poiche tal progresso sempre più ci allontana dal termine* *ricercato) se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l'unità; e veramente in essa son quelle condizioni, e necessarii requisiti del numero infinito, dico, del contener in se tanti quadrati, quanti cubi, e quanti tutti i numeri.*

Simp. *Io non capisco bene, come si deua intender questo negozio.*

Salu. *Il negozio non hà in se dubbio veruno, perche l'unità è quadrato, è cubo, è quadrato quadrato, e tutte le altre dignità; ne vi è particolarità veruna essenziale à i quadrati, à i cubi, che non conuenga all'vno; come, v. gr. proprietà di due numeri quadrati è l'hauer trà di loro vn numero medio proporzionale: pigliate qualsiuoglia numero quadrato per l'uno de termini, e per l'altro l'unità, sempre ci trouerete vn numero medio proporzionale. Siano due numeri quadrati, 9 & 4, eccoui tra'l 9 e l'uno, medio proporzionale il 3, fra'l 4 e l'uno media il 2, e trà i due quadrati 9 e 4 vi è il 6 in mezzo. Proprietà de i cubi è l'esser tra essi necessariamente due numeri medii proporzionali. Ponete 8, e 27 già trà loro son medii 12, e 18, e trà l'uno, e l'8 mediano il 2, e'l 4, trà l'uno, e'l 27 il 3 e'l 9. Concludiamo per tanto non ci essere altro numero infinito, che l'unità. E queste sono delle marauiglie, che superano la capacità della nostra immaginazione, e che deuriano farci accorti, quanto grauemente si erri, mentre altri voglia discorrere intorno à gl'infiniti con quei medesimi attributi, che noi vsiamo intorno à i finiti, le nature de i quali non hanno veruna conuenienza trà di loro. In proposito di che non voglio taceruì vn mirabile accidente, che pur hora mi souuiene, esplicante l'infinita differenza, anzi repugnanza, e contrarietà di natura, che incontrerebbe vna quantità terminata nel trapassar' all'infinita. Segniamo questa linea retta* A B *di qualsiuoglia lunghezza; e preso in lei qualsiuoglia punto* C, *che in parti disegualì la diuida: Dico, che partendosi coppie di linee da i termini* A B, *che ritenendo frà di loro la medesima proporzione, che hanno le parti* A C, B C *vadiano à concorrere insieme, i punti de i lor concorsi andranno tutti nella circonferenza di vn medesimo cerchio:*

come

come per esempio, partendosi le A L, B L *da i punti* A B, *& hauendo trà di loro la medesima proporzione, che hanno le parti* A C, B C, *& andando à concorrere nel punto* L, *e ritenendo l'istessa proporzione altre due* A K, B K, *concorrendo in* K *altre* A I, B I, A H, H B, A G, G B, A F, F B, A E, E B, *dico che i punti de i concorsi* L, K, I, H, G, F, E *cascano tutti nella circonferenza di vn istesso*



cerchio: talche se ci immagineremo il punto C *muouersi continuamente con tal legge, che le linee da esso prodotte fino à i termini fissi* A B *mantenghino sempre la proporzione medesima, che hanno le prime parti* A C, C B, *tal punto* C *descriuerà la circonferenza d'un cerchio, come appresso vi dimostrerò. Et il cerchio in cotal modo descritto sarà sempre maggiore, e maggiore infinitamente, secondo che il punto* C *sarà preso più vicino al punto di mezzo che sia* O, *e minore sarà quel cerchio, che dal punto più vicino all' estremità* B *sarà descritto; in maniera che da i punti infiniti, che pigliar si possono nella linea* O B, *si descriueranno cerchi (mouendogli con l'esplicata legge) di qualsiuoglia grandezza, minori della luce dell' occhio d'una pulce, e maggiori dell' Equinoziale del primo Mobile. Hora se alzandosi qualsiuoglia de i punti compresi tra i termini* O B *da tutti si descriuono cerchi, e immensi da i punti prossimi all'* O *alzando l'istesso* O *e continuando di muouerlo con l'osseruanza dell' istesso decreto, cioè che le linee da esso prodotte fino à i termini* A B *riten-*

ritenghino la proporzione, che hanno le prime linee A O, O B, *che linea verrà segnata? Segnerassi la circonferenza d'un cerchio, mà d'un cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di vn cerchio dunque infinito; mà si segna anco vna linea retta, e perpendicolare sopra la* B A *eretta dal punto* O, *e prodotta in infinito senza mai tornare a riunire il suo termine vltimo col suo primo, come ben tornauano l'altre; imperoche la segnata per il moto limitato del punto* C *dopo segnato il mezzo cerchio superiore* C H E, *continuaua di segnare l'inferiore* E M C *riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto* C. *Mà il punto* O *mossosi per segnar come tutti gli altri della linea* A B *(perche i punti presi nell' altra parte* O A *descriueranno essi ancora i lor cerchi, & i massimi i punti prossimi all'* O) *il suo cerchio per farlo massimo di tutti, e per consequenza infinito, non può più ritornare nel suo primo termine, & in somma descriue vna linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora, qual differenza sia da vn cerchio finito à vn' infinito, poiche questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere, e il poter' essere; che già ben chiaramente comprendiamo non si poter dare vn cerchio infinito; il che si tira poi in consequenza nè meno poter' essere vna sfera infinita, nè altro qualsiuoglia corpo, ò superficie figurata, e infinita. Hor che diremo dì cotali metamorfosi nel passar dal finito all' infinito? E perche douiamo sentir repugnanza maggiore mentre cercando l'infinito ne i numeri andiamo à concluderlo nell' vno? E mentre che rompendo vn solido in molte parti, e seguitando di ridurlo in minutissima poluere, risoluto che si fusse ne gl' infiniti suoi atomi non più diuisibili, perche non potremmo dire quello esser ritornato in vn solo continuo, mà forse fluido, come l'acqua, o'l mercurio, o'l medesimo metallo liquefatto? E non vediamo noi le pietre liquefarsi in vetro, & il vetro medesimo co'l molto fuoco farsi fluido più che l'acqua?*

Sagr. *Douiamo dunque credere i fluidi esser tali, perche sono risoluti ne i primi infiniti, indiuisibili suoi componenti?*

Salu. *Io non sò trouar miglior ripiego per risoluer' alcune sen-*

sate

ſate apparenze, tra le quali vna è queſta. Mentre io piglio vn corpo duro ò ſia pietra, ò metallo, e che con martello, ò ſottiliſſima lima lo vò al poſſibile diuidendo in minutiſſima, & impalpabile poluere, chiara coſa è che i ſuoi minimi ancor che per la lor piccolezza ſiano impercettibili a vno a vno dalla noſtra viſta, e dal tatto: tuttauia ſon' eglino ancor quanti, figurati, e numerabili; e di eſſi accade, che accumulati inſieme ſi ſoſtengono ammucchiati; e ſcauati ſino à certo ſegno, reſta la cauità ſenza che le parti d'intorno ſcorrano à riempierla; agitati, e commoſſi ſubito ſi fermano, tantoſto che il motore eſterno gli abbandona. E queſti medeſimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpuſculi maggiori, e maggiori, e di ogni figura ancor che sferica, come veggiamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo, e d'ogni altra materia. Mà ſe noi tenteremo di vedere tali accidenti nell' acqua, niſſuno ve ne troueremo, mà ſolleuata immediatamente ſi ſpiana, ſe da vaſo, ò altro eſterno ritegno non ſia ſoſtenuta; incauata ſubito ſcorre à riempier la cauità, & agitata per lunghiſſimo tempo và fluttuando, e per ſpazii grandiſſimi diſtendendo le ſue onde. Da queſto mi par di potere molto ragioneuolmente arguire i minimi dell' acqua, ne i quali ella pur ſembra eſſer riſoluta (poiche hà minor conſiſtenza di qualſiuoglia ſottiliſſima poluere, anzi non hà conſiſtenza niſſuna) eſſer differentiſſima da i minimi quanti, e diuiſibili; nè ſaprei ritrouarci altra differenza, che l'eſſer' indiuiſibili. Parmi anco che la ſua eſquiſitiſſima traſparenza ce ne porga aſſai ferma coniettura; perche ſe noi piglieremo del più traſparente criſtallo che ſia, e lo cominceremo à rompere, e peſtare, ridotto in poluere, perde la traſparenza, e ſempre più quanto più ſottilmente ſi trita; mà l'acqua che pure è ſommamente trita, è anco ſommamente diafana. L'Oro, e l'Argento con acque forti poluerizati più ſottilmente, che con qualſiuoglia lima, pur reſtano in poluere, mà non diuengon fluidi; nè prima ſi liquefanno che gl' indiuiſibili del fuoco, ò de i raggi del ſole gli diſſoluono, credo, ne i lor primi altiſſimi componenti infiniti, indiuiſibili.

Sagr. *Questo che V. S. hà toccato della luce, hò io più volte veduto con marauiglia, veduto, dico, con vno specchio concauo di trè palmi di diametro liquefare il piombo in vn' instante; onde io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo e ben terso, e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in breuissimo tempo, vedendo che quello, nè molto grande, nè ben lustro, e di cauità sferica con tanta forza liquefaceua il piombo, & abbruciaua ogni materia combustibile: effetti che mi rendon credibili le marauiglie de gli specchi d'Archimede.*

Salu. *Intorno à gli effetti de gli specchi d'Archimede mi rese credibile ogni miracolo, che si legge in più Scrittori, la lettura de i libri dell'istesso Archimede già da me con infinito stupore letti, e studiati: e se nulla di dubbio mi fusse restato, quello che vltimamente hà dato in luce intorno allo specchio vstorio il P. Buor^a. Cau^ri. e che io con ammirazione hò letto, è bastato à cessarmi ogni difficoltà.*

Sagr. *Veddi ancor' io cotesto trattato, e con gusto, e marauiglia grande lo lessi, e perche per auanti haueuo conoscenza della persona mi andai confermando nel concetto, che di esso haueuo già preso, ch' ei fusse per riuscire vno de principali Matematici dell' età nostra. Mà tornando all' effetto marauiglioso de i raggi Solari nel liquefare i metalli douiamo noi credere, che tale, e si veemente operazione sia senza moto, ò pur che sia con moto, mà velocissimo?*

Salu. *Gli altri incendii, e dissoluzioni veggiamo noi farsi con moto, e con moto velocissimo. Vegghansi le operazioni de i fulmini, della poluere nelle mine, e ne i petardi, & in somma quanto il velocitar co'i mantici la fiamma de i carboni mista con vapori grossi, e non puri accresca di forza nel liquefar' i metalli: onde io non saprei intendere che l'azzione della luce benche purissima potesse esser senza moto, & anco velocissimo.*

Sagr. *Mà quale, e quanta douiamo noi stimare, che sia questa velocità del lume? forse instantanea, momentanea, ò pur come gli altri mouimenti temporanea? nè potremo con esperienza assicurarci qual' ella sia?*

Simp.

Simp. *Mostra l'esperienza quotidiana l'espansion del lume esser instantanea; mentre che vedendo in gran lontananza sparar vn' Artiglieria lo splendor della fiamma senza interposizion di tempo si conduce à gli occhi nostri, mà non già il suono all' orecchie se non dopo notabile interuallo di tempo.*

Sagr. *Eh' Sig. Simp. da cotesta notissima esperienza non si raccoglie altro, se non che il suono si conduce al nostro vdito men breue di quello, che si conduca il lume; mà non mi assicura se la venuta del lume sia per ciò instantanea più che temporanea, mà velocissima. Ne simile osseruazione conclude più che l'altra di chi dice: subito giunto il Sole all' orizonte arriua il suo splendore à gli occhi nostri: imperò che chi mi assicura, che prima non giugnessero i suoi raggi al detto termine che alla nostra vista?*

Salu. *La poca concludenza di queste, e di altre simili osseruazioni mi fece vna volta pensare à qualche modo di poterci senza errore accertar, se l'illuminazione, cioè se l'espansion del lume fusse veramente instantanea; poiche il moto assai veloce del suono ci assicura quella della luce non poter'esser se non velocissima. E l'esperienza, che mi souuenne, fù tale. Voglio che due piglino vn lume per vno, il quale tenendolo dentro lanterna, ò altro ricetto, possino andar coprendo, e scoprendo con l'interposizion della mano alla vista del compagno; e che ponendosi l'uno incontro all' altro in distanza di poche braccia vadano addestrandosi nello scoprire, & occultare il lor lume alla vista del compagno: si che quando l'uno vede il lume dell' altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza dopo alcune risposte fattesi scambieuolmente verrà loro talmente aggiustata, che senza sensibile suario alla scoperta dell' vno risponderà immediatamente la scoperta dell' altro, si che quando l'uno scuopre il suo lume vedrà nell' istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell' altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza ponganasi i due medesimi compagni con due simili lumi in lontananza di due, ò tre miglia; e tornando di notte à far l'istessa esperienza vadano osseruando attentamente se le risposte delle loro* *ſcoperte, & occultazioni ſeguono ſecondo l'iſteſſo tenore, che faceuano da vicino; che ſeguendo ſi potrà aſſai ſicuramente concludere l'eſpanſion del lume eſſere inſtantanea; che quando ella ricercaſſe tempo, in vna lontananza di trè miglia, che importano ſei per l'andata d'un lume, e venuta dell' altro, la dimora dourebbe eſſer' aſſai oſſeruabile. E quando ſi voleſſe far tal' oſſeruazione in diſtanze maggiori, cioè di otto, ò dieci miglia, potremo ſeruici del Teleſcopio, aggiuſtandone vn per vno gli oſſeruatori al luogo, doue la notte ſi hanno à mettere in pratica i lumi, li quali ancor che non molto grandi, e per ciò inuiſibili in tanta lontananza all' occhio libero, mà ben facili à coprirſi, e ſcoprirſi, con l'aiuto de i Teleſcopii già aggiuſtati, e fermati potranno eſſer commodamente veduti.*

Sagr. *L'eſperienza mi pare d'inuenzione non men ſicura, che ingegnoſa, mà diteci quello che nel praticarla hauete concluſo.*

Salu. *Veramente non l'ho ſperimentata ſaluo che in lontananza piccola, cioè manco d'un miglio, dal che non hò potuto aſſicurarmi ſe veramente la comparſa del lume oppoſto ſia inſtantanea; mà ben, ſe non inſtantanea, velociſſima, e direi momentanea è ella; e per ora l'aſſimiglierei à quel moto, che veggiamo farſi dallo ſplendore del baleno veduto trà le nugole lontane otto, ò dieci miglia: del qual lume diſtinguiamo il principio, e dirò, il capo, e fonte in vn luogo particolare trà eſſe nugole; mà bene immediatamente ſegue la ſua eſpanſione ampliſſima per le altre circoſtanti: che mi pare argomento quella farſi con qualche poco di tempo; perche quando l'illuminazione fuſſe fatta tutta inſieme, e non per parti, non par che ſi poteſſe diſtinguer la ſua origine, e dirò il ſuo centro dalle ſue falde, e dilatazioni eſtreme. Mà in quai pelaghi ci andiamo noi inauuertentemente pian piano ingolfando? trà i vacui, trà gl' infiniti, trà gl' indiuiſibili, trà i mouimenti inſtantanei, per non poter mai dopo mille diſcorſi giugnere à riua?*

Sagr. *Coſe veramente molto sproporzionate al noſtro intendimento. Ecco l'infinito cercato trà i numeri par che vadia à terminar nell' vnità: da gl' indiuiſibili naſce il ſempre diuiſibile: il vacuo*

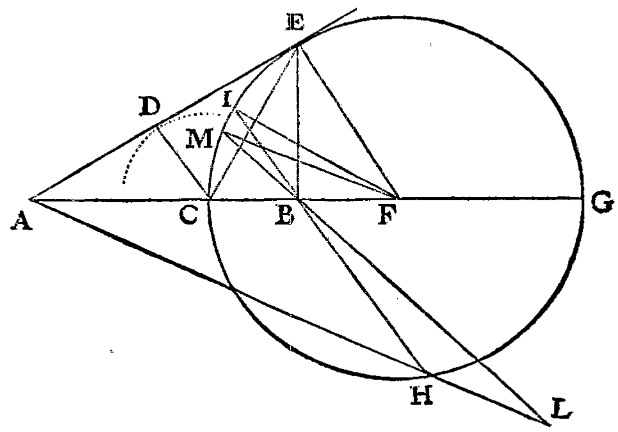
non

non par, che risegga se non indiuisibilmente mescolato tra'l pieno; & in somma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che sin' alla circonferenza d'un cerchio douenta vna linea retta infinita, che s'io hò ben tenuto à memoria, è quella Proposizione che voi S. Salu. doueui con Geometrica dimostrazione far manifesta. Però quando vi piaccia, sarà bene senza più digredire arrecarcela.

Salu. *Eccomi à seruirle dimostrando per piena intelligenza il seguente Problema: Data vna linea retta diuisa secondo qualsiuoglia proporzione in parti diseguali, descriuere vn cerchio, alla cui circonferenza prodotte à qualsiuoglia punto di essa due linee rette da i termini della data linea ritenghino la proporzion medesima, che hanno trà di loro le parti di essa linea data si che omologhe siano quelle, che si partono da i medesimi termini.*

Sia la data retta linea A B, *diuisa in qualsiuoglia modo in parti diseguali nel punto* C, *bisogna descriuere il cerchio, à qualsiuoglia punto, della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini* A B *habbiano trà di loro la propozion medesima, che hanno tra di loro le parti* A C, B C, *si che omologhe sian quelle che si partono dall' istesso termine. Sopra'l centro* C *con l'interuallo della minor parte* C B *intendasi descritto vn cerchio, alla circonferenza del quale venga tangente dal punto* A *la retta* A D *indeterminatamente prolongata verso* E, *e sia il contatto in* D, *e congiungasi la* C D, *che sarà perpendicolare alla* A E, *& alla* B A *sia perpendicolare la* B E, *la quale prodotta concorrerà con la* A E, *essendo l'angulo* A *acuto: sia il concorso in* E, *di doue si ecciti la perpendicolare alla* A E, *che prodotta vadia à concorrere con la* A B *infinitamente prolungata in* F. *Dico primieramente le due rette* F E, F C *esser eguali: imperò che tirata la* E C *haremo ne i due triangoli* D E C, B E C *li due lati dell' vno* D E, E C *eguali alli due dell' altro* B E, E C *essendo le due* D E, E B *tangenti del cerchio* D B, *e le basi* D C, C B *parimente eguali; onde li due angoli* D E C, B E C *saranno eguali. E perche all' angolo* B C E *per esser retto manca quanto è l'angolo* C E B

& all' angolo C E F *pur per esser retto manca quanto è l'angolo* C E D, *essendo tali mancamenti eguali, gli angoli* F C E, F E C *saranno eguali, & in consequenza i lati* F E, F C, *onde fatto centro*



il punto F, *e con l'interuallo* F E *descriuendo vn cerchio passerà per il punto* C. *Descriuasi, e sia* C E G. *Dico, questo esser il cerchio ricercato, à qualsiuoglia punto della circonferenza del quale ogni coppia di linee, che vi concorrano partendosi da i termini* A B, *haranno la medesima proporzione trà di loro, che hanno le due parti* A C, B C, *le quali di già vi concorrono nel punto* C. *Questo delle due, che concorrono nel punto* E, *cioè delle* A E, B E, *è manifesto; essendo l'angolo* E *del triangolo* A E B *diuiso in mezzo dalla* C E, *per lo che qual proporzione ha la* C *alla* C B, *tale hà la* A E *alla* B E. *L'istesso proueremo delle due* A G, B G *terminate nel punto* G. *Imperò che essendo (per la similitudine de' triangoli* A F E, E F B*) come* A F *ad* F E, *così* E F *ad* F B *cioè come* A F *ad* F C, *così* C F *ad* F B, *sarà diuidendo come* A C *à* C F *(cioè ad* F G*) così* C B *à* B F, *e tutta* A B *à tutta* B G, *come vna* C B *ad vna* B F, *e componendo come* A G *à* G B, *così* C F *ad* F B, *cioè* E F *ad* F B, *cioè* A E *ad* E B, *&* A C *à* C B, *il che bisognaua prouare. Prendasi hora qualsiuoglia altro punto nella circonferenza, e sia* H, *al quale concorrano le due* A H, B H.

Dico

Dico parimente come A C *à* C B*, così essere* A H *ad* H B. *Prolunghisi* H B *sino alla circonferenza in* I*, e congiungasi* I F. *E perche già si è visto come* A B *à* B G *così essere* C B *à* B F*, sarà il rettangolo* A B F *eguale al rettangolo* C B G*, cioè* I B H*, e però come* A B *à* B H *così* I B *à* B F*, e sono gli angoli al* B *eguali, adunque* A H *ad* H B *stà come* I F*, cioè* E F *ad* F B *&* A E *ad* E B.

Dico oltre à ciò, che è impossibile, che le linee, che habbiano tal proporzione partendosi da i termini A B*, concorrano à verun punto ò dentro, ò fuori del cerchio* C E G. *Imperò che, se è possibile, concorrano due tali linee al punto* L *posto fuori: e siano le* A L, B L*, e prolunghisi la* L B *sino alla circonferenza in* M*, e congiungasi* M F. *Se dunque la* A L *alla* B L *è come la* A C *alla* B C*, cioè come la* M F *alla* F B*, haremo due triangoli* A L B, M F B*, li quali intorno alli due angoli* A L B, M F B *hanno i lati proporzionali, gli angoli alla cima nel punto* B *eguali, e li due rimanenti* F M B, L A B *minori che retti (imperò che l'angolo retto al punto* M *hà per base tutto il diametro* C G*, e non la sola parte* B F*, e l'altro al punto* A *è acuto, perche la linea* A L *omologa della* A C *è maggiore della* B L *omologa della* B C*) adunque i triangoli* A B L, M B F *son simili: e però come* A B *à* B L*, così* M B *à* B F*, onde il rettangolo* A B F *sarà eguale al rettangolo* M B L*; mà il rettangolo* A B F *s'è dimostrato eguale al* C B G*; adunque il rettangolo* M B L *è eguale al rettangolo* C B G*, il che è impossibile; adunque il concorso, non può cader fuor del cerchio. E nel medesimo modo si dimostrerà non poter cader dentro, adunque tutti i concorsi cascano nella circonferenza stessa.*

Mà è tempo, che torniamo à dar sodisfazione al desiderio del S. Simp. mostrandogli come il risoluer la linea ne suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, mà nè meno hà in se maggior difficoltà, che'l distinguere le sue parti quante, fatto però vn supposto, il quale penso S. Simp. che non siate per negarmi; e questo è, che non mi ricercherete, che io vi separi i punti l'uno dall'altro, & ve gli faccia veder' à vno à vno distinti sopra questa carta; perche io ancora mi contenterei, che senza staccar l'una dall'altra le quat-

tro,

tro, ò le ſei parti d'una linea, mi moſtraſte le ſue diuiſioni ſegnate, ò al più piegate ad angoli formandone vn quadrato, ò vn' eſſagono; perche mi perſuado pure che all'ora le chiamereſte à baſtanza diſtinte, & attuate.

Simp. *Veramente sì.*

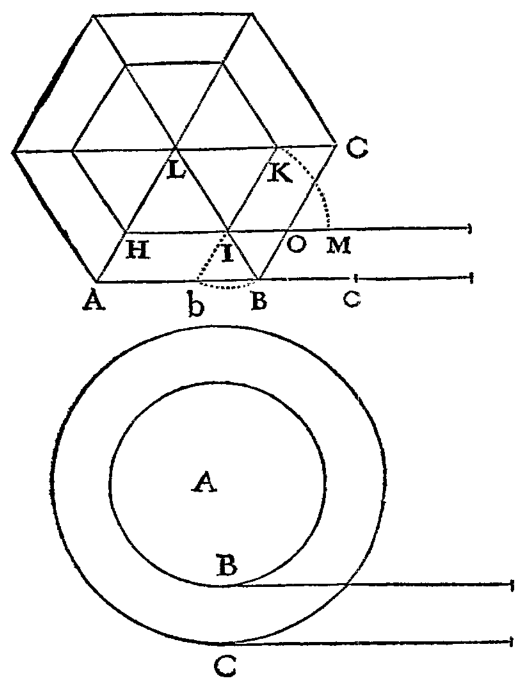
Salu. *Hora ſe l'inflettere vna linea ad angoli formandone hora vn quadrato, hora vn' ottangolo, hora vn poligono di quaranta, di cento, ò di mille angoli è mutazione baſtante à ridurre all' atto quelle quattro, otto, quaranta, cento, e mille parti, che prima nella linea diritta erano per voſtro detto in potenza: quando io formi di lei vn poligono di lati infiniti, cioè quando io la infletta nella circonferenza d'un cerchio, non potrò io con pari licenza dire d'hauer ridotto all' atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre era retta, diceui eſſer in lei contenute in potenza? nè ſi può negare tal riſoluzione eſſer fatta ne ſuoi infiniti punti non meno che quella delle ſue quattro parti nel formarne vn quadrato, ò nelle ſue mille nel formarne vn millagono; imperò che in lei non manca veruna delle condizioni, che ſi trouano nel poligono di mille, e di cento mila lati. Queſto applicato à vna linea retta ſe gli poſa ſopra toccandola con vno de ſuoi lati, cioè, con vna ſua cento milleſima parte; il cerchio, che è vn poligono di lati infiniti, tocca la medeſima retta con vno de ſuoi lati, che è vn ſol punto diuerſo da tutti i ſuoi collaterali, e perciò da quelli diuiſo, e diſtinto, non meno che vn lato del poligono da i ſuoi conterminali. E come il poligono riuoltato ſopra vn piano ſtampa con i toccamenti conſeguenti de ſuoi lati vna linea retta eguale al ſuo perimetro: così il cerchio girato ſopra vn tal piano deſcriue con gl' infiniti ſuoi ſucceſſiui contatti vna linea retta egual' alla propria circonferenza. Non sò adeſſo S. Simp. ſe i Sig. Peripatetici, à i quali io ammetto, come veriſſimo concetto, il continuo eſſer diuiſibile in ſempre diuiſibili, ſi che continuando vna tal' diuiſione, e ſuddiuiſione; mai non ſi peruerebbe alla fine, ſi contenteranno di concedere a me niuna delle tali loro diuiſioni eſſer l'ultima, come veramente non è, poiche ſempre vene reſta vn' altra; mà bene*

bene l'ultima, & altissima esser quella, che lo risolue in infiniti indiuisibili, alla quale concedo che non si peruerrebbe mai diuidendo successiuamente in maggiore, e maggior moltitudine di parti; mà seruendosi della maniera, che propongo io di distinguere, e risoluere tutta la infinita in vn tratto solo (artifizio che non mi dourebbe esser negato) crederei che douessero quietarsi, & ammetter questa composizione del continuo di atomi assolutamente indiuisibili. E massime essendo questa vna strada forse più d'ogni altra corrente per trarci fuori di molto intrigati laberinti, quali sono oltre à quello già toccato della coerenza delle parti de i solidi, il comprender come stia il negozio della rarefazzione, e della condensazione, senza incorrer per causa di quella nell' inconueniente di douere ammettere spazii vacui, e per questa la penetrazione de i corpi: inconuenienti che amendue mi pare, ch' assai destramente vengano schiuati con l'ammetter detta composizione d'indiuisibili.

Simp. *Io non sò quello, che i Peripatetici fusser per dire, atteso che le considerazioni fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuoue, e come tali conuerrebbe esaminarle; e potrebbe accadere, che quelli vi ritrouassero risposte, e soluzioni potenti à sciorre quei nodi, che io per la breuità del tempo, e per la debolezza del mio ingegno non saprei di presente risoluere. Però sospendendo per hora questa parte sentirei ben' volentieri come l'introduzzione di questi indiuisibili faciliti l'intelligenza della condensazione, e della rarefazzione schiuando nell' istesso tempo il vacuo, e la penetrazion de i corpi.*

Sagr. *Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa all' intelletto mio tanto oscura: con questo però che io non rimanga defraudato di sentire, conforme à quello che poco fà disse il S. Simp. le ragioni d' Aristotele in confutazion del Vacuo, & in consequenza le soluzioni, che voi gli arrecate, come conuien fare, mentre voi ammettete quello che esso nega.*

Salu. *Faremo l'uno e l'altro. E quanto al primo è necessario, che sì come in grazia della rarefazzione ci seruiamo della linea descritta* *dal minor cerchio maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla reuoluzione del maggiore, così per intelligenza della condensazione mostriamo come alla conuersione fatta dal minor cerchio, il maggiore descriua vna linea retta minore della sua circonferenza; per la cui più chiara esplicazione porremo innanzi la considerazione di quello che accade ne i Poligoni. In vna descrizione simile à quell' altra siano due Essagoni circa il comune centro* L, *che siano questi* ABC, HIK *con le linee parallele* HOM, ABc, *sopra le quali si habbiano à far le reuoluzioni; e fermato l'angolo* I *del Poligono minore volgasi esso Poligono sin che il lato* IK *caschi sopra la parallela, nel qual moto il punto* K *descriuerà l'arco* KM, *e'l lato* KI *si vnirà con la parte* IM, *trà tanto bisogna vedere quel che farà il lato* CB *del Poligono maggiore. E perche il riuolgimento si fà sopra il punto* I *la linea* IB *col termine suo* B *descriuerà tornando in dietro l'arco* B b *sotto alla parallela* cA, *tal che quando il lato* KI *si congiugnerà con la linea* MI, *il lato* BC *si vnirà con la linea* b c, *con l'auanzarsi per l'innanzi solamente, quanto è la parte* B c, *e ritirando in dietro la parte suttesa all' arco* B b, *la quale vien soprapposta*



alla

alla linea B A, & intendendo continuarsi nell' istesso modo la conuersione fatta dal minor Poligono, questo descriuerà bene, e passerà sopra la sua parallela vna linea eguale al suo perimetro; mà il maggiore passerà vna linea minore del suo perimetro la quantità di tante linee b B, quanti sono vno manco de suoi lati; e sarà tal linea prossimamente eguale alla descritta dal Poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la b B. Quì dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione, per la quale il maggior Poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è perche vna parte di ciascheduno si soprappone al suo precedente conterminale.

Mà se considereremo i due cerchi intorno al centro A, li quali sopra le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B, & il maggiore la sua nel punto C, quì nel cominciar' à far la reuoluzione del minore, non auuerrà che il punto B resti per qualche tempo immobile, si che la linea B C dando in dietro trasporti il punto C, come accadeua ne i Poligoni, che restando fisso il punto I sin che il lato K I cadesse sopra la linea I M, la linea I B riportaua in dietro il B termine del lato C B fino in b, onde il lato B C cadeua in b c soprapponendo alla linea B A la parte B b, e solo auanzandosi per l'innanzi la parte B c eguale alla I M, cioè à vn lato del Poligono minore; per le quali soprapposizioni, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli auanzi che restano eguali à i lati del minor Poligono vengono à comporre nell' intera reuoluzione la linea retta eguale alla segnata, e misurata dal Poligono minore. Mà quì dico, che se noi vorremo applicare vn simil discorso all' effetto de i cerchi, conuerrà dire, doue i lati di qualsiuoglia Poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti; quelli son quanti, e diuisibili, questi non quanti, e indiuisibili: i termini de i lati del Poligono nella reuoluzione stanno per qualche tempo fermi, cioè, ciascheduno tal parte del tempo di vna intera conuersione, qual parte esso è di tutto il perimetro: ne i cerchi similmente le dimore de termini de suoi infiniti lati son momentanee, che tal parte *è vn' instante d'un tempo quanto, qual' è vn punto d'una linea, che ne contiene infiniti; i regressi in dietro fatti da i lati del maggior Poligono sono non di tutto'l lato, mà solamente dell' eccesso suo sopra'l lato del minore, acquistando per l'innanzi tanto di spazio, quanto è il detto minor lato: ne i cerchi il punto, ò lato* C *nella quiete instantanea del termine* B *si ritira in dietro, quanto è il suo eccesso sopra'l lato* B *acquistando per l'innanzi quanto è il medesimo* B. *Et in somma gl' infiniti lati indiuisibili del maggior cerchio con gl' infiniti indiuisibili ritiramenti loro fatti nell' infinite instantanee dimore de gl' infiniti termini de gl' infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi eguali à gl' infiniti lati di esso minor cerchio, compongono, e disegnano vna linea eguale alla descritta dal minor cerchio contenente in se infinite soprapposizioni non quante, che fanno vna costipazione e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea diuisa in parti quante, quale è il perimetro di qualsiuoglia Poligono, il quale disteso in linea retta non si può ridurre in minor lunghezza, se non col far che i lati si soprapponghino, e penetrino l'un l'altro. Questa costipazione di parti non quante mà infinite senza penetrazione di parti quante, e la prima distrazzione di sopra dichiarata de gl' infiniti indiuisibili con l'interposizione di vacui indiuisibili, credo che sia il più che dir si possa per la condensazione, e rarefazzione de i corpi senza necessità d'introdurre la penetrazione de i corpi, ò gli spazii quanti vacui. Se ci è cosa che vi gusti, fatene capitale, se nò reputatela vana, e'l mio discorso ancora, e ricercate da qualche altro esplicazione di maggior quiete per l'intelletto. Solo queste due parole vi replico, che noi siamo tra gl' infiniti, e gl' indiuisibili.*

Sagr. *Che il pensiero sia sottile, & à miei orecchi nuouo, e peregrino, lo confesso liberamente, se poi nel fatto stesso la natura proceda con tal' ordine, non saprei che risoluermi; vero è che sin ch' io non sentissi cosa che maggiormente mi quietassi per non rimaner muto affatto, m'atterrei à questa. Mà forse il S. Simp. haurà (quello*

che

che sin quì non hò incontrato) modo di esplicare l'esplicazione, che in materia così astrusa da i Filosofi si arreca; che in vero quel che sin quì hò letto circa la condensazione, è per me così denso, e quel della rarefazzione così sottile, che la mia debol vista questo non comprende, e quello non penetra.

Simp. *Io son pieno di confusione, e trouo duri intoppi nell' vn sentiero, e nell' altro, & in particolare in questo nuouo: perche secondo questa regola vn' oncia d'Oro si potrebbe rarefare, e distrarre in vna mole maggiore di tutta la terra, e tutta la terra condensare, e ridurre in minor mole di vna noce; cose che io non credo, nè credo che voi medesimo crediate; e le considerazioni, e dimostrazioni sin quì fatte da voi, come che son cose Matematiche astratte, e separate dalla materia sensibile, credo che applicate alle materie fisiche, e naturali non camminerebbero secondo coteste regole.*

Salu. *Che io vi sia per far vedere l'inuisibile, nè io lo saprei fare, nè credo che voi lo ricerchiate, mà per quanto da i nostri sensi può esser compreso, già che voi hauete nominato l'Oro, non veggiam noi farsi immensa distrazzione delle sue parti? Non sò, se vi sia occorso il veder le maniere, che tengono gli artefici in condur l'Oro tirato, il quale non è veramente Oro se non in superficie, mà la materia interna è argento; & il modo del condurlo è tale. Pigliano vn Cilindro, ò volete dire vna verga d'argento lunga circa mezzo braccio, e grossa per tre, ò quattro volte il dito pollice, e questa indorano con foglie d'oro battuto, che sapete esser così sottile, che quasi và vagando per l'aria, e di tali foglie ne soprappongono otto, ò dieci; e non più. Dorato che è, cominciano a tirarlo con forza immensa facendolo passare per fori della filiera, tornando à farlo ripassare molte, e molte volte successiuamente per fori più angusti, si che dopo molte, e molte ripassate lo riducono alla sottigliezza d'un capello di donna, se non maggiore, e tuttauia resta dorato in superficie. Lascio hora considerare à voi quale sia la sottigliezza, e distrazzione, alla quale si è ridotta la sustanza dell' Oro.*

Simp. *Io non veggo che da questa operazione venga in conse-*

quenza vn' assottigliamento della materia dell' Oro da farne quelle marauiglie, che voi vorreste: prima perche già la prima doratura fù di dieci foglie d'Oro, che vengono à far notabile grossezza: secondariamente se ben nel tirare, e assottigliar quell' argento cresce in lunghezza, scema però anco tanto in grossezza, che compensando l'una dimensione con l'altra la superficie non si agumenta tanto, che per vestir l'argento di oro bisogni ridurlo à sottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

Salu. *V'ingannate d'assai S. Simp. perche l'accrescimento della superficie e sudduplo dell' allungamento, come io potrei Geometricamente dimostrarui.*

Sagr. *Io e per me, e per il S. Simp. vi pregherei à recarci tal dimostrazione, se però credete, che da noi possa esser capita.*

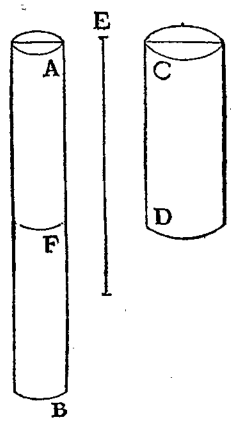
Salu. *Vedrò se così improuisamente mi torna à memoria. Già è manifesto, che quel primo grosso Cilindro d' Argento, & il filo lunghissimo tirato sono due Cilindri eguali essendo l'istesso argento; tal che s'io mostrerò, qual porporzione habbiano trà di loro le superficie de i Cilindri eguali, haueremo l'intento. Dico per tanto che*

Le superficie de i Cilindri eguali trattone le basi son tra di loro in sudduplicata proporzione delle loro lunghezze.

Siano due Cilindri eguali, l'altezze de i quali AB, CD, *e sia la linea* E *media proporzionale trà esse. Dico la superficie del Cilindro* AB *trattone le basi alla superficie del Cilindro* CD *trattone parimente le basi hauer la medesima proporzione, che la linea* AB *alla linea* E, *che è sudduplа della proporzione di* AB *à* CD. *Taglisi la parte del Cilindro* AB *in* F, *e sia l'altezza* AF *eguale alla* CD. *E perche le basi de Cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del Cilindro* CD *al cerchio base del Cilindro* AB *sarà come l'altezza* BA *alla* DC, *e perche i cerchi son trà loro come i quadrati de i diametri, haranno detti quadrati la medesima proporzione, che la* BA *alla* CD, *mà come* BA *à* CD *così il quadrato* BA *al quadrato della* E. *son dunque tali quattro quadrati proporzionali; e però i lor lati ancora*

saranno

ſaranno proporzionali; e come la linea A B *alla* E, *così il diametro del cerchio* C *al diametro del cerchio* A, *mà come i diametri, così ſono le circonfe-renze, e come le circonferenze, così ſono ancora le ſuperficie de Cilindri egualmen-te alti; adunque come la linea* A B *alla* E, *così la ſuperficie del Cilindro* C D *alla ſu-perficie del Cilindro* A F. *Perche dunque l'altezza* A F *alla* A B *ſtà come la ſuperfi-cie* A F *alla ſuperficie* A B, *e come l'altez-za* A B *alla linea* E, *così la ſuperficie* C D *alla* A F *ſarà per la perturbata, come l'al-tezza* A F *alla* E, *così la ſuperficie* C D *al-la ſuperficie* A B, *e conuertendo come la ſuperficie del Cilindro* A B *alla ſuperficie del Cilindro* C D, *così la linea* E *alla* A F, *cioè alla* C D, *ò vero la* A B *alla* E, *che è proporzione ſuddupla della* A B *alla* C D, *che è quello che biſognaua prouare.*



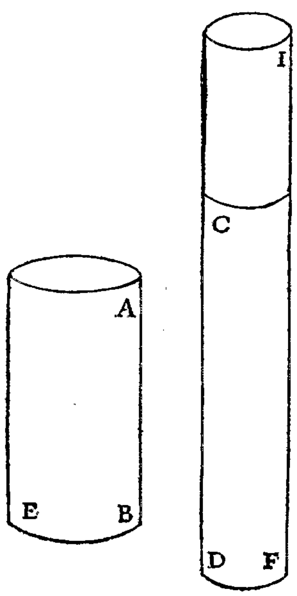
Hora ſe noi applicheremo queſto, che ſi è dimoſtrato, al noſtro propoſito, preſuppoſto che quel Cilindro d'Argento, che fù dorato, mentre non era più lungo di mezzo braccio, e groſſo tre, ò quattro volte più del dito pollice, aſſottigliato alla finezza d'un capello ſi ſia allungato ſino in venti mila braccia (che ſarebbe anche più aſſai) troueremo la ſua ſuperficie eſſer creſciuta dugento volte più di quel-lo che era: & in conſequenza quelle foglie d'Oro, che furon ſoprap-poſte dieci in numero, diſteſe in ſuperficie dugento volte maggiore ci aſſicurano l'Oro, che cuopre la ſuperficie delle tante braccia di filo reſtar non più groſſo, che la venteſima parte d'una foglia dell'ordi-nario Oro battuto. Conſiderate hora voi, qual ſia la ſua ſottigliez-za, e ſe è poſſibile concepirla fatta ſenza vna immenſa diſtrazzio-ne di parti: e ſe queſta vi pare vna eſperienza, che tenda anche ad vna compoſizione d'infiniti indiuiſibili nelle materie fiſiche: ſe ben di ciò non mancano altri più gagliardi, e concludenti rincontri.

Sagr.

Sagr. *La dimostrazione mi par tanto bella, che quando non haueſſe forza di perſuader quel primo intento, per il quale è ſtata prodotta (che pur mi par che ve l'habbia grande) ad ogni modo beniſſimo ſi è impiegato queſto breue tempo che per ſentirla ſi è ſpeſo.*

Salu. *Già che veggo, che guſtate tanto di queſte Geometriche dimoſtrazioni apportatrici da guadagni ſicuri, vi dirò la compagna di queſta, che ſodisfà ad vn queſito curioſo aſſai. Nella paſſata hauiamo quello, che accaggia de i Cilindri eguali, mà diuerſi di altezze, ò vero lunghezze: è ben ſentire quello che auuenga à i Cilindri eguali di ſuperficie, mà diſeguali d'altezze; intendendo ſempre delle ſuperficie ſole, che gli circondano intorno cioè non comprendendo le due baſi ſuperiore, e inferiore. Dico dunque che*

I Cilindri retti, le ſuperficie de i quali trattone le baſi ſiano eguali, hanno frà di loro la medeſima proporzione che le loro altezze contrariamente preſe.



Siano eguali le ſuperficie de i due Cilindri A E, C F, *mà l'altezza di queſto* C D *maggiore dell' altezza dell' altro* A B. *Dico il Cilindro* A E *al Cilindro* C F *hauer la medeſima proporzione, che l'altezza* C D *alla* A B. *Perche dunque la ſuperficie* C F *è eguale alla ſuperficie* A E, *ſarà il Cilindro* C F *minore dell'* A E, *perche ſe li fuſſe eguale, la ſua ſuperficie per la paſſata propoſizione ſarebbe maggiore della ſuperficie* A E, *e molto più, ſe il medeſimo Cilindro* C F *fuſſe maggiore dell'* A E. *Intendaſi il Cilindro* I D *eguale all'* A E *adunq. per la precedente la ſuperficie del Cilindro* I D *alla ſuperficie dell'* A E *ſtarà, come l'altezza* I F *alla media trà* I F, A B. *Mà eſſendo per il dato la ſuperficie* A E *eguale alla* C F *& hauendo la*

ſuper-

ſuperficie I D *alla* C F *la medeſima proporzione, che l'altezza* I F *alla* C D, *adunque la* C D *è media trà le* I F, A B. *In oltre eſſendo il Cilindro* I D *eguale al Cilindro* A E, *haranno amendue la medeſima proporzione al Cilindro* C F, *mà l'*I D *al* C F *ſtà come l'altezza* I F *alla* C D, *adunque il Cilindro* A E *al Cilindro* C F *harà la medeſima proporzione, che la linea* I F *alla* C D, *cioè, che la* C D *alla* A B, *che è l'intento.*

Di quì s'intende la ragione d'un accidente, che non ſenza marauiglia vien ſentito dal popolo: & è, come poſſa eſſere, che il medeſimo pezzo di tela più lungo per vn' verſo, che per l'altro, ſe ſe ne faceſſe vn ſacco da tenerui dentro del grano, come ſi coſtumano fare con vn fondo di tauola, terrà più ſeruendoci per l'altezza del ſacco della minor miſura della tela, e con l'altra circondando la tauola del fondo, che facendo per l'oppoſito. Come ſe, v. gr. la tela per vn verſo fuſſe ſei braccia, e per l'altro dodici, più terrà, quando con la lunghezza di dodici ſi circondi la tauola del fondo, reſtando il ſacco alto braccia ſei, che ſe ſi circondaſſe vn fondo di ſei braccia hauendone dodici per altezza. Hora da quello, che ſi è dimoſtrato alla generica notizia del capir più per quel verſo, che per queſto, ſi aggiugne la ſpecifica, e particolare ſcienza del quanto ei contenga più: che è, che tanto più terrà, quanto ſarà più baſſo, e tanto meno, quanto più alto: e così nelle miſure aſſegnate eſſendo la tela il doppio più lunga, che larga, cucita per la lunghezza terrà la metà manco, che per l'altro verſo. E parimente hauendo vna ſtuoia per fare vna bugnola, lunga venticinque braccia, e larga, v. gr. ſette piegata per lo lungo terrà ſolamente ſette miſure di quelle, che per l'altro verſo ne terrebbe venticinque.

Sagr. *E così con noſtro guſto particolare andiamo continuamente acquiſtando nuoue cognizioni curioſe, e non ignude di vtilità. Mà nel propoſito toccato adeſſo veramente non credo, che trà quelli che mancano di qualche cognizione di Geometria ſe ne trouaſſero quattro per cento che non reſtaſſero à prima giunta ingannati, che quei corpi, che da ſuperficie eguali ſon contenuti, non fuſſero ancora* *in tutto eguali: sì come nell'istesso errore incorrono parlando delle superficie, che per determinar, come spesse volte accade, delle grandezze di diuerse Città intera cognizione gli par d'hauerne, qualunque volta sanno la quantità de i recinti di quelle, ignorando che può essere vn recinto eguale à vn altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello, il che accade non solamente trà le superficie irregolari, mà trà le regolari, trà le quali quelle di più lati son sempre più capaci di quelle di manco lati; si che in vltimo il cerchio come Poligono di lati infiniti è capacissimo sopra tutti gli altri Poligoni di egual circuito; di che mi ricordo hauerne con gusto particolare veduta la dimostrazione studiando la Sfera del Sacrobosco con vn dottissimo Commentario sopra.*

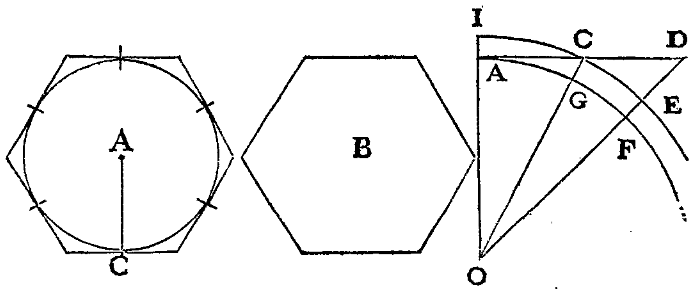
Salu. *E verissimo, & hauendo io ancora incontrato cotesto luogo mi dette occasione di ritrouare, come con vna sola, e breue dimostrazione si concluda il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre, e dell'altre quelle di più lati maggiori di quelle di manco.*

Sagr. *Et io che sento tanto diletto in certe proposizioni, e dimostrazioni scelte, e non triuiali, importunandoui vi prego, che me ne facciate partecipe.*

Salu. *In breui parole vi spedisco, dimostrando il seguente Teorema, cioè;*

Il cerchio è medio proporzionale trà qualsiuoglino due Poligoni regolari tra di loro simili, de i quali vno gli sia circoscritto, e l'altro gli sia isoperimetro: in oltre essendo egli minore di tutti i circoscritti, è all'incontro massimo di tutti gl'isoperimetri. De i medesimi poi circoscritti, quelli che hanno più angoli, son minori di quelli, che ne hanno manco: mà all'incontro de gl'isoperimetri, quelli di più angoli son maggiori.

Delli due Poligoni simili A, B *sia l'*A *circoscritto al cerchio* A, *e l'altro* B *ad esso cerchio sia isoperimetro. Dico il cerchio esser medio proporzionale trà essi. Imperò che (tirato il semidiametro* A C*) essend* *essendo il cerchio eguale à quel triangolo rettangolo, de i lati del quale, che sono intorno all' angolo retto, vno sia eguale al semidiametro* A C, *e l'altro alla circonferenza; e similmente essendo il Poligono* A *eguale al triangolo rettangolo, che intorno all' angolo retto hà vno de i lati eguale alla medesima retta* A C, *e l'altro al perimetro del medesimo Poligono; è manifesto il circoscritto Poligono hauer' al Cerchio la medesima proporzione, che hà il suo perimetro*

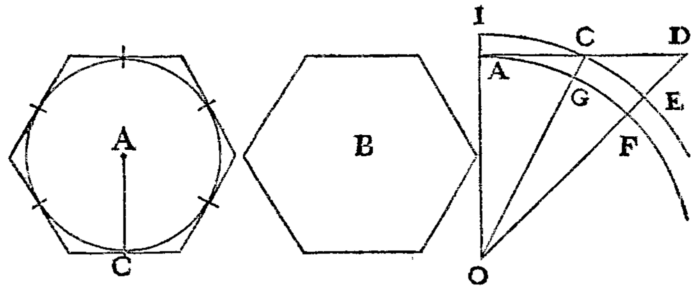


alla circonferenza di esso Cerchio, cioè al perimetro del Poligono B, *che alla circonferenza detta si pone eguale: mà il Poligono* A *al* B *hà doppia proporzione, che'l suo perimetro al perimetro di* B *(essendo figure simili) adunque il Cerchio* A *è medio proporzionale trà i due Poligoni* A, B, *& essendo il Poligono* A *maggior del cerchio* A, *è manifesto esso cerchio* A *esser maggiore del Poligono* B *suo isoperimetro, & in consequenza massimo di tutti i Poligoni regolari suoi isoperimetri.*

Quanto all' altra parte, cioè di prouare, che de i Poligoni circoscritti al medesimo Cerchio, quello di manco lati sia maggior di quello di più lati: mà che all' incontro de i Poligoni isoperimetri quello di più lati sia maggiore di quello di manco lati, dimostreremo così. Nel Cerchio, il cui centro O *semidiametro* O A *sia la tangente* A D, *& in essa pongasi per esempio* A D *esser la metà del lato del Pentagono circoscritto, &* A C *metà del lato dell' Ettagono, e tirinsi le rette* O G C, O F D, *e centro* O *interuallo* O C *descriuasi l'arco* E C I. *E perche il triangolo* D O C *è maggiore del Settore* E O C,

 e'l

e'l Settore C O I *maggiore del triangolo* C O A *maggior proporzione harà il triangolo* D O C *al triangolo* C O A *che'l Settore* E O C



al Settore C O I, *cioè che'l Settore* F O G *al Settore* G O A, *e componendo, e permutando il triangolo* D O A *al Settore* F O A *harà maggior proporzione, che il triangolo* C O A *al Settore* G O A, *e dieci triangoli* D O A *à dieci Settori* F O A *haranno maggior proporzione, che quattordici triangoli* C O I *à quattordici Settori* G O A *cioè il Pentagono circoscritto harà maggior proporzione al Cerchio, che non gli hà l'Ettagono: e però il Pentagono sarà maggior dell' Ettagono. Intendosi hora vn Ettagono, & vn Pentagono isoperimetri al medesimo Cerchio. Dico l'Ettagono esser maggior del Pentagono. Imperò che essendo l'istesso Cerchio medio proporzionale tra'l Pentagono circoscritto, e'l Pentagono suo isoperimetro, e parimente medio tra'l circoscritto, e l'isoperimetro Ettagono; essendosi prouato il circoscritto Pentagono esser maggiore del circoscritto Ettagono, haurà esso Pentagono maggior proporzione al Cerchio, che l'Ettagono; cioè il Cerchio harà maggior proporzione al suo isoperimetro Pentagono, che all' isoperimetro Ettagono; adunque il Pentagono è minore dell'isoperimetro Ettagono. Che si doueua dimostrare.*

Sagr. *Gentilissima dimostrazione, e molto acuta. Mà doue siamo trascorsi à ingolfarci nella Geometria, mentre eramo su'l considerare le difficoltà promosse dal S. Simp. che veramente son di gran considerazione, & in particolare quella della condensazione mi par durissima.*

Salu.

Salu. *Se la condensazione, e la rarefazzione son moti opposti, doue si vegga vna immensa rarefazzione, non si potrà negare vna non men grandissima condensazione; mà rarefazzioni immense, e quel che accresce la marauiglia, quasi che momentanee le veggiamo noi tutto'l giorno: e quale sterminata rarefazzione è quella di vna poca quantità di poluere d'artiglieria risoluta in vna mole vastissima di fuoco? e quale oltre à questa l'espansione, direi quasi, senza termine della sua luce? E se quel fuoco, e questo lume si riunissero insieme, che pur non è impossibile, poiche dianzi stettero dentro quel piccolo spazio, qual condensamento sarebbe questo? Voi discorrendo trouerete mille di tali rarefazzioni, che sono molto più in pronto ad esser osseruate, che le condensazioni: perche le materie dense son più trattabili, e sottoposte à i nostri sensi, che ben maneggiamo le legne, e le vediamo risoluere in fuoco, e in luce, mà non così veggiamo il fuoco, e'l lume condensarsi à costituire il legno; veggiamo i frutti, i fiori, e mille altre solide materie risoluersi in gran parte in odori, ma non così osseruiamo gli atomi odorosi concorrere alla costituzione de i solidi odorati; mà doue manca la sensata osseruazione, si deue supplir col discorso, che basterà per farci capaci non men del moto alla rarefazzione, e resoluzione de i solidi, che alla condensazione delle sustanze tenui, e rarissime. In oltre noi trattiamo, come si possa far la condensazione, e rarefazzione de i corpi, che si possono rarefare, e condensare, specolando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l'introduzzion del Vacuo, e della penetrazione de i corpi; il che non esclude, che in natura possano esser materie, che non ammettono tali accidenti, & in consequenza non danno luogo à quelli, che voi chiamate inconuenienti, e impossibili. E finalmente S. Simp. io in grazia di voi altri Signori Filosofi mi sono affaticato in specolare, come si possa intendere farsi la condensazione, e la rarefazzione senza ammetter la penetrazione de i corpi, e l'introduzzione de gli spazii vacui, effetti da voi negati, & aborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi sarei così duro contradittore. Però ò ammettete questi inconuenienti,* *ò gradite le mie ſpecolazioni, ò trouatene di più aggiuſtate.*

Sagr. *Alla negatiua della penetrazione ſon' io del tutto con i Filoſofi Peripatetici, à quella del Vacuo vorrei ſentir ben ponderare la dimoſtrazione d'Ariſtotele, con la quale ei l'impugna, e quello che voi S. Salu. gli opponete. Il S. Simp. mi farà grazia di arrecar puntualmente la proua del Filoſofo: e voi S. Salu. la riſpoſta.*

Simp. *Ariſtotele, per quanto mi ſouuiene, inſurge contro alcuni antichi, i quali introduceuano il Vacuo, come neceſſario per il moto, dicendo, che queſto ſenza quello non ſi potrebbe fare; à queſto contrapponendoſi Ariſtotele dimoſtra, che all' oppoſito il farſi (come veggiamo) il moto diſtrugge la poſizione del Vacuo; e'l ſuo progreſſo è tale. Fà due ſuppoſizioni l'una è di mobili diuerſi in grauità moſſi nel medeſimo mezzo: l'altra è dell' iſteſſo mobile moſſo in diuerſi mezzi. Quanto al primo, ſuppone che mobili diuerſi in grauità ſi muouano nell' iſteſſo mezzo con diſeguali velocità, le quali mantengano trà di loro la medeſima proporzione, che le grauità; ſi che per eſempio vn mobile dieci volte più graue di vn' altro ſi muoua dieci volte più velocemente. Nell' altra poſizione piglia che le velocità del medeſimo mobile in diuerſi mezzi ritengano trà di loro la proporzione contraria di quella, che hanno le groſſezze, ò denſità di eſſi mezzi; talmente che poſto, v. gr. che la craſſizie dell' acqua fuſſe dieci volte maggiore di quella dell' aria, vuole che la velocità nell' aria ſia dieci volte più che la velocità nell' acqua. E da queſto ſecondo ſuppoſto trae la dimoſtrazione in cotal forma. Perche la tenuità del Vacuo ſupera d'infinito interuallo la corpulenza ben che ſottiliſſima di qualſiuoglia mezzo pieno, ogni mobile che nel mezzo pieno ſi moueſſe per qualche ſpazio in qualche tempo, nel Vacuo dourebbe muouerſi in vno inſtante: mà farſi moto in vno inſtante è impoſſibile, adunque darſi il Vacuo in grazia del moto è impoſſibile.*

Salu. *L'argomento ſi vede che è* ad hominem, *cioè contro à quelli, che voleuano il Vacuo come neceſſario per il moto, che ſe io concederò l'argomento come concludente concedendo inſieme, che nel*

Vacuo

Vacuo non si farebbe il moto, la posizion del Vacuo assolutamente presa, e non in relazione al moto, non vien destrutta, mà per dire quel che per auuentura potrebber rispondere quegli antichi, acciò meglio si scorga, quanto concluda la dimostrazione d' Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro à gli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo: io grandemente dubito, che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero, che due pietre vna più graue dell' altra dieci volte lasciate nel medesimo instante cader da vn altezza, v. gr. di cento braccia fusser talmente differenti nelle lor velocità, che all' arriuo della maggior in terra l' altra si trouasse non hauere nè anco sceso dieci braccia.

Simp. *Si vede pure dalle sue parole, ch' ei mostra d' hauerlo sperimentato, perche ei dice: Veggiamo il più graue: hor quel' vedersi accenna l' hauerne fatta l' esperienza.*

Sagr. *Mà io S. Simp. che n' hò fatto la proua, vi assicuro, che vna palla d' artiglieria, che pesi cento, dugento, e anco più libbre, non anticiperà di vn palmo solamente l' arriuo in terra della palla d' un moschetto, che ne pesi vna mezza, venendo anco dall' altezza di dugento braccia.*

Salu. *Mà senz' altre esperienze con breue, e concludente dimostrazione possiamo chiaramente prouare non esser vero, che vn mobile più graue si muoua più velocemente d' un' altro men graue, intendendo di mobili dell' istessa materia; & in somma di quelli de i quali parla Aristotele. Però ditemi S. Simp. se voi ammettete, che di ciascheduno corpo graue cadente sia vna da natura determinata velocità; si che l' accrescergliela, ò diminuirgliela non si possa se non con vsargli violenza, ò opporgli qualche impedimento.*

Simp. *Non si può dubitare, che l' istesso mobile nell' istesso mezzo habbia vna statuita, e da natura determinata velocità, la quale non se gli possa accrescere se non con nuouo impeto conferitogli, ò diminuirgliela saluo che con qualche impedimento che lo ritardi.*

Salu. *Quando dunque noi hauessimo due mobili, le naturali velo-*

velocità de i quelli fussero ineguali, è manifesto che se noi congiugnessimo il più tardo col più veloce, questo del più tardo sarebbe in parte ritardato, & il tardo in parte velocitato dall'altro più veloce. Non concorrete voi meco in quest'opinione?

Simp. *Parmi che così debba indubitabilmente seguire.*

Salu. *Mà se questo è, & è insieme vero, che vna pietra grande si muoua per esempio con otto gradi di velocità, & vna minore con quattro, adunque congiugnendole amendue insieme il composto di loro si mouerà con velocità minore di otto gradi; mà le due pietre congiunte insieme fanno vna pietra maggiore, che quella prima che si moueua con otto gradi di velocità, adunque questa maggiore si muoue men velocemente, che la minore; che è contro alla vostra supposizione. Vedete dunque come dal suppor che'l mobile più graue si muoua più velocemente del men graue, io vi concludo il più graue muouersi men velocemente.*

Simp. *Io mi trouo auuiluppato: perche mi par pure, che la pietra minore aggiunta alla maggiore gli aggiunga peso, e aggiugnendogli peso non sò, come non debba aggiugnerli velocità, ò almeno non diminuirgliela.*

Salu. *Quì commettete vn'altro errore, S. Simp. perche non è vero, che quella minor pietra accresca peso alla maggiore.*

Simp. *Oh questo passa bene ogni mio concetto.*

Salu. *Non lo passerà altrimente, fatto ch'io v'habbia accorto dell'equiuoco, nel quale voi andate fluttuando. però auuertite, che bisogna distinguere i graui posti in moto, da i medesimi costituiti in quiete; vna pietra messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col soprapporgli vn'altra pietra, mà anco la giunta di vn pennecchio di stoppa la farà pesar più quelle sei, ò dieci once che peserà la stoppa; mà se voi lascerete liberamente cader da vn altezza la pietra legata con la stoppa, credete voi che nel moto la stoppa grauiti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto: ò pur credete che ella la ritarderà sostenendola in parte? Sentiamo grauitarci sù le spalle, mentre vogliamo opporci al moto, che farebbe quel peso,*

peso, che ci stà addosso; mà se noi scendessimo con quella velocità, che quel tal graue naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci prema, e grauiti sopra? Non vedete che questo sarebbe vn voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocità con quanta, ò con maggiore di quella, con la quale voi lo seguite. Concludete per tanto, che nella libera, e naturale caduta la minor pietra non grauita sopra la maggiore, & in consequenza non gli accresce peso, come fà nella quiete.

Simp. *Mà chi posasse la maggior sopra la minore?*

Salu. *Gli accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse più veloce; mà già si è concluso, che quando la minore fusse più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il lor composto si mouerebbe men veloce essendo maggiore dell' altra; che è contro al vostro assunto. Concludiamo per ciò, che i mobili grandi, e i piccoli ancora essendo della medesima grauità in spezie si muouono con pari velocità.*

Simp. *Il vostro discorso procede benissimo veramente, tuttauia mi par duro à credere, che vna lagrima di piombo si habbia à muouer così veloce, come vna palla d' artiglieria.*

Salu. *Voi doueui dire vn grano di rena, come vna macina da guado. Io non vorrei Sig. Simp. che voi faceste, come alcuni altri fanno, che diuertendo il discorso dal principale intento vi attaccaste à vn mio detto, che mancasse dal vero quant' è vn capello, e che sotto questo capello voleste nasconder vn difetto d' un' altro, grande quant' vna Gomona da naue. Aristotele diece: Vna palla di ferro di cento libbre cadendo dall' altezza di cento braccia arriua in terra prima che vna di vna libbra sia scesa vn sol braccio: Io dico ch' ell' arriuano nell' istesso tempo: Voi trouate, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grande percuote in terra, l'altra ne è lontana due dita: voi hora vorreste dopo queste due dita appiattare le nonantanoue braccia d' Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l'altro massimo. Aristotele pronunzia, che Mobili di diuersa grauità nel medesimo* *mezzo si muouono (per quanto depende dalla grauità) con velocitadi proporzionate à i pesi loro, e l'esemplifica con Mobili, ne i quali si possa scorgere il puro, & assoluto effetto del peso, lasciando l'altre considerazioni sì delle figure, come de i minimi momenti, le quali cose grande alterazione riceuono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola grauità; che perciò si vede l'Oro grauissimo sopra tutte l'altre materie ridotto in vna sottilissima foglia andar vagando per aria, l'istesso fanno i sassi pestati in sottilissima poluere. Mà se voi volete mantenere la proposizione vniuersale, bisogna che voi mostriate la proporzione delle velocità osseruarsi in tutti i graui, e che vn sasso di venti libbre si muoua dieci volte più veloce che vno di due: il che vi dico esser falso, e che cadendo dall' altezza di cinquanta, ò cento braccia arriuano in terra nell' istesso momento.*

Simp. *Forse da grandissime altezze di migliaia di braccia seguirebbe quello, che in queste altezze minori non si vede accadere.*

Salu. *Se Aristotele hauesse inteso questo, voi gli addossereste vn altro errore; che sarebbe vna bugia; perche non si trouando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è, che Aristotele non ne poteua hauer fatta esperienza; e pur ci vuol persuadere d'hauerla fatta, mentre dice, che tale effetto si vede.*

Simp. *Aristotele veramente non si serue di questo principio, mà di quell' altro, che non credo che patisca queste difficoltà.*

Salu. *E l'altro ancora non è men falso di questo; e mi marauiglio che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non v'accorghiate, che quando fusse vero, che l'istesso Mobile in mezzi di differente sottilità, e rarità, & in somma di diuersa cedenza, quali per esempio son l'acqua, e l'aria, si mouesse con velocità nell' aria maggiore, che nell' acqua secondo la proporzione della rarità dell' aria à quella dell' acqua, ne seguirebbe che ogni Mobile, che scendesse per aria, scenderebbe anco nell' acqua; il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell' aria, che nell' acqua non pur non descendono, mà sormontano all' in sù.*

Simp.

Simp. *Io non intendo la necessità della vostra consequenza; e più dirò che Aristotele parla di quei Mobili graui, che descendono nell' vn mezzo, e nell' altro, e non di quelli che scendono nell' aria, e nell' acqua vanno all' in sù.*

Salu. *Voi arrecate per il Filosofo di quelle difese, che egli assolutamente non produrrebbe per non aggrauar' il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell' acqua, ò quel che si sia che ritarda il moto, hà qualche proporzione alla corpulenza dell' aria, che meno lo ritarda; & hauendola assegnatela à vostro beneplacito.*

Simp. *Halla, e ponghiamo ch' ella sia in proporzione decupla; e che però la velocità di vn graue, che descenda in amendue gli elementi sarà dieci volte più tardo nell' acqua, che nell' aria.*

Salu. *Piglio adesso vn di quei graui, che vanno in giù nell' aria, mà nell' acqua nò: qual sarebbe vna palla di legno, e vi domando, che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.*

Simp. *Ponghiamo che ella si muoua con venti gradi di velocità.*

Salu. *Benissimo. Et è manifesto che tal velocità à qualche altra minore può hauer la medesima proporzione, che la corpulenza dell' acqua à quella dell' aria: e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente à filo, e à dirittura conforme all' assunto d' Aristotele si douerebbe concludere, che la palla di legno, che nell' aria dieci volte più cedente dell' acqua si muoue scendendo con venti gradi di velocità, nell' acqua dourebbe scendere con due, e non venir' à galla dal fondo come fà; se già voi non voleste dire, che nell' acqua il venir' ad alto nel legno sia l' istesso, che'l calare à basso con due gradi di velocità; il che non credo. Mà già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete, che qualche altra palla d' altra materia diuersa dal legno si potrebbe trouare, che nell' acqua scendesse con due gradi di velocità.*

Simp. *Potrebbesi senza dubbio; mà di materia notabilmente più graue del legno.*

Salu. *Questo è quel ch' io vò cercando. Mà questa seconda* *palla, che nell' acqua descende con due gradi di velocità, con quanta velocità descenderà nell' aria? Bisogna (se volete seruar la regola d'Aristotele) che rispondiate che si mouerà con venti gradi: mà venti gradi di velocità hauete voi medesimo assegnati alla palla di legno, adunque questa, e l'altra assai più graue si moueranno per l'aria con egual velocità. Hor come accorda il Filosofo questa conclusione con l'altra sua, che i Mobili di diuersa grauità nel medesimo mezzo si muouano con diuerse velocità, e diuerse tanto, quanto le grauità loro? Mà senza molto profonde contemplazioni, come hauete voi fatto à non osseruar accidenti frequentissimi, e palpabilissimi, e non badare à due corpi, che nell' acqua si moueranno l'uno cento volte più velocemente dell' altro, mà che nell' aria poi quel più veloce non supererà l'altro di vn sol centesimo? come per esempio vn vouo di marmo scenderà nell' acqua cento volte più presto, che alcuno di gallina; che per l'aria nell' altezza di venti braccia non l'anticiperà di quattro dita; & in somma tal graue andrà al fondo in trè hore in dieci braccia d'acqua, che in aria le passerà in vna battuta, ò due di polso, e tale (come sarebbe vna palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio. E quì sò ben S. Simp. che voi comprendete che non ci hà luogo distinzione, ò risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al Vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spazii notabilmente grandi, quali nè io, nè credo che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, se ben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il voler' al presente arrecare.*

Sagr. *Vedendo che il S. Simp. tace, piglierò io campo di dire alcuna cosa. Già che assai apertamente hauete dimostrato, come non è altrimenti vero, che Mobili disegualmente graui si muouano nel medesimo mezzo con velocità proporzionate alle grauità loro, mà con eguale: intendendo de i graui dell' istessa materia, ò vero dell' istessa grauità in specie, mà non già (come credo) di grauità differenti in specie (perche non penso che voi intendiate di concluderci,*

ch' vna

ch' vna palla di sughero si muoua con pari velocità, ch' vna di piombo) & hauendo di più dimostrato molto chiaramente, come non è vero, che'l medesimo Mobile in mezzi di diuerse resistenze ritenga nelle velocità, e tardità sue la medesima proporzione, che le resistenze: à me sarebbe cosa gratissima il sentire, quali siano le proporzioni, che nell' vn caso, e nell' altro vengono osseruate.

Salu. *I quesiti son belli, & io ci hò molte volte pensato; vi dirò il discorso fattoci attorno, e quello che ne hò in vltimo ritratto. Dopo essermi certificato non esser vero, che il medesimo Mobile in mezzi di diuersa resistenza osserui nella velocità la proporzione delle cedenze di essi mezzi; ne meno, che nel medesimo mezzo Mobili di diuersa grauità ritengano nelle velocità loro la proporzione di esse grauità (intendendo anco delle grauità diuerse in specie) cominciai à comporre insieme amendue questi accidenti, auuertendo quello che accadesse de i Mobili differenti di grauità posti in mezzi di diuerse resistenze, e m'accorsi le disegualità delle velocità trouarsi tuttauia maggiori ne i mezzi più resistenti, che ne i più cedenti; e ciò con diuersità tali, che di due Mobili, che scendendo per aria pochissimo differiranno in velocità di moto, nell' acqua l'uno si mouerà dieci volte più veloce dell' altro; anzi che tale che nell' aria velocemente descende, nell' acqua non solo non scenderà, mà resterà del tutto priuo di moto, e quel che è più, si mouerà all' in sù: perche si potrà tal volta trouare qualche sorte di legno, ò qualche nodo, ò radica di quello, che nell' acqua potrà stare in quiete, che nell' aria velocemente descenderà.*

Sagr. *Io più volte mi son messo con vna estrema flemma per veder di ridurre vna palla di cera, che per se stessa non và à fondo con l'aggiugnergli grani di rena, à segno tale di grauità simile all' acqua, che nel mezzo di quella si fermasse; nè mai per diligenza vsata mi successe il poterlo conseguire; onde non sò se altra materia solida si ritroui tanto naturalmente simile in grauità all' acqua, che posta in essa in ogni luogo potesse fermarsi.*

Salu. *Sono in questo, come in mille altre operazioni, assai più* *diligenti molti animali, che non siamo noi altri. E nel vostro caso i pesci vi harebber potuto porger qualche documento essendo in questo esercizio così dotti, che ad arbitrio loro si equilibrano non solo con vn' acqua, mà con differenti notabilmente ò per propria natura, ò per vna soprauuenente torbida, ò per salsedine, che fà differenza assai grande; si equilibrano, dico, tanto esattamente, che senza punto muouersi restano in quiete in ogni luogo; e ciò per mio credere fanno eglino, seruendosi dello strumento datogli dalla natura à cotal fine, cioè, di quella vescichetta, che hanno in corpo, la quale per vno assai angusto meato risponde alla lor bocca; e per quello à posta loro ò mandano fuori parte dell' aria, che in dette vesciche si contiene, ò venendo col nuoto à galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or più, or meno graui dell' acqua, & à lor beneplacito equilibrandosegli.*

Sagr. *Io con vn' altro artifizio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi ero vantato di ridurre quella palla di cera al giusto equilibrio con l'acqua; & hauendo messo nel fondo del vaso vna parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla, che à mezz' acqua si fermaua, e spinta nel fondo, ò sospinta ad alto nè in questo, nè in quel sito restaua, mà ritornaua nel mezzo.*

Salu. *Non è cotesta esperienza priua di vtilità: per che trattandosi da i Medici in particolare delle diuerse qualità di acque, e trà l altre principalmente della leggerezza, ò grauità più di questa, che di quella; con vna simil palla aggiustata, si che resti ambigua, per così dire, trà lo scendere, e'l salire in vn' acqua, per minima che sia la differenza di peso trà due acque, se in vna, tal palla scenderà, nell' altra che sià più graue, salirà. Et è talmente esatta cotale esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che si mettino in sei libbre d'acqua, farà risalire dal fondo alla superficie quella palla, che vi era pur allora scesa. E più vi voglio dire in confermazione dell' esattezza di questa esperienza, & insieme per chiara proua della nulla resistenza dell' acqua all' esser diuisa, che non solamente l'ingrauirla con la mistione di qualche materia più*

graue

graue di lei induce tanto notabil differenza, mà il riscaldarla, ò raffreddarla vn poco produce il medesimo effetto, e con sì sottile operazione, che l'infonder quattro gocciole d'altra acqua vn poco più calda, ò vn poco più fredda delle sei libbre, farà che la palla vi scenda, ò vi sormonti: vi scenderà infondendoui la calda, e monterà per l'infusione della fredda. Hor' vedete quanto s'ingannino quei Filosofi, che voglion metter nell' acqua viscosità, ò altra congiunzione di parti, che la facciano resistente alla diuisione, ò penetrazione.

Sagr. *Veddi molto concludenti discorsi intorno à questo argomento in vn trattato del nostro Accademico: tuttauia mi resta vn gagliardo scrupolo, il quale non sò rimuouere; perche se nulla di tenacità, e coerenza risiede trà le parti dell' acqua, come possono sostenersi assai grandi pezzi, e molto rileuati in particolare sopra le foglie de i cauoli senza spargersi, e spianarsi?*

Salu. *Ancor che vero sia che colui, che hà dalla sua la conclusione vera, possa risoluere tutte l'instanze, che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare; nè la mia impotenza deue denigrare la candidezza della verità. Io primieramente vi confesso, che non sò, come vadia il negozio del sostenersi quei globi d'acqua assai rileuati, e grandi, se bene io sò di certo, che da tenacità interna, che sia trà le sue parti, ciò non deriua; onde resta necessario, che la cagione di cotal' effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all' esperienze mostrate ve lo posso confermare con vn' altra efficacissima. Se le parti di quell' acqua, che rileuata si sostiene mentre è circondata dall' aria, hauessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterrebbono circondate che fussero da vn mezzo, nel quale hauessero minor propensione di descendere, che nell' aria ambiente non hanno; mà vn mezzo tale sarebbe ogni fluido più graue dell' aria, come, v. gr. il vino: e però infondendo intorno à quel globo d'acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno senza che le parti dell' acqua conglutinate dall' interna viscosità, si dissoluessero: mà ciò non accad' egli, anzi non*

non prima se gli accosterà il liquore sparsogli intorno, che senza aspettar, che molto se gli eleui intorno, si dissoluerà, e spianerà restandogli di sotto, se sarà vino rosso. E' dunque esterna, e forse dell' aria ambiente la cagione di tale effetto: e veramente si osserua vna gran dissensione trà l'aria, e l'acqua, la quale hò io in vn' altra esperienza osseruata; e questa è: S'io empio d'acqua vna palla di cristallo, che habbia vn foro angusto, quant'è la grossezza d'un fil di paglia, e così piena la volto con la bocca all'in giù, non però l'acqua benche grauissima, e pronta à scender per aria, nè l'aria altrettanto disposta à salire, come leggerissima, per l'acqua si accordano quella à scendere vscendo per il foro, e questa à salire entrandoui: mà restano amendue ritrose, e contumaci. All' incontro poi se io presenterò à quel foro vn' vaso con del vino rosso, che quasi insensibilmente è men graue dell' acqua, lo vedremo subito con tratti rosseggianti lentamente ascendere per mezzo l'acqua, e l'acqua con pari tardità scender per il vino senza punto mescolarsi, sin che finalmente la palla si empirà tutta di vino, e l'acqua calerà tutta nel fondo del vaso di sotto. Hor che si deue quì dire, ò che argumentarne fuor che vna disconuenienza tra l'acqua, e l'aria occulta à me, mà forse.

Simp. *Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia, che hà il Sig. Salu. con l'antipatia, che nè pur vuol nominarla, e pur è tanto accommodata à scior la difficoltà.*

Salu. *Hor sia questa in grazia del S. Simp. la soluzione del nostro dubbio; e lasciato il digredire torniamo al nostro proposito. Veduto come la differenza di velocità ne i Mobili di grauità diuerse si troua esser sommamente maggiore ne i mezzi più, e più resistenti: mà che più? nel mezzo dell' Argento viuo l'oro non solamente và in fondo più velocemente del piombo, mà esso solo vi descende, e gli altri metalli, e pietre tutti vi si muouono in sù, e vi galleggiano; doue che trà palle d'Oro, di piombo, di rame, di porfido, ò di altre materie graui, quasi del tutto insensibile sarà la disegualità del moto per aria, che sicuramente vna palla d'Oro nel fine della scesa di cento braccia non preuerrà vna di rame di quattro dita: veduto,*

dico,

dico, questo cascai in opinione, che se si leuasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte la materie descenderebbero con eguali velocità.

Simp. *Gran detto è questo S. Salu. Io non crederò mai, che nell' istesso vacuo, se pur vi si desse il moto, vn fiocco di lana si mouesse così veloce come vn' pezzo di piombo.*

Salu. *Pian piano S. Simp. la vostra difficoltà non è tanto recondita, nè io così inauueduto, che si debba credere, che non mi sia souuenuta, e che in consequenza io non vi habbia trouato ripiego. Però per mia dichiarazione, e vostra intelligenza sentite il mio discorso. Noi siamo sù'l volere inuestigare quello che accaderebbe à i Mobili differentissimi di peso in vn mezzo, doue la resistenza sua fusse nulla, si che tutta la differenza di velocità, che trà essi Mobili si ritrouasse, referir si douesse alla sola disuguaglianza di peso. E perche solo vno spazio del tutto voto d'aria, e di ogni altro corpo ancor che tenue, e cedente, sarebbe atto à sensatamente, mostrarci quello che ricerchiamo, già che manchiamo di cotale spazio, andremo osseruando ciò che accaggia ne i mezzi più sottili, e meno resistenti in comparazione di quello, che si vede accadere ne gli altri manco sottili, e più resistenti: che se noi troueremo in fatto i Mobili differenti di grauità meno, e meno differir di velocità, secondo che in mezzi più, e più cedenti si troueranno; e che finalmente ancor che estremamente diseguali di peso nel mezzo più d' ogni altro tenue, se ben non voto, piccolissima si scorga, e quasi inosseruabile la diuersità della velocità, parmi che ben potremo con molto probabil coniectura credere, che nel Vacuo sarebbero le velocità loro del tutto eguali. Per tanto consideriamo ciò che accade nell' aria; doue per hauer' una figura di superficie ben terminata, e di materia leggierissima, voglio che pigliamo vna vescica gonfiata, nella quale l' aria, che vi sarà dentro, peserà nel mezzo dell' aria stessa niente, ò poco, perche poco vi si potrà comprimere, talche la grauità è solo quella poca della stessa pellicola, che non sarebbe la millesima parte del peso d' una mole di piombo grande quanto la*

K mede-

medesima vescica gonfiata. Queste S. Simp. lasciate dall' altezza di quattro, ò sei braccia di quanto spazio stimereste, che'l piombo fusse per anticipare la vescica nella sua scesa? siate sicuro, che non l'anticiperebbe del triplo, nè anco del doppio, se ben già l'haresti fatto mille volte più veloce.

Simp. *Potrebbe esser, che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro, ò sei braccia accadesse cotesto che dite: mà nel progresso, & in vna lunga continuazione credo che'l piombo se la lascerebbe in dietro non solamente delle dodici parti dello spazio le sei, mà anco le otto, e le dieci.*

Salu. *Et io ancora credo l'istesso: e non dubito che in distanze grandissime potesse il piombo hauer passato cento miglia di spazio, che la vescica ne hauesse passato vn solo. Mà questo S. Simp. mio che voi proponete come effetto contrariante alla mia proposizione, è quello che massimamente la conferma. E' (torno à dire) l' intento mio dichiarare, come delle diuerse velocità di Mobili di differente gravità non ne sia altramente causa la diuersa grauità: mà che ciò dependa da accidenti esteriori, & in particolare dalla resistenza del mezzo, si che tolta questa tutti i Mobili si mouerebber con i medesimi gradi di velocità. E questo deduco io principalmente da quello, che hora voi stesso ammettete, e che è verissimo, cioè, che di Mobili differentissimi di peso le velocità più, e più differiscono secondo che maggiori, e maggiori sono gl' spazii, che essi van trapassando: effetto, che non seguirebbe, quando ei dependesse dalle differenti gravità: imperò che essendo esse sempre le medesime, medesima dourebbe mantenersi sempre la proportione trà gli spazii passati, la qual proporzione noi veggiamo andar nella continuazion del moto sempre crescendo; poiche l'un Mobile grauissimo nella scesa d'un braccio non anticiperà il leggierissimo della decima parte di tale spazio, mà nella caduta di dodici braccia lo preuerrà della terza parte, in quella di cento l' anticiperà di $\frac{90}{100}$.*

Simp. *Tutto bene: Mà seguitando le vostre vestigie, se la differenza di peso in Mobili di diuersa grauità non può cagionare la*

mutazion

mutazion di proporzione nelle velocità loro, atteso che le grauità non si mutano: ne anco il mezzo, che sempre si suppone mantenersi l'istesso, potrà cagionar' alterazion' alcuna nella proporzione delle velocità.

Salu. *Voi acutamente fatte instanza contro al mio detto, la quale è ben necessario di risoluere. Dico per tanto che vn corpo graue hà da natura intrinseco principio di muouersi verso'l comun centro de i graui, cioè, del nostro Globo terrestre, con mouimento continuamente accelerato, & accelerato sempre egualmente, cioè che in tempi eguali si fanno aggiunte eguali di nuoui momenti, e gradi di velocità; e questo si deue intender verificarsi, tutta volta che si rimouessero tutti gl' impedimenti accidentarii, & esterni; trà i quali uno ne ve hà, che noi rimuouer non possiamo, che è l'impedimento del mezzo pieno, mentre dal Mobile cadente deue esser' aperto, e lateralmente mosso, al qual moto trasuersale il mezzo, benche fluido, cedente, e quieto si oppone con resistenza hor minore, & hor maggiore, e maggiore: secondo che lentamente, ò velocemente ei deue aprirsi per dar il transito al Mobile, il quale perche, come hò detto, si và per sua natura continuamente accelerando, vien per conseguenza ad incontrar continuamente resistenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento, e diminuzione nell' acquisto di nuoui gradi di velocità; si che finalmente la velocità peruiene à tal segno, e la resistenza del mezzo à tal grandezza, che bilanciandosi frà loro leuano il più accelerarsi, e riducono il Mobile in vn moto equabile, & vniforme, nel quale egli continua poi di mantenersi sempre. E' dunque nel mezzo accrescimento di resistenza non perche si muti la sua essenza, mà perche si altera la velocità, con la quale ei deue aprirsi, e lateralmente muouersi, per cedere il passaggio al cadente, il quale và successiuamente accelerandosi. Ora il vedere che la resistenza dell' aria al poco momento della vescica è grandissima, & al gran peso del piombo è piccolissima, mi fà tener per fermo, che chi la rimouesse del tutto, con l'arrecare alla vescica grandissimo commodo,*

modo, ma ben poco al piombo, le velocità loro si pareggerebbere. Posto dunque questo principio, che nel mezzo doue ò per esser vacuo, ò per altro non fusse resistenza veruna, che ostasse alla velocità del moto, si che di tutti i Mobili le velocità fusser pari, potremo assai congruamente assegnar le proportioni delle velocità di Mobili simili, e dissimili nell' istesso, & in diuersi mezzi pieni, e però resistenti. E ciò conseguiremo col por mente, quanto la grauità del mezzo detrae alla grauità del Mobile. la qual grauità è lo strumento, col quale il Mobile si fà strada rispingendo le parti del mezzo alle bande: operazione che non accade nel mezzo vacuo; e che però differenza nissuna si hà da attendere dalla diuersa grauità, e perche è manifesto il mezzo detrarre alla grauità del corpo da lui contenuto, quant' è il peso d' altrettanta della sua materia, scemando con tal' proporzione le velocità de i Mobili, che nel mezzo non resistente sarebbero (come si è supposto) eguali, haremo l'intento. Come per esempio: posto che il piombo sia dieci mila volte più graue dell' aria, mà l' Ebano mille volte solamente delle velocità di queste due materie, che assolutamente prese, cioè, rimossa ogni resistenza, sarebbero eguali, l' aria al piombo detrae delli dieci mila gradi vno, mà all' Ebano suttrae de mille gradi vno, ò vogliam dire de i dieci mila dieci. Quando dunque il piombo, e l' Ebano scenderanno per aria da qualsiuoglia altezza, la quale rimosso 'l ritardamento dell' aria haurebbon passata nell' istesso tempo, l'aria alla velocità del piombo detrarrà de i dieci mila gradi vno, mà all' Ebano detrae de i dieci mila dieci: che è quanto à dire, che diuisa quella altezza, dalla quale si partono tali Mobili, in dieci mila parti, il piombo arriuerà in terra, restando in dietro l' Ebano, dieci anzi pur noue delle dette dieci mila parti. E che altro è questo, saluo che cadendo vna palla di piombo da vna torre alta dugento braccia trouar, che ella anticiperà vna d' Ebano di manco di quattro dita? Pesa l' Ebano mille volte più dell' aria, mà quella vescica così gonfia pesa solamente quattro volte tanto; l'aria dunque dalla intrinseca e naturale velocità dell' Ebano detrae de mille gradi vno, mà

à quella,

à quella, che pur della vescica assolutamente sarebbe stata l'istessa, l'aria ne toglie delle quattro parti vna: allora dunque che la palla d' Ebano cadendo dalla torre giugnerà in terra, la vescica ne hauerà passati i trè quarti solamente. Il piombo è più graue dell' acqua dodici volte, mà l'auorio il doppio solamente: l'acqua dunque alle assolute velocità loro, che sarebbero eguali, toglie al piombo la duodecima parte, mà all' auorio la metà: nell' acqua adunque quando il piombo harà sceso vndici braccia, l'auorio ne harà scese sei. E discorrendo con tal' regola credo che trouueremo l'esperienze molto più aggiustatamente risponder à cotal computo, che à quello d' Aristotele. Con simil' progresso trouueremo la proporzione tra le velocità del medesimo Mobile in diuersi mezzi fluidi, paragonando non le diuerse resistenze de i mezzi, mà considerando gli eccessi di grauità del Mobile sopra le grauità de i mezzi; ver. gr. lo stagno è mille volte più graue dell' aria, è dieci più dell' acqua; adunque diuisa la velocità assoluta dello stagno in mille gradi, nell' aria, che glie ne detrae la millesima parte, si mouerà con gradi nouecento nonanta noue, mà nell' acqua con nouecento solamente, essendo che l'acqua gli detrae solo la decima parte della sua grauità, e l'aria la millesima. Posto vn solido poco più graue dell' acqua, qual sarebbe, v.gr. il legno di rouere, vna palla del quale pesando, diremo, mille dramme, altrettanta acqua ne pesasse noue cen cinquanta, mà tanta aria ne pesasse due, è manifesto che posto che la velocità sua assoluta fusse di mille gradi, in aria resterebbe di noue cen nouant' otto, mà in acqua solamente cinquanta, atteso che l'acqua de i mille gradi di grauità glie ne toglie noue cen cinquanta, e glie ne lascia solamente cinquanta; tal solido dunque si mouerebbe quasi venti volte più velocemente in aria che in acqua: si come l'eccesso della grauità sua sopra quella dell' acqua è la vigesima parte della sua propria. E quì voglio che consideriamo che non potendo muouersi in giù nell' acqua se non materie più graui in spezie di lei; e per conseguenza per molte centinaia di volte più graui dell' aria, nel ricercare qual sia la proportione delle velocità loro in aria, e in *acqua, possiamo senza notabile errore far conto, che l'aria non detragga cosa di momento dalla assoluta grauità, & in conseguenza dall' assoluta velocità di tali materie; onde speditamente trouato l'eccesso della grauità loro sopra la grauità dell' acqua, diremo la velocità loro per aria alla velocità loro per acqua hauer la medesima proporzione, che la loro totale grauità all' eccesso di questa sopra la grauità dell' acqua. Per esempio vna palla d' auorio pesa venti once, altrettanta acqua pesa once diciasette; adunque la velocità dell' auorio in aria alla sua velocità in acqua è prossimamente come venti à tre.*

Sagr. *Grandissimo acquisto hò fatto in vna materia per se stessa curiosa, e nella quale, mà senza profitto, hò molte volte affaticata la mente; nè mancherebbe altro per poter anche praticare queste specolazioni, se non il trouar modo di poter venire in cognizione di quanta sia la grauità dell' aria rispetto all' acqua, & in conseguenza all' altre materie graui.*

Simp. *Mà quando si trouasse, che l'aria in vece di grauità hauesse leggerezza, che si dourebbe dire de gli hauti discorsi per altro molto ingegnosi?*

Salu. *Conuerrebbe dire, che fussero stati veramente aerei, leggieri, e vani. Mà vorrete voi dubitare, se l'aria sia graue, mentre hauete il Testo chiaro d' Aristotele, che l'afferma, dicendo che tutti gli elementi hanno grauità, anco l'aria stessa; segno di che (soggiugne egli) ne è, che l' Otro gonfiato pesa più che sgonfiato.*

Simp. *Che l'Otro, ò pallone gonfiato pesi più, crederei io che procedesse non da grauità, che sia nell' aria, mà ne i molti vapori grossi tra essa mescolati in queste nostre regioni basse; mercè de i quali direi io che cresce la grauità dell' Otro.*

Salu. *Non vorrei che lo diceste voi, e molto meno che lo faceste dire ad Aristotele, perche parlando egli de gli elementi, e volendomi persuadere, che l'elemento dell' aria è graue, facendomelo veder con l'esperienza; se nel venire alla proua ei mi dicesse: Piglia*

vn'

vn' Otro, e empilo di vapori grossi, & osserva che il suo peso crescerà; io gli direi che più ancora peserebbe chi l'empiesse di semola; mà soggiugnerei dopo che tali esperienze prouano, che le semole, & i vapori grossi son graui: mà quanto all' elemento dell' aria, resterei nel medesimo dubbio di prima. L'esperienza dunque di Aristotele è buona, e la proposizion vera. Mà non direi già così di cert' altra ragione presa pure à segno di vn tal Filosofo, del quale non mi souuiene il nome, mà sò che l'hò letta, il quale argomenta l'aria esser più graue, che leggiera, perche più facilmente porta i graui all' in giù, che i leggieri all' in sù.

Sagr. *Bene per mia fè. Adunque per questa ragione l'aria sarà molto più graue dell' acqua, auuenga che tutti i graui son portati più facilmente in giù per aria, che per acqua, e tutti i leggieri più ageuolmente in questa che in quella: anzi infinite materie salgono per acqua, che per aria calano à basso. Mà sia la grauità dell' Otro S. Simp. ò per i vapori grossi, ò per l'aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade à Mobili, che si muouono in questa nostra regione vaporosa. Però ritornando à quello che più mi preme: vorrei per intera, & assoluta instruzzione della presente materia, non solo restare assicurato, che l'aria sia (come io tengo per fermo) graue, mà vorrei, se è possibile, saper quanta sia la sua grauità. Però S. Salu. se hauete da sodisfarmi in questo ancora, vi prego à farmene fauore.*

Salu. *Che nell' aria risegga grauità positiua, e non altrimente, come alcuni hanno creduto, leggerezza, la quale forse in veruna materia non si ritroua, assai concludente argomento ce ne porge l'esperienza del pallone gonfiato posta da Aristotele, perche se qualità di assoluta, e positiua leggerezza fusse nell' aria, multiplicata, e compressa l'aria crescerebbe la leggerezza, e'n consequenza la propensione di andare in sù: mà l'esperienza mostra l'opposito. Quanto all' altra domanda, che è del modo d'inuestigare la sua grauità, io l'hò praticato in cotal maniera. Hò preso vn' fiasco di vetro assai capace, e col collo strozzato, al quale hò applicato vn ditale di* *cuoio legato bene stretto nella strozzatura del fiasco, hauendo in capo al detto ditale inserta, e saldamente fermata vn' animella da pallone, per la quale con vno schizzatoio hò per forza fatto passar nel fiasco molta quantità d'aria, della quale, perche patisce d'esser assaissimo condensata, se ne può cacciare due, e tre altri fiaschi oltre à quella che naturalmente vi capisce. In vna esattissima bilancia hò io poi pesato molto precisamente tal' fiasco con l'aria dentroui compressa, aggiustando il peso con minuta arena. Aperta poi l'animella e dato l'esito all' aria violentemente nel vaso contenuta, e rimessolo in bilancia, trouuandola notabilmente alleggerito, sono andato detraendo del contrappeso tant arena, saluandola da parte, che la bilancia resti in equilibrio col residuo contrappeso, cioè col fiasco. E quì non è dubbio, che'l peso della rena saluata è quello dell' aria, che forzatamente fù messa nel fiasco, e che ultimamente n'è vscita. Mà tale esperienza fin quì non mi assicura d'altro, se non che l'aria contenuta violentemente nel vaso, pesò quanto la saluata arena, mà quanto resolutamente, e determinatamente pesi l'aria rispetto all' acqua, ò ad altra materia graue, non per ancora sò io, nè posso sapere, se io non misuro la quantità di quell' aria compressa: & à questa inuestigazione bisogna trouar regola, nella quale hò trouato di potere in due maniere procedere: l'una delle quali è di pigliar vn' altro simil fiasco pur come'l primo strozzato, alla strozzatura del quale sia strettamente legato vn' altro ditale che dall' altra sua testa abbracci l'animella dell' altro, e intorno à quella con saldissimo nodo sia legato. Questo secondo fiasco conuien che nel fondo sia forato, in modo che per tal foro si possa mettere vno stile di ferro, con il quale si possa, quando vorremo, aprir la detta animella per dar l'esito alla souerchia aria dell'altro vaso pesata ch'ella sia: mà deue questo secondo fiasco esser pieno d'acqua. Apparechiato il tutto nella maniera detta, & aprendo con lo stile l'animella, l'aria vscendo con impeto, e passando nel vaso dell' acqua, la caccerà fuora per il foro del fondo; & è manifesto la quantità dell' acqua, che in tal' guisa verrà cacciata, esser' eguale alla mole, e quantità*

tità d'aria, che dall' altro vaso sarà vscita; saluata dũque tale acqua, e tornato à pesare il vaso alleggerito dell' aria compressa (il quale suppongo che fusse pesato anche prima con detta aria sforzata) e detratto al modo già dichiarato l'arena superflua, è manifesto questa essere il giusto peso di tanta aria in mole, quanta è la mole dell' acqua scacciata, e saluata; la quale peseremo, e vedremo quante volte il peso suo conterà il peso della serbata arena; e senza errore potremo affermar tante volte esser più graue l'acqua dell' aria, la quale non sarà dieci volte altrimenti come par che stimasse Aristotele, mà ben circa quattrocento, come tale esperienza ne mostra.

L'altro modo è più speditiuo, e puossi fare con vn' vaso solo, cioè, col primo accomodato nel modo detto, nel quale non voglio, che mettiamo altra aria oltre à quella, che naturalmente vi si ritroua: mà voglio che vi cacciamo dell' acqua senza lasciare vscir punto di aria, la quale douendo cedere alla soprauuenente acqua è forza che si comprima: spintaui dunque più acqua che sia possibile, che pure senza molta violenza vi se ne potrà mettere i trè quarti della tenuta del fiasco, mettasi sù la bilancia, e diligentissimamente si pesi, il che fatto tenendo il vaso col collo in sù, si apra l'animella dando l'vscita all'aria, della quale ne scapperà fuora giustamente quanta è l'acqua contenuta nel fiasco. Vscita che sia l'aria si torni à metter' il vaso in bilancia, il quale per la partita dell' aria si trouerà alleggerito, e detratto dal contrappeso il peso superfluo, da esso haremo la gravità di tant' aria, quanta è l'acqua del fiasco.

Simp. *Gli artifizij ritrouati da voi non si può dire che non siano sottili, e molto ingegnosi, mà mentre mi pare, che in apparenza diano intera sodisfazzione all' intelletto, mi metton per vn' altro verso in confusione; imperò che essendo indubitabilmente vero, che gli elementi nelle proprie regioni non sono nè leggieri, nè graui non posso intender come, e doue quella porzione d'aria, che parue pesassi, v.gr. quattro dramme di rena, debba poi realmente hauer tal grauità nell' aria, nella quale ben la retiene la rena, che la contrappesò; e però mi pare che l'esperienza douesse esser praticata non nell'* *elemento dell' aria, mà in vn mezzo doue l'aria stessa potesse esercitare il suo talento del peso, se ella veramente ne possiede.*

Salu. *Acuta certo è l'opposizione del S. Simp. e però è necessario ò che ella sia insolubile, ò che la soluzione sia non men sottile. Che quell' aria, la quale compressa mostrò pesare quanto quella rena, posta in libertà nel suo elemento, non sia più per pesare, mà si ben la rena, è cosa chiarissima; e però per far tale esperienza conueniua eleggere vn luogo, e vn mezzo, doue l'aria non men che la rena potesse grauitare; perche comè più volte si è detto, il mezzo detrae dal peso d'ogni materia, che vi s'immerge, tanto quant'è il peso d'altrettanta parte dell' istesso mezzo, quant'è la mole immersa; si che l'aria all' aria leua tutta la grauità: l'operazione dunque acciò fusse fatta esattamente, conuerrebbe farla nel Vacuo, doue ogni graue eserciterebbe il suo momento senza diminuzione alcuna. Quando dunque S. Simp. noi pesassimo vna porzione d'aria nel Vacuo, restereste allora sincerato, e assicurato del fatto?*

Simp. *Veramente si; mà questo è vn desiderare, ò richieder l'impossibile.*

Salu. *E però grandissimo conuerrà che sia l'obbligo, che mi dourete, qual volta per amor vostro io effettui vn' impossibile: mà io non voglio venderui quel che già vi hò donato: perche di già nell' addotta esperienza pesiamo noi l'aria nel Vacuo, e non nell' aria, ò in altro mezzo pieno. Che alla mole S. Simp. che nel mezzo fluido s'immerge, venga dall' istesso mezzo detratto della grauità, ciò prouiene, perche ei resiste all' esser' aperto, discacciato, e finalmente solleuato; segno di che ne dà la prontezza sua nel ricorrer subito à riempier lo spazio, che l'immersa mole in lui occupaua, qualunque volta e' se ne parta: che quando di tale immersione ei nulla sentisse, niente opererebbe egli contro di quella. Hora ditemi, mentre che voi hauete in aria il fiasco di già pieno della medesima aria naturalmente contenutaui, qual diuisione, scacciamento, ò in somma qual mutazione riceue l'aria esterna ambiente dalla seconda aria, che nuouamente s'infonde con forza nel vaso? Forse s'ingran-*

disce

disce il fiasco, onde l'ambiente debba maggiormente ritirarsi per cedergli luogo? certo nò; e però possiam dire, che la seconda aria non si immerge nell' ambiente non vi occupando ella spazio: mà è come se si mettesse nel Vacuo; anzi pur vi si mette ella realmente, e si trapone ne i vacui non ben ripieni dalla prima aria non condensata. E veramente non sò conoscere differenza nissuna trà due costituzioni d'ambito, & ambiente, mentre in questa l'ambiente niente preme l'ambito, & in quella l'ambito punto non spinge contr' all' ambiente: e tali sono la locazione di qualche materia nel Vacuo, e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso dunque che si troua in tal' aria condensata, è quello che ella harebbe liberamente sparsa nel Vacuo. Ben' è vero che 'l peso della rena, che la contrappesò, come quella che era nell' aria libera, nel vacuo sarebbe stato vn poco più del giusto; e però conuien dire, che l'aria pesata sia veramente alquanto men graue della rena, che la contrappesò, cioè, tanto quanto peserebbe altrettanta aria nel Vacuo.

Simp. *Pur mi pareua, che nell' addotte esperienze vi fusse qualche cosa da desiderare; mà ora mi quieto interamente.*

Salu. *Le cose da me sin quì prodotte, & in particolare questa, che la differenza di grauità ben che grandissima non habbia parte veruna nel diuersificare le velocità de i Mobili, si che per quanto da quella depende, tutti si mouerebbero con egual celerità, è tanto nuoua, e nella prima apprensione remota dal verisimile, che quando non si hauessi modo di dilucidarla, e renderla più chiara che 'l Sole, meglio sarebbe il tacerla, che 'l pronunziarla; però già che me la sono lasciata scappar di bocca, conuien ch' io non lasci indietro esperienza, ò ragione, che possa corroborarla.*

Sagr. *Non questa sola, mà molte altre insieme dalle vostre proposizioni son così remote dalle opinioni, e dottrine communemente riceuute, che spargendosi in publico vi conciterebber numero grande di contradittori: essendo che l'innata condizione degli huomini non vede con buon' occhio, che altri nel loro esercizio scuopra verità, ò falsità non scoperte da loro; e col dar titolo di in-*

nouatori di dottrine poco grato à gli orecchi di molti, s'ingegnano di tagliar quei nodi, che non possono sciorre, e con mine sutterranee dissipar quelli edifizij, che sono stati con gli strumenti consueti da pazienti artefici costrutti: mà con esso noi lontani da simili pretensioni l'esperienze vostre, e le ragioni bastano à quietarci: tuttauia quando habbiate altre più palpabili esperienze, e ragioni più efficaci le sentiremo molto volentieri.

Salu. *L'esperienza fatta con due Mobili quanto più si possa differenti di peso col fargli scendere da vn' altezza per osseruar se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà: imperò che se l'altezza sarà grande, il mezzo che dall' impeto del cadente deue esser' aperto, e lateralmente spinto di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del Mobile leggierissimo, che alla violenza del grauissimo, per lo che per lungo spazio il leggiero rimarrà indietro: e nell' altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse differenza, ò pur se ve ne fusse, mà inosseruabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, & accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere trà l'arriuo al termine del graue, e l'arriuo del leggiero, che così congiunte facessero vn tempo non solo osseruabile, mà grandemente osseruabile. In oltre per potermi preualer di moti quanto si possa tardi, ne i quali manco lauora la resistenza del mezzo in alterar l'effetto, che depende dalla semplice grauità, sono andato pensando di fare scendere i Mobili sopra vn piano decliue non molto eleuato sopra l'orizontale, che sopra questo non meno che nel perpendicolo potrà scorgersi quello che facciano i graui differenti di peso; e passando più auanti hò anco voluto liberarmi da qualche impedimento, che potesse nascer dal contatto di essi Mobili su'l detto piano decliue, e finalmente hò preso due palle una di piombo, & una di sughero, quella ben più di cento volte più graue di questa, e ciascheduna di loro hò attaccata à due sottili spaghetti eguali lunghi quattro, ò cinque braccia legati ad alto: allontanata poi l'una, e l'altra palla dallo stato perpendicolare gli*

gli hò dato l'andare nell'istesso momento, & esse scendendo per le circonferenze di cerchi descritti da gli spaghi eguali lor semidiametri, passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro, e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate, e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la graue và talmente sotto il tempo della leggiera, che nè in ben cento vibrazioni, nè in mille anticipa il tempo d'un minimo momento; mà camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero, che quelle del piombo; mà non però che le renda più, ò men frequenti, anzi quando gli archi passati dal sughero non fusser più che di cinque, o sei gradi, e quei del piombo cinquanta, ò sessanta son' eglin passati sotto i medesimi tempi.

Simp. *Se questo è, come dunque non sarà la velocità del piombo maggiore della velocità del sughero? facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo che questo ne passa appena sei?*

Salu. *Mà che direste S. Simp. quando amendue spedissero nell' istesso tempo i lor' viaggi, mentre il sughero allontanato dal perpendicolo trenta gradi hauesse à passar l'arco di sessanta, e'l piombo slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi scorresse l'arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto più veloce il sughero? e pur l'esperienza mostra ciò auuenire; però notate. Slargato il pendolo del piombo, v. gr. cinquanta gradi dal perpendicolo, e di lì lasciato in libertà scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta descriue l'arco di quasi cento gradi; e ritornando per se stesso indietro descriue vn' altro poco minore arco, e continuando le sue vibrazioni dopo gran numero di quelle si reduce finalmente alla quiete: Ciascheduna di tali vibrazioni si fà sotto tempi eguali tanto quella di nouanta gradi, quanto quella di cinquanta, ò di venti, di dieci, di quattro: sì che in consequenza la velocità del Mobile vien sempre languendo, poiche sotto tempi eguali và passando successiuamente archi sempre minori, e minori. Vn simile,* *anzi l'istesso effetto fà il sughero pendente da vn filo altrettanto lungo, saluo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto mediante la sua leggerezza à superar l'ostacolo del' aria: con tutto ciò tutte le vibrazioni grandi, e piccole si fanno sotto tempi eguali trà di loro, & eguali ancora à i tempi delle vibrazioni del piombo. Onde è vero, che se mentre il piombo passa vn'arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa vno di dieci, il sughero allora è più tardo del piombo; mà accaderà ancora all' incontro che'l sughero passi l'arco di cinquanta, quando il piombo passi quel di dieci, ò di sei; e così in diuersi tempi hor sarà più veloce il piombo, & hora il sughero; mà se gli stessi Mobili passeranno ancora sotto i medesimi tempi eguali, archi eguali, ben sicuramente si potrà dire allora essere le velocità loro eguali.*

Simp. *Mi pare e non mi pare, che questo discorso sia concludente, e mi sento nella mente una tal qual confusione, che mi nasce dal muouersi e l'uno e l'altro Mobile or veloce, or tardo, & or tardissimo; che non mi lascia ridurre in chiaro, come vero sia, che le velocità loro sian sempre eguali.*

Sagr. *Concedami in grazia S. Salu. ch'io dica due parole. E ditemi S. Simp. se voi ammettete, che dir si possa con assoluta verità le velocità del sughero, e del piombo essere eguali, ogni volta che partendosi amendue nell' istesso momento dalla quiete, e mouendosi per le medesime inclinazioni passassero sempre spazij eguali in tempi eguali?*

Simp. *In questo si può dubitare, nè se gli può contradire.*

Sagr. *Accade ora ne i pendoli, che ciaschedun di loro passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, quattro, due, e quando amendue passano l'arco di sessanta gradi, lo passano nell' istesso tempo: nell' arco di cinquanta metton l'istesso tempo l'uno che l'altro Mobile: così nell' arco di trenta, di dieci, e de gli altri; e però si conclude che la velocità del piombo nell' arco di sessanta gradi è eguale alla velocità del sughero nell' arco medesimo di sessanta: e che le velocità nell' arco di cinquanta son pur trà loro eguali,*

eguali, e così ne gli altri. Mà non si dice già che la velocità che si esercita nell' arco di sessanta sia eguale alla velocità, che si esercita nell' arco di cinquanta, nè questa à quella dell' arco di trenta. Mà son sempre minori le velocità ne gli archi minori; il che si raccoglie dal veder noi sensatamente il medesimo Mobile metter tanto tempo nel passar l'arco grande de i sessanta gradi, quanto nel passare il minor di cinquanta, ò'l minimo di dieci, & in somma nell' esser passati tutti sempre sotto tempi eguali. E' vero dunque che ben vanno è'l piombo, è'l sughero ritardando il moto secondo la diminuzione de gli archi, mà non però alterano la concordia loro nel mantener l'egualità della velocità in tutti i medesimi archi da loro passati. Hò voluto dir questo più per sentire, se hò ben capito il concetto del S. Salu. che per bisogno ch'io credessi che hauesse il S. Simp. di più chiara esplicazione di quella del S. Salu. che è, come in tutte le sue cose, lucidissima, e tale che, sciogliendo egli il più delle volte questioni non solo in apparenza oscure, mà repugnanti alla natura, & al vero, con ragioni, ò osservazioni, ò esperienze tritissime, e familiari ad ogn' vno hà (come da diuersi hò inteso) dato occasione à tal' vno de i professori più stimati di far minor conto delle sue nouità, tenendole come à vile per dependere da troppo bassi, e popolari fondamenti, quasi che la più ammirabile, e più da stimarsi condizione delle scienze dimostratiue, non sia lo scaturire, e pullulare da principii notissimi, intesi, e conceduti da tutti. Mà seguitiamo pur noi d'andarci pascendo di questi cibi leggieri; e posto che il S. Simp. sia restato appagato nell' intender, & ammettere, come l'interna grauità de i diuersi Mobili non habbia parte alcuna nel diuersificar le velocità loro, si che tutti per quanto da quella depende, si mouerebber con l'istesse velocitadi; diteci S. Salu. in quello che voi riponete le sensate, & apparenti disegualità di moto; e rispondete à quell' instanza, che oppone il S. Simp. e ch' io parimente confermo, dico del vedersi non solamente una palla d'artiglieria muouersi più velocemente d'una migliarola di piombo, che poca sarà la differenza di velocità rispetto à quella, che v'oppongo io di Mobili dell'

dell' istessa materia, de i quali alcuni de i maggiori scenderanno in meno d'una battuta di polso in vn mezzo quello spazio, che altri minori non lo passerãno in vn' ora, nè in quattro, nè in venti, quali sono le pietre, e la minuta rena, e massime quella sottilissima, che intorbida l'acqua, nel qual mezzo in molte ore non scende per due braccia, che pietruzze nè molto grandi passano in vna battuta di polso.

Salu. *Quel che operi il mezzo nel ritardar più i Mobili, secondo che trà di loro son in spezie men graui, già si è dichiarato, mostrando ciò accadere dalla suttrazzione di peso. Mà come il medesimo mezzo possa con si gran differenza scemar la velocità ne i Mobili differenti solo in grandezza, ancor che siano della medesima materia, e dell' istessa figura, ricerca per sua dichiarazione discorso più sottile di quello, che basta per intender, come la figura del Mobile più dilatata; ò 'l moto del mezzo che sia fatto contro al Mobile, ritarda la velocità di quello. Io del presente problema riduco la cagione alla scabrosità, e porosità, che comunemente, e per lo più necessariamente si ritroua nelle superficie de i corpi solidi, le quali scabrosità nel moto di essi vanno vrtando nell' aria, ò altro mezzo ambiente; di che segno euidente ce ne porge il sentir noi ronzar' i corpi ancor che quanto più si possa rotondati, mentre velocissimamente scorrono per l'aria, e non solo ronzare, mà sibilare, e fischiar si sentono, se qualche più notabil cauità, ò prominenza sarà in essi. Vedesi anco nel girar soprà 'l torno ogni solido rotondo far' vn poco di vento. Mà che più? non sentiam noi notabil ronzio, & in tuono molto acuto farsi dalla trottola, mentre per terra con somma celerità và girando? l'acutezza del qual sibilo si và ingrauendo, secondo che la velocità della vertigine và di grado in grado languendo: argomento parimente necessario de gl' intoppi nell' aria delle scabrosità ben che minime delle superficie loro. Queste non si può dubitare, che nello scender' i Mobili, soffregandosi con l'ambiente fluido apporteranno ritardamento alla velocità, e tanto maggiore, quanto la superficie sarà più grande, quale è quella de i solidi minori paragonati à i maggiori.*

Simp.

Simp. *Fermate in grazia, perche qui comincio à confondermi: imperò che se bene io intendo, & ammetto, che la confricazione del mezzo con la superficie del Mobile ritardi il moto, e che più lo ritardi, doue ceteris paribus la superficie sia maggiore, nõ capisco però con qual fondamento voi chiamiate maggiore la superficie de i solidi minori: & oltre à ciò, se, come voi affermate, la maggior superficie deue arrecar maggior ritardamento, i solidi maggiori deuriano esser più tardi, il che non è: mà questa instanza facilmente si toglie con dire, che se bene il maggiore hà maggior superficie, hà anco maggior gravità, contro la quale l'impedimento della maggior superficie non hà à preualere all' impedimento della superficie minore contro alla minor grauità, si che la velocità del solido maggiore ne diuenga minore. E però non veggo ragione, per la quale si debba alterare l'egualità delle velocità, mentre che quanto si diminuisce la grauità mouente, altrettanto si diminuisce la facoltà della superficie ritardante.*

Salu. *Risoluerò congiuntamente tutto quello che opponete. Per tanto voi S. Simp. senza controuersia ammettete, che quando di due Mobili eguali della stessa materia, e simili di figura (i quali indubitabilmente si mouerebber egualmente veloci) all' vno di loro, si diminuisse tanto la gravità, quanto la superficie (ritenendo però la similitudine della figura) non perciò si scemerebbe la velocità nel rimpiccolito.*

Simp. *Veramente parmi che così dourebbe seguire, stando però nella nostra dottrina, che vuol, che la maggior', ò minor grauità non habbia azzione nell' accelerare, ò ritardar' il moto.*

Salu. *E questo confermo io: e vi ammetto anco 'l vostro detto, dal qual mi par che in consequenza si ritragga, che quando la grauità si diminuisse più che la superficie, nel Mobile in tal maniera diminuito si introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore e maggiore, quanto à proporzione maggior fusse la diminuzion del peso, che la diminuzion della superficie.*

Simp. *In ciò non hò io repugnanza veruna.*

Salu. *Hor sappiate S. Simp., che non si può ne i solidi diminuir tanto la superficie quanto 'l peso mantenendo la similitudine delle figure. Imperò che essendo manifesto, che nel diminuir vn' solido graue tanto scema il suo peso, quanto la mole, ogni volta che la mole venisse sempre diminuita più che la superficie (nel conservarsi massime la similitudine di figura) la gravità ancora più che la superficie verrebbe diminuita. Mà la Geometria c' insegna, che molto maggior proporzione è trà la mole, e la mole ne i solidi simili, che tra le loro superficie. Il che per vostra maggior' intelligenza vi esplicherò in qualche caso particolare. Però figurateui per esempio vn Dado, vn lato del quale sia, v. gr. lungo due dita, si che vna delle sue faccie sarà quattro dita quadre, e tutte sei, cioè, tutta la sua superficie venti quattro dita quadre. Intendete poi il medesimo Dado esser con trè tagli segato in otto piccoli Dadi, il lato di ciascun de quali sarà vn dito, e vna sua faccia vn dito quadro, e tutta la sua superficie sei dita quadre, delle quali l'intero Dado ne conteneua venti quattro in superficie. Or vedete come la superficie del piccol Dado è la quarta parte della superficie del grande (che tanto è sei di venti quattro) mà l'istesso Dado solido è solamente l'ottaua; molto più dunque cala la mole, & in consequenza il peso, che la superficie. E se voi suddividerete il piccol Dado in altri otto, haremo per l'intera superficie d'un di questi vn dito e mezzo quadro, che è la sedicesima parte della superficie del primo Dado; mà la sua mole è solamente la sessantaquattresima. Vedete per tanto, come in queste sole due divisioni le moli scemano quattro volte più, che le loro superficie, e se noi andremo seguitando la suddivisione, fino che si riduca il primo solido in vna minuta poluere, troveremo la grauità de i minimi atomi diminuita centinaia, e centinaia di volte più che le loro superficie. E questo che vi ho esemplificato ne i Cubi, accade in tutti i solidi simili, le moli de i quali sono in sesquialtera proporzione delle lor superficie. Vedete dunque con quanto maggior proporzione cresce l'impedimento del contatto della superficie del Mobile col mezzo ne i Mobili piccoli, che ne i maggiori: e se noi aggiugneremo che le scabrosità*

nelle

nelle superficie piccolissime delle polueri sottili non son forse minori di quelle delle superficie de i solidi maggiori, che siano con diligenza puliti, guardate quanto bisognerà che 'l mezzo sia fluido, e privo onninamente di resistenza all' esser' aperto per douer cedere il passo à così debil virtù. E in tanto notate S. Simp. ch' io non equiuecai, quando poco fà dissi la superficie de solidi minori esser più grande in comparazione di quella de i maggiori.

Simp. *Io resto interamente appagato; e mi credano certo, che se' io hauessi à ricominciare i miei studii, vorrei seguire il consiglio di Platone, e cominciarmi dalle Matematiche, le quali veggo che procedono molto scrupolosamente, ne vogliono ammetter per sicuro fuor che quello, che concludentemente dimostrano.*

Sagr. *Hò hauto gusto grande di questo discorso; mà prima che passiamo più auanti, harei caro di restar capace d'un termine, che mi giunse nuouo, quando pur' ora diceste, che i solidi simili son trà di loro in sesquialtera proporzione delle lor superficie, perche hò ben veduto, e inteso la proposizione con la sua dimostrazione, nella quale si proua le superficie de' solidi simili esser' in duplicata proporzione de i lor lati, e l'altra, che proua i medesimi solidi esser' in tripla proporzione de i medesimi lati, mà la proporzione de i solidi con le lor superficie non mi souuien ne anco d' hauerla sentita nominare.*

Salu. *V. S. medesima da per se si risponde, e dichiara il dubbio. Imperò che quello che è triplo d'una cosa della quale un altro è doppio, non vien' egli ad esser sesquialtero di questo doppio? certo sì! Or se le superficie sono in doppia proporzione delle linee, delle quali i solidi sono in proporzione tripla, non possiam noi dire i solidi essere in sesquialtera proporzion delle superficie?*

Sagr. *Hò inteso benissimo. E se bene alcuni altri particolari attenenti alla materia, di cui si tratta, mi resterebbero da domandare, tuttavia quando ce n' andassimo così di digressione in digressione tardi verremmo alle quistioni principalmente intese, che appartengono alle diuersità de gli accidenti delle resistenze de i solidi all' esser spezzati; e però quando così piaccia loro, potremo ritornare su 'l primo filo che si propose da principio.*

Salu. *V. S. dice molto bene: mà le cofe tante, e tanto varie, che fi fono efaminate, ci han rubato tanto tempo, che poco ce n'auanzerà per quefto giorno da fpendere nell' altro noftro principal' argomento, che è pieno di dimoftrazioni Geometriche da effer con attenzione confiderate: onde ftimerei, che fuffe meglio differire il congreffo à dimane, fi per quefto che hò detto, come ancora perche potrei portar meco alcuni fogli doue hò per ordine notati i Teoremi, e Problemi, ne i quali fi propongono, e dimoftrano le diuerfe paffioni di tal foggetto, che forfe alla memoria col neceffario metodo non mi fouuerrebbero.*

Sagr. *Io molto bene mi accomodo à quefto configlio, e tanto più volentieri, quãto che per finire la feffione odierna harò tempo di fentir la dichiarazione d' alcuni dubbi, che mi reftauano nella materia che vltimamente trattauamo. De i quali vno è, fe fi deue ftimare, che l' impedimento del mezzo poffa effer baftante à por termine all' accelerazione à corpi di materia graviffima grandiffimi di mole, e di figura sferica; e dico sferica, per pigliar quella che è contenuta fotto la minima fuperficie, e però meno foggetta al ritardamento. Vn' altro farà circa le vibrazioni de i pendoli, e quefto hà più capi; l'uno farà fe tutte e grandi, e mediocri, e minime fi fanno veramente, e precifamente fotto tempi eguali: & vn' altro qual fia la proporzione de i tempi de i Mobili appefi à fili difeguali, de i tempi, dico, delle lor vibrazioni.*

Salu. *I quefiti fon belli, e fi come auuiene di tutti i veri, dubito che trattando di qualfifia di loro fi tirerà dietro tante altre vere, e curiofe confequenze, che non sò, fe l'auanzo di quefto giorno ci bafterà per difcuterle tutte.*

Sagr. *S' elle faranno del fapore delle paffate, più grato mi farebbe l impiegarui tanti giorni, non che tante ore, quante reftano fino à notte: e credo che il S. Simp. non fi riftuccherà di tali ragionamenti.*

Simp. *Sicuramente nò: e maffime quando fi trattano quiftioni naturali, intorno alle quali non fi leggono opinioni, ò difcorfi d' altri Filofofi.*

Salu.

Salu. *Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitazione, non esser sfera si grande, ne di materia si graue, che la renitenza del mezzo, ancor che tenuissimo, non raffreni la sua accelerazione, e che nella continuazion del moto non lo riduca all' equabilità, di che possiamo ritrar molto chiaro argomento dall' esperienza stessa. Imperò che se alcun Mobile cadente fusse abile nella sua continuazion di moto ad acquistar qualsiuoglia grado di velocità, nissuna velocità che da motore esterno gli fusse conferita, potrebbe esser così grande, che egli la recusasse, e se ne spogliasse mercè dell' impedimento del mezzo. E così vna palla d' Artiglieria che fusse scesa per aria, v. g. quattro braccia, & hauesse per esempio acquistato dieci gradi di velocità, e che con questi entrasse nell' acqua, quando l' impedimento dell' acqua non fusse potente à vietare alla palla vn tale impeto, ella l' accrescerebbe, ò almeno lo continuerebbe sino al fondo, il che non si vede seguire, anzi l' acqua, benche non fusse più che poche braccia profonda, l' impedisce, e debilita in modo, che leggierissima percossa farà nel letto del fiume, ò del lago. E' dunque manifesto che quella velocità della quale l' acqua l' ha potuta spogliare in vn breuissimo viaggio, non glie lo lascerebbe giamai acquistare anco nella profondità di mille braccia. E perche permettergli 'l guadagnarsela in mille per leuargliela poi in quattro braccia? Mà che più? non si vede egli l' immenso impeto della palla cacciata dall' istessa Artiglieria esser talmente rintuzzato dall' interposizione di pochissime braccia d' acqua, che senza veruna offesa della naue appena si conduce à percuoterla? L' aria ancora benche cedentissima pur reprime la velocità del Mobile cadente ancor molto graue, come possiamo con simili esperienze comprendere; perche se dalla cima d' una torre molto alta tireremo vn' archibusata in giù, questa farà minor botta in terra, che se scaricheremo l' archibuso alto dal piano solamente quattro, ò sei braccia: segno evidente che l' impeto, con che la palla vscì della canna scaricata nella sommità della torre, andò diminuendosi nello scender per aria; adunque lo scender da qualunque grandissima altezza non basterà per fargli* *acquistare quell' impeto, del quale la resistenza dell' aria la priua, quando già in qualsiuoglia modo gli sia stato conferito. La rovina parimente che farà in vna muraglia vn colpo d'una palla cacciata da una Colubrina dalla lontananza di venti braccia non credo io che la facesse venendo à perpendicolo da qualsiuoglia altezza immensa. Stimo per tanto esser termine all' accelerazione di qualsiuoglia Mobile naturale, che dalla quiete si parta, e che l'impedimento del mezzo finalmente lo riduca all' egualità, nella quale ben poi sempre si mantenga.*

Sagr. *L'esperienze veramente mi par che siano molto à proposito; nè ci è altro se non che l'auuersario potrebbe farsi forte col negar, che si debbono verificar nelle moli grandissime, e grauissime, e che vna palla d'Artiglieria venendo dal concauo dalla Luna, ò anco dalla suprema region dell' aria farebbe percossa maggiore che vscita dal Cannone.*

Salu. *Non è dubbio, che molte cose si posson' opporre, e che non tutte si possono con esperienze redarguire: tuttauia in questa contradizzione alcuna cosa par che si possa metter' in considerazione; cioè, che molto hà del verisimile, che 'l graue cadente da vn' altezza acquisti tanto d'impeto nell' arriuar' in terra, quanto fusse bastante à tirarlo à quell' altezza; come chiaramente si vede in vn pendolo assai graue, che slargato cinquanta, ò sessanta gradi dal perpendicolo guadagna quella velocità, e virtù che basta precisamente à sospignerlo ad altrettanta eleuazione, trattone però quel poco, che gli vien tolto dall' impedimento dell' aria. Per costituir dunque la palla dell' Artiglieria in tanta altezza, che bastasse per l'acquisto di tanto impeto, quanto è quello che gli dà il fuoco nell' vscir del Pezzo, dourebbe bastar' il tirarla in sù à perpendicolo con l'istessa Artiglieria, osseruando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale à quello della percossa fatta da vicino nell' vscire; che credo veramente che non sarebbe à gran segno tanto gagliardo. E però stimo che la velocità, che hà la palla vicino all' vscita del Pezzo, sarebbe di quelle, che l'impedimento dell' aria non gli lascerebbe conseguire*

già

già mai, mentre con moto naturale scendesse partendosi dalla quiete da qualsiuoglia grand' altezza. Vengo ora à gli altri quesiti attenenti à i pendoli, materia che à molti parrebbe assai arida, e massime à quei Filosofi, che stanno continuamente occupati nelle più profonde quistioni delle cose naturali: tuttavia non gli voglio disprezzare inanimito dall' esempio d'Aristotele medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non hauer' egli lasciato si può dir materia alcuna degna in qualche modo di considerazione, che e non habbia toccata: & ora da i quesiti di V. S. penso che potrò dirui qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla Musica, materia nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand' huomini, e l'istesso Aristotele: e circa di essa considera molti problemi curiosi: talche se io ancora da così facili, e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti marauigliosi in materia de i suoni, posso sperare, che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.

Sagr. *Non solamente graditi, mà da me in particolare sommamente desiderati, come quello che sendomi dilettato di tutti gli strumenti musici, & assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace, e perplesso onde auuenga, che più mi piaccia, e diletti questa che quella: e che alcuna non solo non mi diletti, mà sommamente m' offenda: il problema poi trito delle due corde tese all' vnisono, che al suono dell' vna l'altra si muoua, e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto: come anco non ben chiare le forme delle consonanze, & altre particolarità.*

Salu. *Vedremo se da questi nostri pendoli si possa cavare qualche sodisfazione à tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è se veramente, e puntualissimamente l'istesso pendolo, fà tutte le sue vibrazioni massime, mediocri, e minime sotto tempi precisamente eguali: io mi rimetto à quello, che intesi già dal nostro Accademico, il quale dimostra bene che'l Mobile, che descendesse per le corde suttese à qualsiuoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali tanto la suttesa sotto cent' ottanta gradi (cioè tutto il Diametro) quanto le suttese di cento, di sessanta, di*

dieci,

dieci, di due, di mezzo, e di quattro minuti: intendendo che tutte vadano à terminar nell' infimo punto toccante il piano orizontale. Circa poi i descendenti per gli archi delle medesime corde elevati sopra l'orizonte, e che non siano maggiori d'vna quarta, cioè, di novanta gradi, mostra parimente l'esperienza passarsi tutti in tempi eguali, mà però più brevi de i tempi de passaggi per le corde: effetto che in tanto hà del marauiglioso, in quanto nella prima aprensione par che dourebbe seguire il contrario: Imperò che sendo comuni i termini del principio, e del fine del moto, & essendo la linea retta la brevissima, che trà i medesimi termini si comprende, par ragionevole che il moto fatto per lei s' hauesse à spedire nel più breue tempo, il che poi non è; mà il tempo brevissimo, & in consequenza il moto velocissimo è quello che si fà per l'arco, del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di Mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, ò vogliam dire lunghezze esser' in duplicata proporzion de i tempi, cioè, son come i quadrati de i tempi: si che volendo, v. gr. che 'l tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un' altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo. Et allora nel tempo d'una vibrazione di quello, vn' altro ne farà trè, quando la corda di quello sarà noue volte più lunga dell' altra. Dalche ne seguita che le lunghezze delle corde hanno frà di loro la proporzione che hanno i quadrati de numeri delle vibrazioni, che si fanno nel medesimo tempo.

Sagr. *Adunque se io hò ben' inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d'una corda pendente da quasiuoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell' attaccatura mi fusse invisibile, e solo si vedesse l'altro estremo basso. Imperò che se io attaccherò quì da basso vno assai graue peso à detta corda, e farò che si vadia vibrando in quà, e 'n là, e che vn' amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni, e che io nell' istesso tempo vadia parimente*

mente contando le vibrazioni, che farà vn' altro Mobile appeso à vn filo di lunghezza precisamente d'un braccio, da i numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell'istesso tempo, troverò la lunghezza della corda: come per esempio ponghiamo che nel tempo, che l'amico mio habbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne habbia contate dugen quaranta del mio filo, che è lungo vn braccio, fatti i quadrati delli due numeri venti, e dugen quaranta, che sono 400. *e* 57600. *dirò la lunga corda contener* 57600. *misure di quelle che il mio filo ne contien* 400. *e perche il filo è vn sol braccio, partirò* 57600. *per* 400. *che ne viene* 144. *e* 144. *braccia dirò esser lunga quella corda.*

Salu. *Nè vi ingannerete d'un palmo; e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrazioni.*

Sagr. *V. S. mi dà pur frequentemente occasione d'ammirare la ricchezza, & insieme la somma liberalità della natura, mentre da cose tanto comuni, e direi anco in certo modo vili ne andate traendo notizie molto curiose, e nuove, e bene spesso remote da ogni immaginazione. Io hò ben mille volte posto cura alle vibrazioni in particolare delle lampade pendenti in alcune chiese da lunghissime corde inauuertentemente state mosse da alcuno: mà il più che io cavassi da tale osservazione fù l'improbabilità dell' opinione di quelli che vogliono, che simili moti vengano mantenuti, e continuati dal mezzo, cioè, dall' aria; perche mi parrebbe bene che l'aria havesse vn gran giudizio, & insieme vna poca faccenda à consumar le hore, e le hore di tempo in sospignere con tanta regola in quà, e in là vn peso pendente: mà che io fussi per apprenderne, che quel Mobile medesimo appeso à vna corda di cento braccia di lunghezza slontanato dall' imo punto vna volta nouanta gradi, & vn' altra vn grado solo, ò mezzo, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo che mai l'haurei incontrato, che ancor ancora mi par che tenga dell' impossibile. Ora stò aspettando di sentire, che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musici, che mi possino almeno in parte quietar la mente.* N Salu.

Salu. *Prima d'ogni altra cosa bisogna auuertire, che ciaschedun pendolo hà il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato, e prefisso, che impossibil' cosa è il farlo muouer sotto altro periodo, che l'unico suo naturale; prenda pur chi si voglia in mano la corda, ond' è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d'accrescergli, ò scemargli la frequenza delle sue vibrazioni, sarà fatica buttata in vano: mà ben' all' incontro ad vn' pendolo ancor che graue, e posto in quiete, col solo soffiarui dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, mà sotto 'l tempo che è proprio quel delle sue vibrazioni: che se al primo soffio l'haremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che sendo ritornato verso noi comincerebbe la seconda vibrazione, gli conferiremo nuouo moto, e così successiuamente con altri soffi, mà dati à tempo, e non quando il pendolo ci vien' incontro (che così gl' impediremmo, e non aiuteremmo il moto) e seguendo con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai che quella d'un soffio ci bisognerà à cessarlo.*

Sagr. *Hò da fanciullo osseruato con questi impulsi dati à tempo vn huomo solo far sonare vna grossissima campana, e nel volerla poi fermare attacarsi alla corda quattro, e sei altri, e tutti esser leuati in alto, nè poter tanti insieme arrestar quell' impeto, che vn solo con regolati tratti gli haueua conferito.*

Salu. *Esempio, che dichiara 'l mio intento non meno acconciamente di quel, che questa mia premessa si accomodi à render la ragione del marauiglioso problema della corda della Cetera, ò del Cimbalo, che muoue, e fà realmente sonare quella non solo, che all' vnisono gli è concorde, mà anco all' ottaua, e alla quinta. Toccata la corda comincia, e continua le sue vibrazioni per tutto 'l tempo, che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare, e tremare l'aria che gli è appresso, i cui tremori, e increspamenti si distendono per grande spazio, e vanno à vrtare in tutte le corde del medesimo strumento, & anco di altri vicini: la corda che è tesa all' vnisono con la tocca, essendo disposta à far le sue vibra-*

zioni

zioni sotto'l medesimo tempo, comincia al primo impulso à muouersi vn poco, e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo, e più altri, e tutti ne gli aggiustati, e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore, che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest' ondeggiamento che si và distendendo per l'aria, muove, e fà vibrare non solamente le corde, mà qualsivoglia altro corpo disposto à tremare, e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda: si che se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diuersi pezzetti di setole, ò di altre materie flessibili, si vedrà nel sonare il Cimbalo tremare or questo, or quel corpuscolo secondo che verrà toccata quella corda, le cui vibrazioni van sotto'l medesimo tempo: gli altri non si muoueranno al suono di questa corda, nè quello tremerà al suono d'altra corda. Se con l'archetta si toccherà gagliardamente vna corda grossa d'una Viola, appressandogli vn bicchiere di vetro sottile, e pulito, quando il tuono della corda sia all' vnisono del tuono del bicchiere, questo tremerà, e sensatamente risonerà. Il diffondersi poi amplamente l'increspamento del mezzo intorno al corpo risonante, apertamēte si vede nel far sonare il bicchiere, dentro'l quale sia dell' acqua, fregando il polpastrello del dito sopra l'orlo: imperò che l'acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andar' ondeggiando; e meglio ancora si vedrà l'istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell' acqua sin presso all' orlo del bicchiere, che parimente facendolo risonare con la confricazione del dito, si vedranno gl' increspamenti nell' acqua regolatissimi, e con gran' velocità spargersi in gran distanza intorno al bicchiere; & io più volte mi sono incontrato nel fare al modo detto sonare vn bicchiere assai grande, e quasi pieno d'acqua, à veder prima le onde nell' acqua con estrema egualità formate; & accadendo tal' volta, che'l tuono del bicchiere salti vn' ottaua più alto, nell' istesso momento hò visto ciascheduna delle dette onde dividersi in due: accidente che molto chiaramente conclude la forma dell' ottaua esser la dupla.

N 2 Sagr.

Sagr. *A me ancora è interuenuto l'istesso più d'una volta con mio diletto, & anco utile: imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno à queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione, che comunemente se n' adduce da gli autori, che sin quì hanno scritto dottamente della Musica, fusse concludente à bastanza: Dicono essi la Diapason cioè l'ottaua esser contenuta dalla dupla, la Diapente, che noi diciamo la Quinta, dalla sesquialtera, perche distesa sopra il Monocordo vna corda, sonandola tutta, e poi sonandone la metà col mettere vn ponticello in mezzo, si sente l'ottaua, e se il ponticello si metterà al terzo di tutta la corda, toccando l'intera, e poi li due terzi ci rende la Quinta, per lo che l'ottaua dicono esser contenuta trà 'l due, e l'uno, e la Quinta trà il trè, 'l dua. Questa ragione dico non mi pareua concludente per poter' assegnar' juridicamente la dupla, e la sesquialtera per forme naturali della Diapason, e della Diapente. E'l mio motiuo era tale. Tre sono le maniere, con le quali noi possiamo inacutire il tuono à vna corda: l'una è lo scorciarla, l'altra il tenderla più, ò vogliam dir tirarla: il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza, e grossezza della corda, se vorremò sentir l'ottaua, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza. Mà se ritenendo la medisima lunghezza, e grossezza vorremo farla montare all' ottaua col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, mà ci bisogna il quadruplo, sì che se prima era tirata dal peso d'una libbra, conuerrà attaccaruene quattro per inacutirla all' ottaua. E finalmente se stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo vna corda, che per esser più sottile renda l'ottaua, sarà necessario, che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell' altra più graue. E questo, che dico dell' ottaua, cioè, che la sua forma presa dalla tensione, ò dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella, che si hà dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri interualli musici: imperò che quello, che ci dà la lunghezza con la proporzion sesquialtera cioè col sonarla tutta, e poi li due terzi, volendolo cauar dalla tiratezza, ò dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proporzione sesquialtera*

pigliando

pigliando la dupla sesquiquarta : e se la corda graue era tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all' acuta non sei, mà noue; e quanto alla grossezza, far la corda graue più grossa dell' acuta secondo la proporzione di noue à quattro per hauer la Quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareua scorger ragione alcuna, per la quale hauesser' i sagaci Filosofi à stabilir la forma dell' ottaua esser più la dupla, che la quadrupla : e della Quinta più la sesquialtera, che la dupla sesquiquarta. Mà perche il numerar le vibrazioni d'una corda, che nel render la voce le fà frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo, se vero fusse, che la corda dell' ottaua più acuta facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della più graue, se le onde permanenti, per quanto tempo ci piace, nel far sonare, e vibrare il bicchiere, non m' hauessero sensatamente mostrato come nell' istesso momento che alcuna volta si sente il tuono saltare all' ottaua, si veggono nascere altre onde più minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

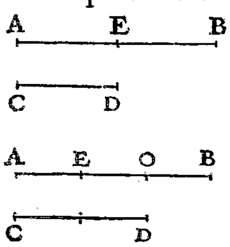
Salu. *Bellissima osseruazione per poter distinguer' ad vna ad vna le onde nate dal tremore del corpo, che risuona; che son poi quelle che diffuse per l'aria vanno à far la titillazione sù 'l timpano del nostro orecchio, la quale nell' anima ci douenta suono. Mà doue che il vederle, & osseruarle nell' acqua non dura, se non quanto si continua la confricazion del dito, & anco in questo tempo non sono permanenti, mà continuamente si fanno, e si dissoluono, non sarebbe bella cosa quando se ne potesse far con grand' esquisitezza di quelle, che restassero lungo tempo: dico mesi, & anni, si che desse commodità di poterle misurare, & agiatamente numerare?*

Sagr. *Veramente io stimerei sommamente vna tale inuenzione.*

Salu. *L'inuenzione fù del caso, e mia fù solamente l'osseruazione, e 'l far di essa capitale, e stima, come di riproua di nobil contemplazione, ancor che fattura in se stessa assai vile. Raschiando con vno scarpello di ferro tagliente vna piastra d' ottone per leuarle* alcune macchie, nel muouerui sopra lo scarpello con velocità sentii vna volta, e due, trà molte strisciate, fischiare, e uscirne vn sibilo molto gagliardo, e chiaro: e guardando sopra la piastra, veddi vn lungo ordine di virgolette sottili trà di loro parallele, e per egualissimi interualli l'una dall' altra distanti; tornando à raschiar di nuouo più e più volte m'accorsi che solamente nelle raschiate, che fischiauano, lasciaua lo scarpello le 'ntaccature sopra la piastra: mà quando la strisciata passaua senza sibilo, non restaua pur minima ombra di tali virgolette; replicando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore, & ora con minor' velocità, il sibilo riusciua di tuono or più acuto, & or più graue, & osseruai i segni fatti nel suono più acuto esser più spessi, e quelli del più graue più radi: e talora ancora secondo che la strisciata medesima era fatta verso 'l fine con maggior' velocità che nel principio si sentiua il suono andarsi inacutendo, e le virgolette si vedeua esser' andate inspessendosi, mà sempre con estrema lindura, e con assoluta equidistanza segnate: & oltre à ciò nelle strisciate sibilanti sentivo tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore, & in somma si vede, e sente fare al ferro quello per appunto, che facciamo noi nel parlar sotto voce, e nell' intonar poi il suono gagliardo, che mandando fuora il fiato senza formare il suono non sentiamo nella gola, e nella bocca farsi movimento alcuno rispetto però, & in comparazione del tremor grande, che sentiamo farsi nella laringe, & in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono graue, e gagliardo. Hò anco tal volta trà le corde del Cimbalo notatone due vnisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e de i più differenti di tuono, de i quali due precisamente distauano per vna quinta perfetta, e misurando poi gl' interualli delle virgolette dell' vna, e dell' altra strisciata, si vedeua la distanza che conteneua quarantacinque spazii dell' vna, contenere trenta dell' altra; quale veramente è la forma, che si attribuisce alla Diapente. Mà quì prima che passare più avanti, voglio auuertirui, che delle trè maniere d'inacutire il suono, quella che voi referite alla sottigliezza della corda, con più *verità deue attribuirsi al peso. Imperò che l'alterazione presa dalla grossezza risponde, quando le corde siano della medesima materia, e così vna minugia per far l'ottaua deue esser più grossa quattro volte dell' altra pur di minugia; & vna d'ottone più grossa quattro volte d'un' altra d'ottone. Mà s' io vorrò far l'ottaua con vna d'ottone ad vna di minugia, non si hà da ingrossar quattro volte, mà si ben farla quattro volte più graue, si che quanto alla grossezza questa di metallo non sarà altrimente quattro volte più grossa, mà ben quadrupla in grauità, che tal' volta sarà più sottile, che la sua rispondente all' ottaua più acuta che sia di minugia. Onde accade che incordandosi vn Cimbalo di corde d' Oro, & vn' altro d' Ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza, e tensione, per esser l' Oro quasi il doppio più graue, riuscirà l'accordatura circa vna quinta più graue. E qui notisi come alla velocità del moto più resiste la grauità del Mobile, che la grossezza, contro à quello, che à prima fronte altri giudicherebbe; che ben pare, che ragioneuolmente più douesse esser ritardata la velocità dalla resistenza del mezzo all' esser aperto in vn mobile grosso, e leggiero, che in uno graue, e sottile: tuttauia in questo caso accade tutto l'opposito. Mà seguitando il primo proposito dico, che non è la ragion prossima, & immediata delle forme de gl' interualli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, mà si bene la proporzione de i numeri delle vibrazioni, e percosse dell' onde dell' aria, che vanno à ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto potremo per auuentura assegnar' assai congrua ragione, onde auuenga che di essi suoni differenti di tuono alcune coppie siano con gran diletto riceuute dal nostro sensorio, altre con minore, & altre ci feriscano con grandissima molestia, che è il cercar la ragione delle consonanze più, ò men perfette, e delle dissonanze. La molestia di queste nascerà, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diuersi tuoni, che sproporzionatamente colpeggiano sopra 'l nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze, quando i tempi delle vibrazioni fussero innumerabili,*

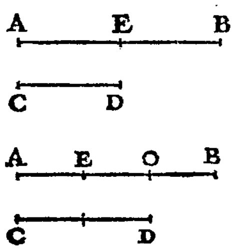
numerabili, per vna delle quali sarà quella, quando di due corde vnisone se ne suoni vna con tal parte dell' altra, quale è il lato del quadrato del suo Diametro: dissonanza simile al tritono, ò semidiapente. Consonanti, e con dilettò riceuute saranno quelle coppie di suoni, che verranno à percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual' ordine ricerca prima, che le percosse fatte dentro all' istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non habbia à star' in vn perpetuo tormento d'inflettersi in due diuerse maniere per acconsentire, & vbbidire alle sempre discordi battiture. Sarà dunque la prima, e più grata consonanza l'ottaua, essendo che per ogni percossa che dia la corde graue su 'l timpano, l'acuta ne dà due; tal che amendue vanno à ferire vnitamente in vna sì, e nell' altra nò delle vibrazioni della corda acuta; sì che di tutto 'l numero delle percosse la metà s'accordano à battere vnitamente, mà i colpi delle corde vnisone giungon sempre tutti insieme, e però son come d'una corda sola, nè fanno consonanza. La quinta diletta ancora atteso che per ogni due pulsazioni della corda graue l'acuta ne dà tre, dal che ne seguita, che numerando le vibrazioni della corda acuta, la terza parte di tutte s'accordano à battere insieme; cioè due solitarie s'interpongono trà ogni coppia delle concordi; e nella Diatesseron se n'interpongon trè. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottauo per ogni noue pulsazioni una sola arriua concordemente à percuotere con l'altra della corda più graue, tutte l'altre sono discordi, e con molestia riceuute sù 'l timpano, e giudicate dissonanti dall' vdito.

Simp. *Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.*



Salu. *Sia questa linea* A B *lo spazio, e la dilatazione d'una vibrazione della corda graue: e la linea* C D *quella della corda acuta, la quale con l'altra renda l'ottaua, e diuidasi la* A B *in mezzo in* E. *E' manifesto che cominciando à muouersi le corde ne i termini* A C, *quando la vibrazione acuta sarà peruenuta al termine*

termine D;*l'altra si sarà distesa solamente fino al mezzo* E, *il quale non sendo termine del moto, non percuote: mà ben si fà colpo in* D. *Ritornando poi la vibrazione dal* D *in* C, *l'altra passa da* E *in* B, *onde le due percosse di* B, *e di* C *battono vnitamente sù 'l timpano: e tornando à reiterarsi le simili seguenti vibrazioni si concluderà alternatamẽte in vna sì, e nell' altra nò delle vibrazioni* C D *accadere l'unione delle percosse con quelle di* A B *: mà le pulsazioni de i termini hanno sempre per compagne vna delle* C D, *e sempre la medesima, il che è manifesto, perche posto che* A C *battano insieme nel passar* A *in* B, C *và in* D, *e torna in* C, *si che i colpi* A C *si fanno insieme. Mà siano ora le due vibrazioni* A B, C D *quelle, che producono la Diapente, i tempi delle quali sono in proporzion sesquialtera, e dividasi la* A B *della corda graue in tre parti eguali in* E O. *E intendansi le vibrazioni cominciare nell' istesso momento da i termini* A C, *è manifesto, che nella percossa, che si farà nel termine* D, *la vibrazione di* A B, *sarà giunta solamente in* O, *il timpano dunque riceue la percossa* D *sola: nel ritorno poi da* D *in* C, *l'altra vibrazione passa da* O *in* B, *e ritorna in* O, *facendo la pulsazione in* B, *che pure è sola, e di contrattempo (accidente da considerarsi) perche hauendo noi posto le prime pulsazioni fatte nell' istesso momento ne i termini* A C, *la seconda che fù sola dal termine* D *si fece dopo quanto importa il tempo del transito* C D *cioè* A O, *mà la seguente che si fà in* B *dista dall' altra solo quanto è il tempo di* O B, *che è la metà; continuando poi il ritorno da* O *in* A, *mentre da* C *si và in* D, *si viene à far le due pulsazioni vnitamente in* A *e* D, *seguono poi altri periodi simili à questi, cioè, con l'interposizione di due pulsazioni della corda acuta scompagnate, e solitarie, e vna della corda graue pur solitaria, e interposta trà le due solitarie dell' acuta. Si che se noi figureremo il tempo diuiso in momenti, cioè in minime particole eguali; posto che ne i due primi, dalle concordi pulsazioni fatte in* A C *si passi in* O D,



e in D *si batta: che nel terzo, e quarto momento ritorni da* D *in* C *battendo in* C, *e che da* O *si passi per* B; *e si torni in* O *battendoci in* B, *e che finalmente nel quinto, e sesto momento da* O *e* C, *si passi in* A *e* D *battendo in amendue, hauremo sopra 'l timpano le pulsazioni distribuite con tal' ordine, che poste le pulsazioni delle due corde nel medesimo instante, due momenti dopo riceuerà vna percossa solitaria, nel terzo momento vn' altra pur solitaria, nel quarto vn' altra sola, e due momenti dopo, cioè nel sesto due congiunte insieme: e quì finisce il periodo, e per dir così, l'anomalia, il qual periodo si và poi più volte replicando.*

Sagr. *Io non posso più tacere, è forza ch' io esclami il gusto, che sento nel vedermi tanto adequatamente rese ragioni di effetti, che tanto tempo m' hanno tenuto in tenebre, e cecità. Ora intendo, perche l'unisono non differisce punto da vna voce sola: intendo perche l'ottaua è la principal consonanza, mà tanto simile all' vnisono, che come vnisono si prende, e si accompagna con le altre: simile è all' vnìsono, perche doue le pulsazioni delle corde vnisone vanno à ferire tutte insieme sempre queste della corda graue dell' ottaua vanno tutte accompagnate da quelle dell' acuta, e di queste vna s'interpone solitaria, & in distanze eguali, & in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tal consonanza ne diuiene sdolcinata troppo, e senza brio. Mà la Quinta con quei suoi contrattempi, e con l'interpor trà le coppie delle due pulsazioni congiunte, due solitarie della corda acuta, & vna pur solitaria della graue, e queste trè con tanto interuallo di tempo, quanto è la metà di quello, che è trà ciascuna coppia, e le solitarie dell' acuta, fà vna titillazione, & vn solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con vno spruzzo d'acrimonia par che insieme soauemente baci, e morda.*

Salu. *È forza, poiche veggo che V. S. gusta tanto di queste nouellizie, che io gli mostri il modo, col quale l'occhio ancora, non pur l'udito possa recrearsi nel veder' i medesimi scherzi, che sente l'udito. Sospendete palle di piombo, ò altri simili graui da trè fili di lunghezze*

ghezze diverse, mà tali che nel tempo che il più lungo fà due vibrazioni il più corto ne faccia quattro, e'l mezzano trè, il che accadera quando il più lungo contenga sedici palmi, ò altre misure, delle quali il mezzano ne contenga noue, & il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo, e poi lasciatigli andare si vedrà vn' intrecciamento vago di essi fili con incontri varii, mà tali che ad ogni quarta vibrazione del più lungo tutti trè arriveranno al medesimo termine vnitamente, e da quello poi si partiranno reiterando di nuouo l'istesso periodo: la qual mistione di vibrazioni è quella, che fatta dalle corde rende all' vdito l'ottaua con la quinta in mezzo. E se con simile disposizione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, si che le vibrazioni loro rispondano à quelle di altri interualli musici, mà consonanti, si vedranno altri, & altri intrecciamenti, e sempre tali che in determinati tempi, e dopo determinati numeri di vibrazioni tutti i fili (siano tre, ò siano quattro) si accordano à giugner nell' istesso momento al termine di loro vibrazioni, e di lì à cominciare vn' altro simil periodo: mà quando le vibrazioni di due, ò più fili siano, ò incommensurabili, si che mai non retornino à terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, ò se pur non essendo incommensurabili vi ritornano dopo lungo tempo, e dopo gran numero di vibrazioni, allora la vista si confonde nell' ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l'udito con noia riceue gli appulsi intemperati de i tremori dell' aria, che senza ordine, ò regola vanno à ferire su'l timpano.

Mà doue Signori miei ci siamo lasciati trasportare per tante ore da i varii Problemi, & inopinati discorsi? Siamo giunti à sera, e della proposta materia habbiamo trattato pochissimo, ò niente: anzi ce ne siamo in mode disuiati, che à pena mi souviene della prima introduzzione, e di quel poco ingresso, che facemmo come Ipotesi, e principio delle future dimostrazioni.

Sagr. *Sarà dunque bene, che ponghiamo per oggi fine à i nostri ragionamenti dando commodo alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando per tornar poi domani (quando piaccia à*

V. S. di fauorirci) à i discorsi desiderati, e principalmente intesi.

Salu. *Non mancherò d'esser quà all' istessa ora di oggi à servirle, e goderle.*

Finisce la prima Giornata.

GIORNATA SECONDA.

Sagr. *STauamo il S. Simplicio, & io aspettando la venuta di V. S., e nel medesimo tempo ci andauamo riducendo à memoria, l'ultima considerazione, che quasi come principio, e supposizione delle conclusioni, che V. S. intendeua di dimostrarci fù circa quella resistenza, che hanno tutti i corpi solidi all'esser rotti, dependente da quel glutine, che tiene le parti attaccate, e congiunte, si che non senza vna potente attrazzione, cedono, e si separano: si andò poi cercando, qual potesse esser la causa di tal coerenza, che in alcuni solidi è gagliardissima, proponendosi principalmente quella del Vacuo, che fù poi cagione di tante digressioni, che ci tennero tutta la giornata occupati, e lontani dalla materia primieramente intesa, che era la contemplazione delle resistenze de i solidi all' essere spezzati.*

Salu. *Ben mi souuiene del tutto, e ritornando su 'l filo incominciato: Posta qualunque ella sia la resistenza de i corpi solidi all' essere spezzati per vna violenta attrazzione, basta che indubitabilmente ella in loro si troua: la quale ben che grandissima contro alla forza di chi per diritto gli tira, minore per lo più si osserua nel violentargli per trauerso: e così vegghiamo vna verga per esempio d'acciaio, ò di vetro reggere per lo lungo il peso di mille libbre, che fitta à squadra in vn muro si spezzerà con l'attaccargliene cinquanta solamente. E di questa seconda resistenza deuiamo noi parlare, ricercando secondo quali proporzioni ella si ritroui ne i Prismi, e Cilindri simili, ò dissimili in figura, lunghezza, e grossezza, essendo*

però

però dell' istessa materia: nella quale specolazione io piglio come principio noto quello che nelle Mecaniche si dimostra trà le passioni del Vette, che noi chiamiamo Leua; cioè, Che nell' vso della Leua la forza alla resistenza hà la proporzion contraria di quella, che hanno le distanze tra 'l sostegno, e le medesime forza, e resistenza.

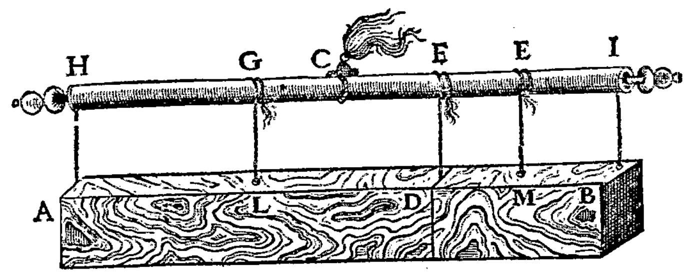
Simp. *Questo fù dimostrato da Aristotele nelle sue Mecaniche prima che da ogni altro.*

Salu. *Voglio che gli concediamo il primato nel tempo, mà nella fermezza della dimostrazione parmi che se gli deua per grand' interuallo anteporre Archimede, da vna sola proposizione, del quale dimostrata da esso ne gli equiponderanti dependono le ragioni non solamente della Leua, mà della maggior parte de gli altri strumenti Mecanici.*

Sagr. *Mà già che questo principio è il fondamento di tutto quello, che voi hauete intenzione di volerci dimostrare, non sarebbe se non molto à proposito l'arrecarci anco la proua di tal supposizione, quando non sia materia molto prolissa, dandoci vna intera, e compita instruzzione.*

Salu. *Come questo si habbia à fare, sarà pur meglio che io per altro ingresso alquanto diverso da quello d'Archimede v' introduca nel campo di tutte le future specolazioni; e che non supponendo altro, se non che Pesi eguali posti in bilancia di braccia eguali facciano l'equilibrio, (principio supposto parimente dal medesimo Archimede) io venga poi à dimostrarui, come non solamente altrettanto sia vero, che Pesi diseguali facciano l'equilibrio in stadera di braccia diseguali secondo la proporzione di essi Pesi permutatamente sospesi, ma che l'istessa cosa fà colui, che colloca Pesi eguali in distanze eguali, che quello che colloca Pesi diseguali in distanze, che habbiano permutatamente la medesima proporzione che i Pesi. Or per chiara dimostrazione di quanto dico, segno vn Prisma, ò Cilindro solido* A B, *sospeso dall' estremità alla linea* H I, *e sostenuto da due fili* H A, I B. *E manifesto, che se io sospenderò il tutto dal filo* C *posto nel mezzo della bilancia* H I, *il Prisma* A B, *resterà equili-*

brato, essendo la metà del suo peso da vna banda, e l'altra dall' altra del punto della sospensione C *per il principio da noi supposto. Intendasi ora il Prisma esser diuiso in parti diseguali dal piano per la linea*



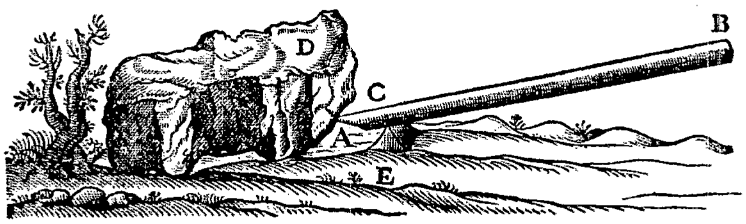
D, *e sia la parte* D A *maggiore, e la* D B *minore, & acciòche fatta tal diuisione le parti del Prisma restino nel medesimo sito, e costituzione rispetto alla linea* H I *soccorriamo con vn filo* E D, *il quale fermato nel punto* E *sostenga le parti del Prisma* A D, D B, *non è da dubitarsi, che non si essendo fatta veruna local mutazione nel Prisma rispetto alla bilancia* H I *ella resterà nel medesimo stato dell' equilibrio. Mà nella medesima costituzione resterà ancora se la parte del Prisma, che ora è sospesa dalle due estremità con li fili* A H, D E, *si appenda ad vn sol filo* G L *posto nel mezzo; e parimente l'altra parte* D B *non muterà stato sospesa dal mezzo, e sostenuta dal filo* F M. *Sciolti dunque i fili* H A, E D, I B, *e lasciati solo li due* G L, F M, *resterà l'istesso equilibrio, fatta pur sempre la sospensione dal punto* C. *Or qui voltiamoci à considerare come noi habbiamo due gravi* A D, D B, *pendenti da i termini* G F *di vna libra* G F, *nella quale si fà l'equilibrio dal punto* C, *in modo che la distanza della sospensione del graue* A D, *dal punto* C, *è la linea* C G, *e l'altra parte* C F, *è la distanza, dalla qual pende l'altro graue* D B. *Resta dunque solo da dimostrarsi tali distanze hauer la medesima proporzione trà di loro, che hanno gli stessi Pesi, mà permutatamente presi: cioè che la distanza* G C *alla* C F *sia come il Prisma* D B *al Prisma* D A, *il che proueremo così. Essendo la linea* G E *la metà della* E H,

e la

e la E F *metà della* E I, *sarà tutta la* G F *metà di tutta la* H I, *e però eguale alla* C I, *e trattane la parte comune* C F, *sarà la rimanente* G C *eguale alla rimanente* F I, *cioè, alla* F E, *e presa comunemente la* C E *saranno le due* G E, C F *eguali; e però come* G E *ad* E F, *così* F C *à* C G, *mà come* G E *ad* E F, *così la doppia alla doppia, cioè* H E *ad* E I, *cioè il Prisma* A D *al Prisma* D B. *Adunque per l'egual proporzione, e conuertendo, come la distanza* G C *alla distanza* C F, *così il Peso* B D *al Peso* D A, *che è quello, che io voleuo prouarui. Inteso sin qui non credo che voi porrete difficoltà in ammettere che i due Prismi* A D, D B *facciano l'equilibrio dal punto* C, *perche la metà di tutto 'l solido* A B *è alla destra della sospensione* C, *e l'altra metà dalla sinistra: e che così si vengono à rappresentar due pesi eguali disposti, e distesi in due distanze eguali. Che poi li due Prismi* A D, D B *ridotti in due dadi, ò in due palle, ò in due qual' altre si siano figure, (purche si conseruino le sospensioni medesime* G F *) seguitino di far l'equilibrio dal punto* C, *non credo che sia alcuno che ne possa dubitare; perche troppo manifesta cosa è, che le figure non mutano peso, doue si ritenga la medesima quantità di materia. Dal che possiamo raccor la general conclusione, che due Pesi qualunque si siano fanno l'equilibrio da distanze permutatamente respondenti alle lor grauità. Stabilito dunque tal principio auanti che passiamo più oltre, deuo metter in considerazione, come queste forze, resistenze, momenti, figure, si posson considerar' in astratto, e separate dalla materia, & anco in concreto, e congiunte con la materia; & in questo modo quelli accidenti, che conuerranno alle figure considerate come immateriali, riceueranno alcune modificazioni, mentre li aggiugneremo la materia, & in consequenza la grauità; come per esempio se noi intenderemo vna Leua, qual sarebbe questa* B A, *la quale posando su 'l sostegno* E *sia applicata per soleuare il graue sasso* D. *E manifesto per il dimostrato principio, che la forza posta nell' estremità* B *basterà per adequare la resistenza del graue* D, *se il suo momento al momento di esso* D *habbia la medesima proporzione, che hà la distanza* A C *alla distanza* C B, *e questo è vero non*

mettendo

mettendo in consideraʒione altri momenti che quelli della semplice forza in B, *e della resistenza in* D, *quasi che l'istessa Leua fusse immateriale, e senza grauità. Mà se noi metteremo in conto la grauità*



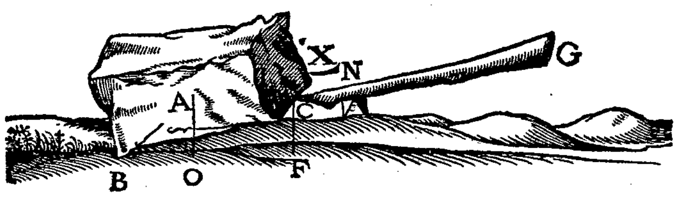
ancora dello strumento stesso della Leua, la quale sarà talor di legno, e tal volta anche di ferro; è manifesto che alla forza in B *aggiunto il peso della Leua altererà la proporzione, la quale conuerrà pronunziare sotto altri termini. E però prima che passar più oltre è necessario, che noi conuenghiamo in por distinʒione trà queste due maniere di considerare, chiamando, vn prendere assolutamente quello, quando intenderemo lo strumento preso in astratto, cioè separato dalla grauità della propria materia: mà congiugnendo con le figure semplici, & assolute la materia con la grauità ancora, nomineremo le figure congiunte con la materia momento, ò forza composta.*

Sagr. *E forza ch'io rompa il proposito, che haueuo di non dar' occasione di digredire, mà non potrei con attenzione applicarmi al rimanente, se non mi fusse rimosso certo scrupolo, che mi nasce; & è questo, che mi pare che V. S. faccia comparazione della forza posta in* B *con la total grauità del sasso* D, *della qual grauità mi pare che vna parte, e forse forse la maggiore si appoggi sopra 'l piano dell' Oriʒonte; si che*

Salu. *Hò inteso benissimo. V. S. non soggiunga altro; mà solamente auuerta, che io non hò nominata la grauità totale del sasso, mà hò parlato del momento, che egli tiene, & esercita sopra 'l punto* A *estremo termine della Leua* B A, *il quale è sempre minore dell' intero peso del sasso; & è variabile secondo la figura della pietra, e secondo che ella vien più, ò meno solleuata.* Sagr.

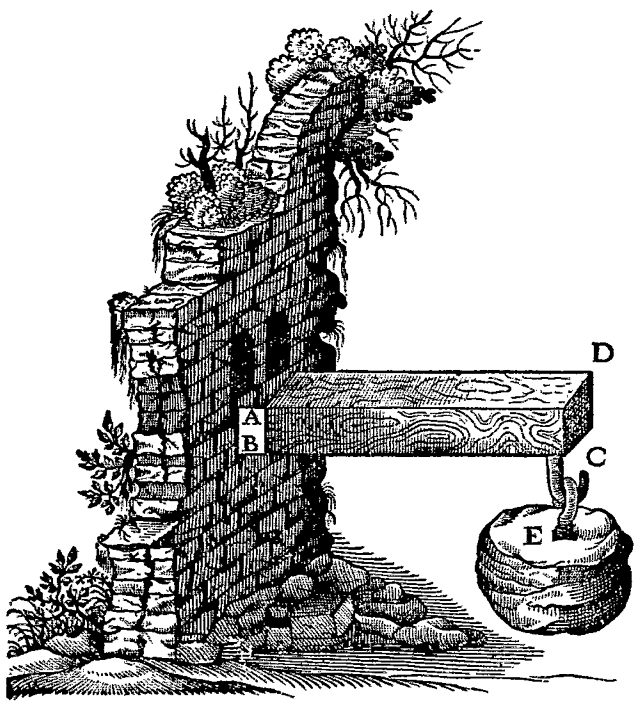
Sagr. *Resto appagato, mà mi nasce vn' altro desiderio; che è che per intera cognizione mi fusse dimostrato il modo, se vi è, di poter' investigare qual parte sia del peso totale quella, che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quella, che graua su 'l Vette nell' estremità* A.

Salu. *Perche posso con poche parole dargli sodisfazzione, non voglio lasciar di servirla; però facendone vn poco di figura, intenda V. S. il peso, il cui centro di grauità sia* A *appoggiato sopra l' Ori-*



Zonte co' l termine B, *e nell' altro sia sostenuto col Vette* C G, *sopra 'l sostegno* N *da vna potenza posta in* G, *e dal centro* A, *e dal termine* C *caschino perpendicolari all' Orizonte* A O, C F. *Dico il momento di tutto il peso al momento della potenza in* G *hauer la proporzion composta della distanza* G N *alla distanza* N C, *e della* F B *alla* B O. *Facciasi come la linea* F B *alla* B O, *così la* N C *alla* X, *& essendo tutto il peso* A *sostenuto dalle due potenze poste in* B, *e* C, *la potenza* B *alla* C, *è come la distanza* F O *alla* O B, *e componendo, le due potenze* B C *insieme, cioè, il total momento di tutto 'l Peso* A *alla potenza in* C, *è come la linea* F B *alla* B O, *cioè come la* N C *alla* X, *mà il momento della potenza in* C *al momento della potenza in* G, *è come la distanza* G N *alla* N C, *adunque per la perturbata il total peso* A *al momento della potenza in* G, *è come la* G N *alla* X, *mà la proporzione di* G N *ad* X, *è composta della proporzione* G N *ad* N C, *e di quella di* N C *ad* X, *cioè, di* F B *à* B O, *adunque il peso* A *alla potenza che lo sostiene in* G, *hà la proporzione composta della* G N *ad* N C, *e di quella di* F B *à* B O, *ch' è quello che si doueua dimostrare. Or tornando al nostro primo proposito, intese tutte le cose*

ſin quì dichiarate, non ſarà difficile l'intender la ragione, onde auuenga, che vn Priſma, ò Cilindro ſolido di vetro, acciaio, legno, ò altra materia frangibile, che ſoſpeſo per lungo ſoſterrà graviſſimo peſo, che gli ſia attaccato, mà in trauerſo (come poco fà diceuamo) da
rop. I. minor peſo aſſai potrà tal' volta eſſere ſpezzato, ſecondo che la ſua lunghezza eccederà la ſua groſſezza. Imperò che figuriamoci il Priſma ſolido AB, CD fitto in vn muro dalla parte AB, e nell' altra eſtremità s'intenda la forza del Peſo E, (intendendo ſempre il muro eſſer eretto all' Orizonte, & il Priſma, ò Cilindro fitto nel muro ad angoli retti) è manifeſto che douendoſi ſpezzare ſi romperà nel luogo B, doue il taglio del muro ſerue per ſoſtegno, e la BC per la parte della Leua, doue ſi pone la forza, e la groſſezza del ſolido BA e l'altra parte della Leua, nella quale è poſta la reſiſtenza, che conſiſte nello ſtaccamento, che s' hà da fare della parte del ſolido BD, che è



fuor del muro, da quella che è dentro; e per le coſe dichiarate il momento della forza poſta in C al momento della reſiſtenza che ſtà nella

nella grossezza del Prisma, cioè, nell' attaccamento della base B A *con la sua contigua hà la medesima proporzione, che la lunghezza* C B *alla metà della* B A, *e però l'assoluta resistenza all' esser rotto che è nel Prisma* B D *(la quale assoluta resistenza è quella, che si fà col tirarlo per diritto, perche allora tanto è il moto del mouente quanto quello del mosso) all' esser rotto con l'aiuto della Leua* B C, *hà la medesima proporzione che la lunghezza* B C *alla metà di* A B *nel Prisma, che nel Cilindro è il semidiametro della sua base. E questa sia la nostra prima Proposizione. E notate che questo che dico si debbe intendere rimossa la considerazione del peso proprio del solido* B D, *il qual solido hò preso, come nulla pesante. Mà quando vorremo mettere in conto la sua grauità congiugnendola col peso* E, *douiamo al peso* E *aggiugnere la metà del peso del solido* B D, *si che essendo v. gr. il peso di* B D *due libbre, e'l peso di* E *libbre dieci, si deue pigliare il Peso* E *come se fusse vndici.*

Simp. *E perche non come se fusse dodici?*

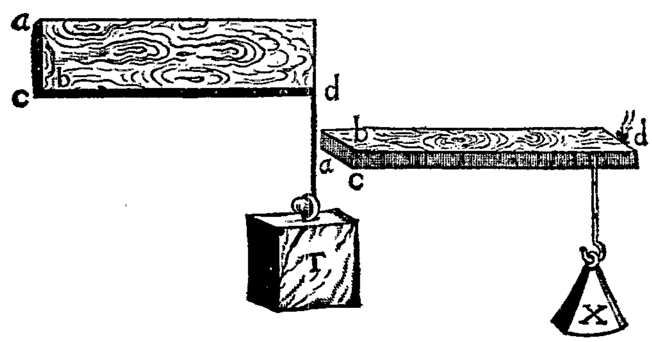
Salu. *Il Peso* E. *S. Simp. mio pendente dal termine* C *preme in rispetto alla Leua* B C, *con tutto'l suo momento di libbre dieci, doue se fusse appeso il solo* B D, *grauerebbe con tutto 'l momento di due libbre, mà, come vedete, tal solido è distribuito per tutta la lunghezza* B C *vniformemente, onde le parti sue vicine all' estremità* B *grauano manco delle più remote; si che in somma ristorando quelle con queste, il peso di tutto 'l Prisma si riduce à lauorare sotto 'l centro della sua grauità, che risponde al mezzo della Leua* B C; *mà vn peso pendente dalla estremità* C *hà momento doppio di quello, che harebbe pendendo dal mezzo; e però la metà del peso del Prisma si deue aggiugnere al Peso* E, *mentre cì seruiamo del momento di amendue, come locati nel termine* C.

Simp. *Resto capacissimo, e di più s'io non m'inganno, parmi che la potenza di amendue i pesi* B D & E *posti così, harebbe l'istesso momento, che se tutto il peso di* B D *col doppio di* E, *fusse appeso nel mezo dalla Leua* B C.

Salu. *Così è precisamente, e si deue tenere à memoria. Qui*

P 2 *possiamo*

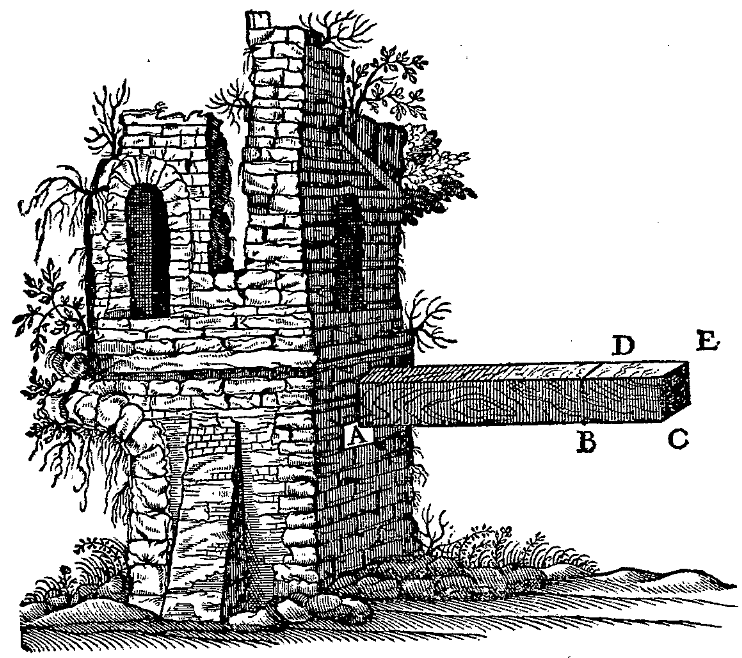
possiamo immediatamente intender, come e con che proporzione
op. *resista più vna verga, ò vogliam dir Prisma più largo, che grosso all'*
I. *esser rotto, fattogli forza secondo la sua larghezza, che secondo la grossezza. Per intelligenza di che intendasi vna riga* ad; *la cui larghezza sia* ac, *e la grossezza assai minore* cb, *si cerca, perche*



volendola romper per taglio, come nella prima figura, resisterà al gran peso T, *mà posta per piatto come nella seconda figura, non resisterà all'* X *minore del* T, *il che si fà manifesto, mentre intendiamo il sostegno essere vna volta sotto la linea* bc, *& vn' altra sotto la* ca, *e le distanze delle forze esser nell' vn caso, e nell' altro eguali, cioè la lunghezza* bd. *Mà nel primo caso la distanza della resistenza dal sostegno, che è la metà della linea* ca, *è maggiore della distanza nell' altro caso, la quale è la metà della* bc: *però la forza del Peso* T, *conuiene che sia maggiore della* X, *quanto la metà della larghezza* ca *è maggiore della metà della grossezza* bc, *seruendoci quella per contralleua della* ca, *e questa della* cb *per superare la medesima resistenza, che è la quantità delle fibre di tutta la base* ab. *Concludesi per tanto la medesima riga, ò Prisma più largo che grosso resister più all' esser rotto per taglio, che per piatto secondo la proporzione della larghezza alla grossezza.*

Conuiene

Conuiene ora che cominciamo à inuestigare secondo qual proporzione vadia crescendo il momento della propria grauità in relazione alla propria resistenza all' essere spezzato in vn Prisma, ò Cilindro, mentre stando parallelo all' Orizonte si và allungando; il qual momento trouo andar crescendo in duplicata proporzione di quella dell' allungamento, per la cui dimostrazione intendasi il Prisma, ò Cilindro A D *fitto saldamente nel muro dall' estremità* A, Prop. III.



e sia equidistante all' Orizonte, & il medesimo intendasi allungato sino in E *aggiugnendoui la parte* B E. *E' manifesto che l' allungamento della Leua* A B *sino in* C *cresce per se solo, cioè assolutamente preso, il momento della forza premente contro alla resistenza dello staccamento, e rottura da farsi in* A *secondo la proporzione di* C A *à* B A, *mà oltre à questo il peso aggiunto del solido* B E *al peso del*

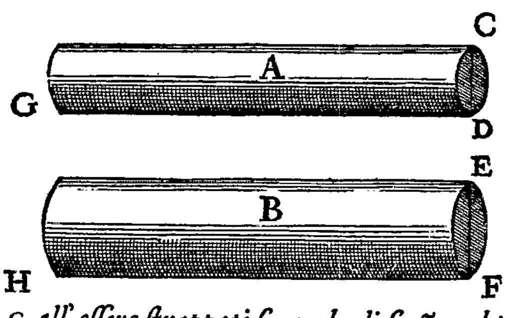
 solido

solido A B, *cresce il momento della grauità premente secondo la proporzione del Prisma* A E *al Prisma* A B, *la qual proporzione è la medesima della lunghezza* A C *alla* A B, *adunque è manifesto, che congiunte i due accrescimenti delle lunghezze, e delle grauità il momento composto di amendue è in doppia proporzione di qualunque di esse. Concludasi per tanto, i momenti delle forze de i Prismi, è Cilindri egualmente grossi, mà disegualmente lunghi esser trà di loro in duplicata proporzione di quella delle lor lunghezze, cioè esser come i quadrati delle lunghezze.*

Mostreremo adesso nel secondo luogo, secondo qual proporzione cresca la resistenza all' essere spezzati ne i Prismi, e Cilindri, mentre restino della medesima lunghezza, e si accresca la grossezza. E qui dico che

rop. IV. *Ne i Prismi, e Cilindri egualmente lunghi, mà disegualmente grossi la resistenza all' esser rotti cresce in triplicata proporzione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi.*

I due Cilindri siano questi A B, *le cui lunghezze eguali* D G, F H, *le basi diseguali, i cerchi, i cui Diametri* C D, E F. *Dico, la resistenza del Cilindro* B *alla resistenza del Cilindro* A, *ad esser rotti, hauer triplicata proporzione di quella che hà il Diametro* F E *al Diametro* D C. *Imperò che se consideriamo l'assoluta, e semplice resistenza, che risiede nelle basi, cioè ne i Cerchi* E F,



D C, *all' essere strappati facendogli forza col tirargli per diritto, non è dubbio che la resistenza del Cilindro* B *è tanto maggiore, che quella del Cilindro* A, *quanto il Cerchio* E F *e maggiore del* C D, *perche tante più sono le fibre, i filamenti, ò le parti tenaci, che tengono vnite*

le parti

le parti de i solidi. Mà se consideriamo che nel far forza per trauerso ci seruiamo di due Leue, delle quali le parti, ò distanze, doue si applicano le forze, sono le linee D G, F H, *i sostegni sono ne punti* D F, *mà le altre parti, ò distanze, doue son poste le resistenze, sono i semidiametri de i Cerchi* D C, E F *perche i filamenti sparsi per tutte le superficie de i Cerchi, è come se tutti si riducessero ne i centri: considerando dico, tali Leue intenderemo la resistenza nel centro della base* E F *contro alla forza di* H, *esser tanto maggiore della resistenza della base* C D *contro alla forza posta in* G, *(e sono le forze in* G *&* H, *di Leue eguali* D G, F H,*) quanto il semidiametro* F E *è maggiore del semidiametro* D C, *cresce dunque la resistenza all' esser rotta nel Cilindro* B *sopra la resistenza del Cilindro* A, *secondo amendue le proporzioni de i Cerchi* E F, D C, *e de i lor semidiametri, ò vogliam dir Diametri: mà la proporzione de i Cerchi è doppia di quella de i Diametri, adunque la proporzione delle resistenze, che di quelle si compone, è triplicata della proporzione de i medesimi Diametri, che è quello, che doueuo prouare. Mà perche anco i Cubi sono in tripla proporzione de i loro lati, possiamo similmente concludere le resistenze de i Cilindri egualmente lunghi esser trà di loro come i Cubi de i lor Diametri.*

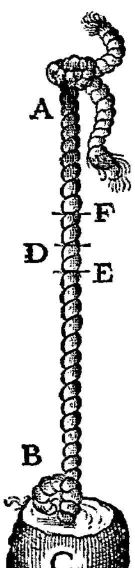
Dà questo che si è dimostrato, possiamo concludere ancora, le resi- Cor
stenze de i Prismi, e Cilindri egualmente lunghi hauer sesquialtera proporzione di quella de gli stessi Cilindri. Il che è manifesto, perche i Prismi, e Cilindri egualmente alti hanno frà di loro la medesima proporzione, che le lor basi, cioè, doppia de i lati, ò Diametri di esse basi: mà le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata proporzione de i medesimi lati, ò Diametri, adunque la proporzione delle resistenze è sesquialtera della proporzione de gli stessi solidi, & in consequenza de i pesi de i medesimi solidi.

Simp. *Egli è forza che auanti che si proceda più oltre, io resti sincerato di certa mia difficoltà; e questa è che sin quì non hò sentito mettere in considerazione cert' altra sorte di resistenza, la quale mi par che venga diminuita ne i solidi, secondo che si vanno più, e più allun-*

allungando, e non solo nell' vso trasuersale, mà ancora per lo lungo, in quel modo appunto che veggiamo vna corda lunghissima esser molto meno atta à reggere vn gran peso, che se fusse corta: onde io credo che vna verga di legno, ò di ferro più peso assai potrà reggere se sarà corta, che se sarà molto lunga; intendendo sempre vsata per lo lungo, e non in trauerso; & anco messo in conto il suo proprio peso, che nella più lunga è maggiore.

Salu. *Dubito S. Simp., che in questo punto voi con molti altri v' inganniate, se però hò ben compreso il vostro concetto, si che voi vogliate dire, che vna corda lunga, v. gr., quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse vn braccio, ò due della medesima corda.*

Simp. *Cotesto hò voluto dire, e fin quì mi par proposizione assai probabile.*



Salu. *Mà io l' hò per falsa, non che per improbabile; e credo di poterui assai agevolmente cauar d' errore. Però ponghiamo questa corda* A B *fermata di sopra dal capo* A, *e dall' altro sia il Peso* C, *dalla cui forza debba essa corda essere rotta. Assegnatemi voi S. Simp. il luogo particolare doue debba seguir la rottura.*

Simp. *Sia nel luogo* D.

Salu. *Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi in* D.

Simp. *È la causa di ciò, perche la corda in quella parte non era potente a reggere, v. gr., cento libbre di peso, quanto è la parte* D B *con la pietra* C.

Salu. *Adunque tutta volta che tal corda nella parte* D *venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella lì si strapperebbe.*

Simp. *Così credo.*

Salu. *Mà ditemi ora; chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda* B, *mà vicino al punto* D, *come sarebbe*

in E,

in E, *ò vero legasse la corda non nella altezza* A, *mà pur vicina, e sopra al punto medesimo* D *come sarebbe in* F, *ditemi, dico, se il punto* D *sentirebbe il medesimo peso delle cento libbre.*

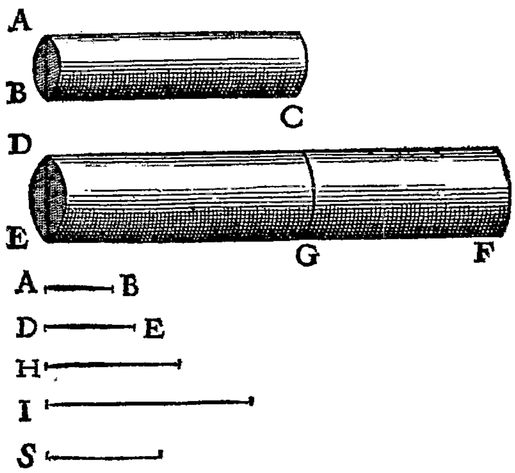
Simp. *Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda* E B *con la pietra* C.

Salu. *Se dunque la corda nel punto* D *vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperà per la vostra concessione; e pure la* F E *è vn piccol pezzo della lunga* A B, *come dunque volete più dire, che la corda lunga sia più debole della corta? Contentateui dunque d'esser cauato d'un' errore, nel quale hauete hauto molti compagni, & anco per altro molto intelligenti. E seguitiamo innanzi: & hauendo dimostrato i Prismi, e Cilindri crescere il lor momento sopra le proprie resistenze secondo i Quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però sempre la medesima grossezza) e parimente gli egualmente lunghi, mà differenti in grossezza crescer le lor resistenze secondo la proporzione de i Cubi de i lati, ò Diametri delle lor basi, passiamo à inuestigare quello che accaggia à tali solidi differenti in lunghezza, e grossezza, ne i quali io osseruo che*

I Prismi, e Cilindri di diuersa lunghezza, e grossezza hanno le lor resistenze all' esser rotti di proporzione composta della proporzione de i Cubi de Diametri delle lor basi, e della proporzione delle lor lunghezze permutatamente prese. P

Siano tali due Cilindri questi A B C, D E F. *Dico, la resistenza del Cilindro* A C *alla resistenza del Cilindro* D F, *hauer la proporzione composta della proporzione del Cubo del Diametro* A B *al Cubo del Diametro* D E, *e della proporzione della lunghezza* E F *alla lunghezza* B C. *Pongasi la* E G *eguale alla* B C, *e delle linee* A B, D E *sia terza proporzionale la* H, *e quarta la* I, *e come la* E F *alla* B C, *e delle linee, così sia la* I *alla* S. *E perche la resistenza del Cilindro* A C *alla resistenza del Cilindro* D G, *è come il Cubo* A B *al Cubo* D E, *cioè come la linea* A B *alla linea* I, *e la resistenza del Cilindro* D G *alla resistenza del Cilindro* D F *come la lunghezza*

F E *alla* E G, *cioè come la linea* I *alla* S, *adunque per l'egual proporzione, come la resistenza del Cilindro* A C *alla resistenza del Cilindro* D F, *così la linea* A B *alla* S, *mà la linea* A B *alla* S, *hà la proporzion composta della* A B *alla* I, *e della* I *alla* S, *adunque la resistenza del Cilindro* A C *alla resistenza del Cilindro* D F, *hà la proporzion composta della* A B *alla* I, *cioè del Cubo di* A B *al Cubo di* D E, *e della proporzione della linea* I *alla* S, *cioè della lunghezza* E F *alla lunghezza* B C, *che è quello, che intendeuo di dimostrare.*



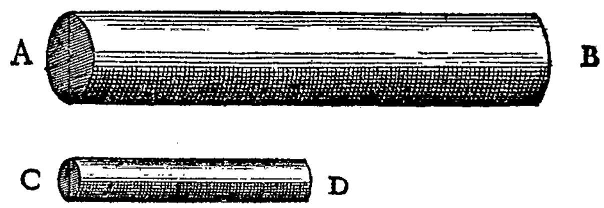
Dopò la dimostrata Proposizione voglio che consideriamo quello, che accaggia trà i Cilindri, e Prismi simili, de i quali dimostreremo, come

De i Cilindri, e Prismi simili i momenti composti cioè risultanti dalle lor grauità, e dalle loro lunghezze, che sono come Leue, hanno trà di loro proporzione sesquialtera di quella, che hanno le resistenze delle medesime lor basi.

Per il che dimostrare segniamo i due Cilindri simili A B, C D. *Dico, il momento del Cilindro* A B *per superare la resistenza della sua base* B, *al momento di* C D *per superare la resistenza della sua* D, *hauer sesquialtera proporzione di quella, che hà la medesima resistenza della base* B *alla resistenza della base* D, *e perche i momenti de i solidi* A B, C D *per superar le resistenze delle lor basi* B D *son composti delle lor grauità, e delle forze delle lor Leue, e la forza della*

Leua

Leua A B *è eguale alla forza della Leua* C D, *e questo perche la lunghezza* A B *al semidiametro della base* B, *hà la medesima proporzione (per la similitudine de Cilindri) che la lunghezza* C D *al se-*



midiametro della base D, *resta che 'l momento totale del Cilindro* A B *al momento totale di* C D, *sia come la sola grauità del Cilindro* A B *alla sola grauità del Cilindro* C D, *cioè come l'istesso Cilindro* A B *all' istesso* C D; *mà questi sono in triplicata proporzione de i Diametri delle basi loro* B D, *e le resistenze delle medesime basi, essendo trà di loro come l'istesse basi, sono in consequenza in duplicata proporzione de i medesimi loro Diametri; adunque i momenti de i Cilindri son' in sesquialtera proporzione delle resistenze delle basi loro.*

Simp. *Questa Proposizione mi è veramente giunta non solamente nuoua, mà inaspettata e nel primo aspetto assai remota dal giudizio, che io ne hauerei conietturalmente fatto: imperò che essendo tali figure in tutto 'l restante simili, harei tenuto per fermo, che anco i momenti loro verso le proprie resistenze hauessero ritenuta la medesima proporzione.*

Sagr. *Questa è la dimostrazione di quella proposizione, che nel principio de nostri ragionamenti dissi parermi discorger per ombra.*

Salu. *Quello che ora accade al S. Simp. auuenne per alcun tempo à me credendo che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, ne anco molto fissa, ò accurata osseruazione mi pareua rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi vn tenore eguale nelle loro robustezze, mà i maggiori esser meno atti à patire gli euenti violenti, come rimaner più offesi dalle cadute gli huomini grandi,* *che i piccoli fanciulli, e, come da principio diceuamo, cadendo dalla medesima altezza vedesi andare in pezzi vna gran traue, ò vna colonna, mà non così vn piccolo corrente, ò vn piccol Cilindro di marmo. Questa tal quale osseruazione mi destò la mente all' inuestigazione di quello, che ora son per dimostrarui, proprietà veramente ammirabile, poiche trà le infinite figure solide simili trà di loro pur due non vene sono i momenti delle quali verso le proprie resistenze ritenghino la medesima proporzione.*

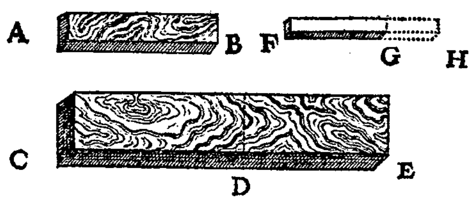
Simp. *Ora mi fate souuenire non sò che posto da Aristotele trà le sue Quistioni Mecaniche, mentre vuol render la ragione, onde auuenga che i legni quanto più son lunghi, tanto più son deboli, e più si piegano ben che i più corti sieno più sottili, e i lunghi più grossi; e se io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla semplice Leua.*

Salu. *E' verissimo, e perche la soluzione non par che tolga interamente la ragion del dubitare Mons. di Gueuara, il quale veramente con i suoi dottissimi Comentarii hà altamente nobilitata, e illustrata quell' Opera, si estende con altre più acute specolazioni per sciorre tutte le difficoltà restando però esso ancora perplesso in questo punto, se crescendosi con la medesima proporzione le lunghezze, e le grossezze di tali solide figure, si deua mantenere l'istesso tenore nelle loro robustezze, e resistenze nell' esser rotti, & anco nel piegarsi. Io dopo vn lungo pensarui hò in questa maniera ritrouato quello che seguentemente son per apportarui. E prima dimostrerò che*

De i Prismi, ò Cilindri simili graui vn solo, e vnico è quello, che si riduce (grauato dal proprio peso) all' vltimo stato trà lo spezzarsi, e 'l sostenersi intero: si che ogni maggiore, come impotente à resistere al proprio peso, si romperà, e ogni minore resiste à qualche forza che gli venga fatta per romperlo.

Sia il Prisma graue AB *ridotto alla somma lunghezza di sua consistenza, si che allungato vn minimo di più si rompesse: Dico questo esser' vnico trà tutti i suoi simili (che pur sono infiniti) atto ad esser ridotto*

ridotto in tale stato ancipite, si che ogni maggiore oppresso dal proprio peso si spezzerà, & ogni minore nò, anzi potrà resistere à qualche aggrauio di nuoua violenza, oltre à quella del proprio peso. Sia prima il Prisma C E *simile, e maggiore di* A B. *Dico questo non poter consistere, mà rompersi superato dalla propria grauità. Pongasi la parte* C D *lunga quanto* A B. *E perche*



la resistenza di C D *à quella di* A B, *è come il Cubo della grossezza di* C D, *al Cubo della grossezza di* A B, *cioè come il Prisma* C E *al Prisma* A B, *(essendo simili) adunque il peso di* C E *è il sommo, che possa esser sostenuto nella lunghezza del Prisma* C D, *mà la lunghezza* C E *è maggiore: adunque il Prisma* C E *si romperà. Mà sia* F G *minore; si dimostrerà similmente (posta* F H *eguale alla* B A) *la resistenza di* F G *à quella di* A B, *esser come il Prisma* F G *al Prisma* A B, *quando la distanza* A B, *cioè* F H *fusse eguale alla* F G, *mà è maggiore: adunque il momento del Prisma* F G *posto in* G, *non basta per romper' il Prisma* F G.

Sagr. *Chiarissima, e breue dimostrazione concludente la verità, e necessità d'una Proposizione, che nel primo aspetto sembra assai remota dal verisimile. Bisognerebbe dunque alterare assai la proporzione trà la lunghezza, e la grossezza del Prisma maggiore con l'ingrossarlo, ò scorciarlo, acciò si riducesse allo stato ancipite trà 'l reggersi, e lo spezzarsi, e l'inuestigazione di tale stato penso che potesse esser' altrettanto ingegnosa.*

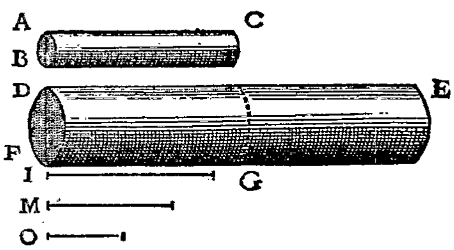
Salu. *Anzi più presto d'auuantaggio, come anco più laboriosa; & io lo sò, che vi spesi non piccol tempo per ritrouarla; & ora voglio participaruela:*

Dato dunque vn Cilindro, ò Prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data vna lunghezza maggiore, trouar la grossezza d'un altro Cilindro, Pro VI.

 ò Prisma

ò Prisma che sotto la data lunghezza sia l'unico, e massimo resistente al proprio peso.

Sia il Cilindro B C *massimo resistente al proprio peso, e sia la* D E *lunghezza maggiore della* A C, *bisogna trouare la grossezza del Cilindro, che sotto la lunghezza* D E *sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze* D E, A C *terza proporzionale* I, *e come* D E *ad* I, *così sia il Diametro* F D *al Diametro* B A, *e facciasi il Cilindro* F E. *Dico, questo esser' il massimo, & vnico trà tutti i suoi simili resistente al proprio peso. Delle linee* D E I *sia terza proporzionale* M, *e quarta* O. *E pongasi* F G *eguale alla* A C. *E perche il Diametro* F D *al Diametro* A B, *è come la linea* D E *alla* I, *e delle* D E I *la* O *è quarta proporzionale, il Cubo di* F D *al Cubo di* B A *sarà, come la* D E *alla* O, *mà come il Cubo di* F D *al Cubo di* B A, *così è la resistenza del Cilindro* D G *alla resistenza del Cilindro* B C, *adunque la resistenza del Cilindro* D G *à quella del Cilindro* B C, *è come la linea* D E *alla* O. *E perche il momento del Cilindro* B C *è eguale alla sua resistenza, se si mostrerà il momento del Cilindro* F E *al momento del Cilindro* B C, *esser come la resistenza* D F *alla resistenza* B A, *cioè come il Cubo di* F D *al Cubo di* B A, *cioè come la linea* D E *alla* O, *haremo l'intento: cioè il momento del Cilindro* F E *esser' eguale alla resistenza posta in* F D. *Il momento del Cilindro* F E *al momento del Cilindro* D G, *è come il Quadrato della* D E *al quadrato della* A C, *cioè come la linea* D E *alla* I, *mà il momento del Cilindro* D G *al momento del Cilindro* B C, *è come il Quadrato* D F *al Quadrato* B A, *cioè come il Quadrato di* D E *al Quadrato della* I, *cioè come il Quadrato della* I *al Quadrato della* M, *cioè come la* I *alla* O, *adunque per l'egual proporzione, come il momento del Cilindro* F E *al momento del Cilindro* B C, *così è la linea* D E *alla* O, *cioè il Cubo*



D F *al*

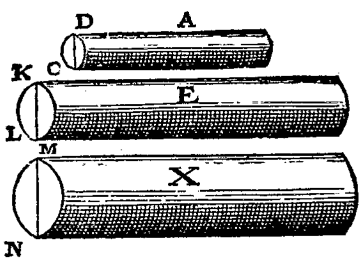
D F al Cubo B A, cioè la resistenza della base D F alla resistenza della base B A, che è quello che si cercaua.

Sagr. *Questa S. Salu. è una lunga dimostrazione, e molto difficile à ritenersi à memoria per sentirla vna sola volta; onde io vorrei, che V. S. si contentasse di replicarla di nuouo.*

Salu. *Farò quanto V. S. comanda; mà forse sarebbe meglio arrecarne vna più speditiua, e breue: mà conuerrà fare vna figura alquanto diuersa.*

Sagr. *Maggiore sarà il fauore: e la già dichiarata mi farà grazia darme la scritta, acciò à mio bell' agio possa ristudiarla.*

Salu. *Non mancherò di seruirla. Ora intendiamo vn Cilindro A, il Diametro della cui base sia la linea D C, e sia questo A il massimo, che possa sostenersi, del quale vogliamo trouare vn maggiore, che pur sia il massimo esso ancora, & vnico che si sostenga. Intendiamone vn simile ad esso A, e lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. gr. E, il Diametro della cui base sia la K L, e delle due linee D C, K L sia terza proporzionale la M N, che sia Diametro della base del Cilindro X di lunghezza eguale all' E. Dico, questo X esser quello che cerchiamo. E perche la resistenza D C alla resistenza K L, è come il Quadrato D C al Quadrato K L, cioè come il Quadrato K L al Quadrato M N, cioè come il Cilindro E al Cilindro X, cioè come il momento E al momento X; mà la resistenza K L alla M N, è come il Cubo di K L al Cubo di M N, cioè come il Cubo D C al Cubo K L, cioè come il Cilindro A al Cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adunque per l'Analogia perturbata come la resistenza D C alla M N, così il momento A al momento X, adunque il Prisma X è nella medesima costituzione di momento, e resistenza, che il Prisma A.*



Ma voglio che facciamo il Problema più generale, e la Proposizione sia questa:

Dato

Dato il Cilindro A C, *qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, e data qualsi sia lunghezza* D E, *trouar la grossezza del Cilindro, la cui lunghezza sia* D E, *e'l suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione, che il momento del Cilindro* A C *alla sua.*

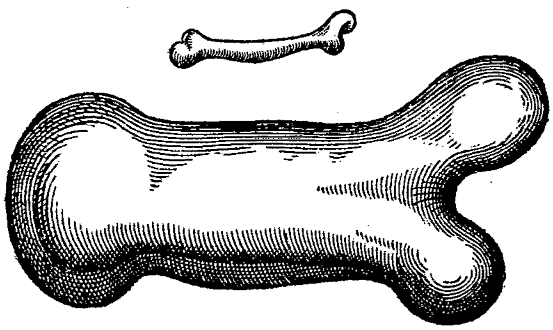
Ripresa l'istessa figura di sopra e quasi l'istesso progresso diremo. Perche il momento del Cilindro F E *al momento della parte* D G, *hà la medesima proporzione, che il Quadrato* E D *al Quadrato* F G, *cioè che la linea* D E *alla* I, *& il momento del Cilindro* F G *al momento del Cilindro* A C, *è come il Quadrato* F D *al Quadrato* A B, *cioè come il Quadrato* D E *al Quadrato* I, *cioè come il Quadrato* I *al Quadrato* M, *cioè come la linea* I *alla* O, *adunque ex æquali il momento del Cilindro* F E *al momento del Cilindro* A C, *hà la medesima proporzione della linea* D E *alla* O, *cioè del Cubo* D E *al Cubo* I, *cioè del Cubo di* F D *al Cubo di* A B, *cioè della resistenza della base* F D *alla resistenza della base* A B, *ch'è quello che si doueua fare.*

Or vegghino come dalle cose fin quì dimostrate apertamente si raccoglie l'impossibilità del poter non solamente l'arte, mà la natura stessa crescer le sue machine à vastità immensa, si che impossibil sarebbe fabbricar Nauilii, Palazzi, ò Templi vastissimi, li cui remi, antenne, trauamenti, catene di ferro, & in somma le altre lor parti consistessero: come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poiche i rami loro grauati dal proprio peso finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per huomini, caualli, ò altri animali, che potessero sussistere, e far proporzionatamente gli uffizii loro, mentre tali animali si douesser' agumentare ad altezze immense, se già non si togliesse materia molto più dura, e resistente della consueta, ò non si deformassero tali ossi sproporzionatamente ingrossandogli, onde poi la figura, & aspetto dell'animale ne riuscisse mostruosamente grosso: il che forse fù auuertito dal mio accortissimo Poeta, mentre descriuendo vn grandissimo Gigante disse:

Non si può compartir quanto sia lungo,
Si smisuratamente è tutto grosso.

E per

E per vn breue esempio di questo che dico disegnai già la figura di vn' osso allungato solamente tre volte, & ingrossato con tal proporzione, che potesse nel suo animale grande far l' uffizio proporzio-



nato à quel dell' osso minore nell' animal più piccolo, e le figure son queste: doue vedete sproporzionata figura, che diuiene quella dell' osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantener in vn vastissimo Gigante le proporzioni, che hanno le membra in vn huomo ordinario, bisognerebbe ò trouar materia molto più dura, e resistente per formarne l'ossa, ò vero ammettere, che la robustezza sua fusse à proporzione assai più fiacca, che ne gli huomini di statura mediocre; altrimente crescendogli à smisurata altezza si vedrebbono dal proprio peso opprimere, e cadere. Doue che all' incontro si vede nel diminuire i corpi non si diminuir con la medesima proporzione le forze, anzi ne i minori crescer la gagliardia con proporzion maggiore. Onde io credo che vn piccolo cane porterebbe addosso due, ò trè cani eguali à se, mà non penso già che vn cauallo portasse ne anco vn solo cauallo à se stesso eguale.

Simp. *Mà se così è, grand' occasione mi danno da dubitare le moli immense, che vediamo ne i pesci, che tal Balena, per quanto intendo, sarà grande per dieci Elefanti, e pur si sostengono.*

Salu. *Il vostro dubbio S. Sim. mi fà accorgere d'una condizione da me non auuertita prima, potente essa ancora à far che Giganti,*

 & altri

& altri animali vastissimi potessero consistere, e agitarsi non meno che i minori, e ciò seguirebbe quando non solo si aggiugnesse gagliardia all'ossa, & all'altre parti, offizio delle quali è il sostener' il proprio, e 'l sopravegnente peso; mà lasciata la struttura delle ossa con le medesime proporzioni pur nell'istesso modo, anzi più agevolmente consisterebbono le medesime fabbriche, quando con tal proporzione si diminuisse la gravità della materia delle medesime ossa, e quella della carne, ò di altro, che sopra l'ossa si habbia ad appoggiare; e di questo secondo artifizio si è prevalsa la natura nella fabbrica de i pesci, facendogli le ossa, e le polpe non solamente assai leggiere, mà senza veruna gravità.

Simp. *Veggo bene S. Salu. dove tende il vostro discorso: voi volete dire, che per esser l'habitazione de i pesci l'elemento dell'acqua, la quale per la sua corpulenza, ò come altri vogliono per la sua gravità scema il peso à i corpi, che in quella si demergono, per tal ragione la materia de i pesci non pesando può senza aggravio dell'ossa loro esser sostenuta; mà questo non basta, perche quando bene il resto della sustanza del pesce non graviti, grava però senza dubbio la materia dell'ossa loro; e chi dirà che una costola di Balena grande quanto una trave non pesi assaissimo, e nell'acqua non dia al fondo? queste dunque non deveriano poter sussistere in si vasta mole.*

Salu. *Voi acutamente opponete; e per risposta al vostro dubbio ditemi, se havete osservato stare i pesci quando piace loro sott'acqua immobili, e non descendere verso'l fondo, ò sollevarsi alla superficie senza far qualche forza col nuoto?*

Simp. *Questa è chiarissima osservazione.*

Salu. *Questo dunque potersi i pesci fermare come immobili à mezz'acqua è concludentissimo argomento il composto della lor mole corporea agguagliar la gravità in spezie dell'acqua, si che se in esso si trovano alcune parti più gravi dell'acqua, necessariamente bisogna, che ve ne siano altre altrettanto men gravi, acciò si possa pareggiar l'equilibrio. Se dunque le ossa son più gravi è necessario che le polpe, ò altre materie che vi siano, sien più leggiere, e queste si opporranno*

porranno con la lor leggerezza al peſo dell' oſſa: talche ne gli acquatici auuerrà l'oppoſito di quel che accade ne gli animali terreſtri, cioè che in queſti tocchi all' oſſa à ſoſtenere il peſo proprio, e quel della carne: e in quelli la carne regga la grauezza propria, e quella dell' oſſa. E però deue ceſſar la marauiglia, come nell' acqua poſſano eſſere animali vaſtiſſimi, mà non ſopra la terra, cioè nell' aria.

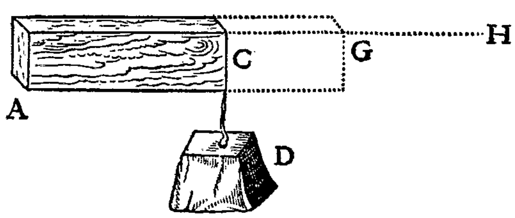
Simp. *Reſto appagato, e di più noto, che queſti che noi addimandiamo animali terreſtri, più ragioneuolmente ſi deurebbero dimandar' aerei: perche nell' aria veramente viuono, e dall' aria ſon circondati, e dell' aria reſpirano.*

Sagr. *Piacemi il diſcorſo del Sig. Simp. col ſuo dubbio, e con la ſoluzione. E di più comprendo aſſai facilmente, che vno di queſti ſmiſurati peſci tirato in terra forſe non ſi potrebbe per lungo tempo ſoſtenere: mà che relaſſate le attaccature dell' oſſa la ſua mole ſi ammaccherebbe.*

Salu. *Io per ora inclino à creder l'iſteſſo; ne ſon lontano à credere, che 'l medeſimo auuerrebbe à quel vaſtiſſimo nauilio, il quale galleggiando in mare non ſi diſſolue per il peſo, e carico di tanti merci, & armamenti, che in ſecco, e circondato dall' aria forſe ſi aprirebbe. Mà ſeguitiamo la noſtra materia, e dimoſtriamo; come:*

Dato vn Priſma, ò Cilindro col ſuo peſo, & il Peſo maſſimo ſoſtenuto da eſſo, trouare la maſſima lunghezza, oltre alla quale prolungato dal ſolo ſuo proprio peſo ſi romperebbe.

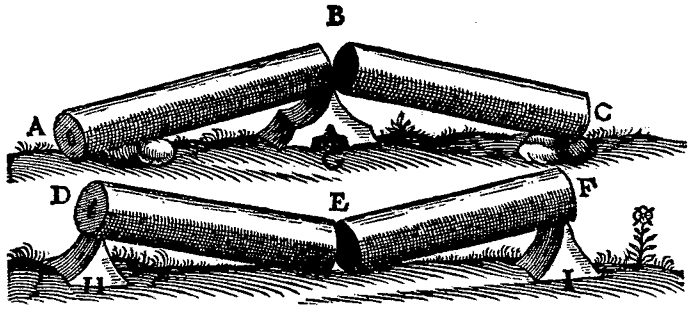
Sia dato il Priſma A C *col ſuo proprio peſo, e dato parimente il peſo* D *maſſimo da poter' eſſer ſoſtenuto dall' eſtremità* C, *biſogna trouare la lunghezza maſſima, ſino alla quale ſi poſſa allungare il detto Priſma ſenza romperſi. Facciaſi come il peſo del Priſma* A C *al compoſto de i peſi* A C *col doppio del peſo di* D, *così la lunghezza*



C A alla A H, trà le quali sia media proporzionale la A G. Dico A G esser la lunghezza cercata. Imperò che il momento grauante del Peso D in C, è eguale al momento del peso doppio di D, che fusse posto nel mezo di A C, doue è anco il centro del momento del Prisma A C, il momento dunque della resistenza del Prisma A C, che stà in A, equiuale al grauante del doppio del peso D col peso A C, attaccati però nel mezo di A C. E perche viene ad essersi fatto come 'l momento di detti pesi così situati, cioè del doppio D con A C al momento di A C, così la H A alla A C, trà le quali è media la A G: adunque il momento del doppio D col momento A C, al momento A C, è come il Quadrato G A al Quadrato A C: mà il momento premente del Prisma G A al momento di A C, è come il Quadrato G A al Quadrato A C: adunque la lunghezza A G è la massima, che si cercaua, cioè, quella sino alla quale allungandosi il Prisma A C si sosterrebbe, mà più oltre si spezzerebbe.

Sin quì si son considerati i momenti, e le resistenze de i Prismi, e Cilindri solidi, l'una estremità de i quali sia posta immobile, e solo nell'altra sia applicata la forza di vn peso premente, considerandolo esso solo, ouer congiunto con la grauità del medesimo solido, ò veramente la sola grauità dell'istesso solido. Ora voglio che discorriamo alquanto de i medesimi Prismi, e Cilindri, quando fussero sostenuti da amendue l'estremità, ò vero che sopra vn sol punto preso trà le estremità fusser posati. E prima dico che il Cilindro, che grauato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterrebbe, ò sia retto nel mezo da vn solo sostegno, ò vero da due nelle estremità, potrà esser lungo il doppio di quello, che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in vn sol termine: il che per se stesso è assai manifesto, perche se intenderemo del Cilindro, che io segno A B C, la sua metà A B esser la somma lunghezza potente à sostenersi stando fissa nel termine B, nell'istesso modo si sosterrà, se posata sopra 'l sostegno G sarà contrappesata dall' altra sua metà B C. E similmente se del Cilindro D E F la lunghezza sarà tale, che solamente la sua metà potesse sostenersi fissa nel termine D, & in consequenza

quenza l'altra E F *fisso il termine* F, *è manifesto, che posti i sostegni*



H I *sotto l'estremità* D F, *ogni momento che si aggiunga di forza, ò di peso in* E, *quiui si farà la rottura.*

Quello che ricerca più sottile specolazione è, quando astraendo dalla grauità propria di tali solidi, ci fusse proposto di douere inuestigare, se quella forza, ò peso, che applicato al mezo d'un Cilindro sostenuto nelle estremità basterebbe à romperlo, potrebbe far l'istesso effetto applicato in qualsiuoglia altro luogo più vicino all'una che all'altra estremità. Come per esempio se volendo noi rompere una mazza presola con le mani nell'estremità, & appuntato il ginocchio in mezo l'istessa forza, che basterebbe usare per romperlo in tal modo, basterebbe ancora quando il ginocchio si puntasse non nel mezzo, mà più vicino all'un de gli estremi.

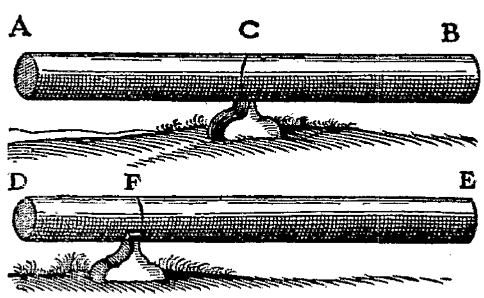
Sagr. *Parmi che'l Problema sia toccato da Aristotele nelle sue Questioni Mecaniche.*

Salu. *Il quesito d'Aristotele non è precisamente l'istesso, perche ei non cerca altro, se non di render la ragione, perche manco fatica si ricerchi à romperlo, tenendo le mani nell'estremità del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine: e ne rende una ragione generale, riducendo la causa alle Leue più lunghe, quando s'allargano le braccia afferrando l'estremità. Il nostro quesito aggiugne qualche cosa di più, ricercando se posto il ginocchio nel mezo, ò in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell'estremità la medesima forza serua in tutti i siti.*

Sagr. *Nella prima apprensione parrebbe di sì, atteso che le due Leue mantengono in certo modo il medesimo momento, mentre quanto si scorcia l'una tanto s'allunga l'altra.*

Salu. *Or vedete, quanto sono in pronto l'equiuocazioni, e con quanta cautela, e circospezione conuien andare per non v'incorrere. Cotesto che voi dite, e che veramente nel primo aspetto hà tanto del verisimile, in ristetto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due Leue, sia posto, ò non posto nel mezo, fà tal diuersità, che di quella forza, che basterebbe per far la frazzione nel mezo, douendola fare in qualche altro luogo tal volta non basterà l'applicaruene quattro volte tanto, nè dieci, nè cento, nè mille. Faremo sopra ciò vna tal quale considerazion generale, e poi verremo alla specifica determinazione della Proposizione, secondo la quale si vanno variando le forze per far la frazzione più in vn punto, che in vn'altro.*

Segniamo prima questo legno A B *da rompersi nel mezo sopra'l sostegno* C, *& appresso segniamo l'istesso, mà sotto i caratteri* D E *da rompersi sopra'l sostegno* F *remoto dal mezo. Prima è manifesto, che sendo le distanze* A C C B *eguali, la forza sarà compartita egualmente nelle estremità* B A. *Secondo poi che la distanza* D F *diminuisce dalla distanza* A C, *il momento della forza posta in* D *scema dal momento in* A, *cioè posto nella distanza* C A, *e scema secondo la proporzione della linea* D F *alla* A C, *& in consequenza bisogna crescerlo per pareggiare, ò superar la resistenza di* F. *Mà la distanza* D F *si può diminuire in infinito in relazione alla distanza* A C, *adunque bisogna poter crescere in infinito la forza da applicarsi in* D *per pareggiar la resistenza in* F. *Mà all'*



incontro

incontro ſecondo che creſce la diſtanza F E *ſopra la* C B, *conuien diminuire la forza in* E *per parreggiare la reſiſtenza in* F, *mà la diſtanza* F E *in relazione alla* C B, *non ſi può creſcere in infinito col ritirar' il ſoſtegno* F *verſo il termine* D, *anzi nè anco il doppio, adunque la forza in* E *per pareggiare la reſiſtenza in* F, *ſarà ſempre più che la metà della forza in* B. *Comprendeſi dunque la neceſſità del douerſi agumentare i momenti del congiunto delle forze in* E D *infinitamente, per pareggiare, ò ſuperar la reſiſtenza poſta in* F, *ſecondo che il ſoſtegno* F *s'andrà approſſimando verſo l'eſtremità* D.

Sagr. *Che diremo, S. Simplicio, non conuien' egli confeſſare la virtù della Geometria eſſer' il più potente ſtrumento d'ogni altro per acuir l'ingegno, e diſporlo al perfettamente diſcorrere, e ſpecolare? e che con gran ragione voleua Platone i ſuoi ſcolari prima ben fondati nelle Matematiche? Io beniſſimo haueuo compreſo la facultà della Leua, e come creſcendo, ò ſcemando la ſua lunghezza creſceua, ò calaua il momento della forza, e della reſiſtenza, con tutto ciò nella determinazione del preſente Problema m'ingannauo, e non di poco, mà d'infinito.*

Simp. *Veramente comincio à comprendere, che la Logica, benche ſtrumento preſtantiſſimo per regolare il noſtro diſcorſo, non arriua, quanto al deſtar la mente all' inuenzione, all' acutezza della Geometria.*

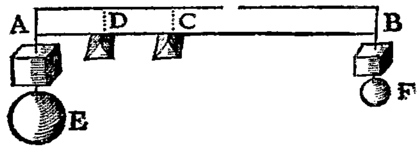
Sagr. *A me pare, che la Logica inſegni à conoſcere ſe i diſcorſi, e le dimoſtrazioni già fatte, e trouate procedano concludentemente, mà che ella inſegni à trouare i diſcorſi, e le dimoſtrazioni concludenti, ciò veramente non credo io. Mà ſarà meglio che il S. Salu. ci moſtri, ſecondo qual proporzione vadian creſcendo i momenti delle forze per ſuperar la reſiſtenza del medeſimo legno ſecondo i luoghi diuerſi della rottura.*

Salu. *La proporzione, che ricercate, procede in cotal forma, che: Se nella lunghezza d'un Cilindro ſi noteranno due luoghi, ſopra i quali ſi voglia far la frazzione di eſſo Cilindro, le*

reſiſtenze

resistenze di detti due luoghi hanno frà di loro la medesima proporzione, che i Rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi.

Siano le forze A B *minime per rompere in* C, *& le* E F *parimente le minime per rompere in* D. *Dico le forze* A B *alle forze* E F, *hauer la proporzion medesima che hà il rettangolo* A D B *al rettangolo* A C B. *Imperò che le forze* A B *alle forze* E F, *hanno la proporzion composta delle forze* A B, *alla forza* B *della* B *alla* F, *e della* F *alle* F E.



Mà come le forze A B *alla forza* B, *così stà la lunghezza* B A *ad* A C, *e come la forza* B *alla* F, *così stà la linea* D B *alla* B C, *e come la forza* F *alle* F E, *così stà la linea* D A *alla* A B, *adunque le forze* A B *alle forze* E F, *hanno la proporzion composta delle tre, cioè, della retta* B A *ad* A C, *della* D B *à* B C, *e della* D A *ad* A B. *Mà delle due* D A *ad* A B, *&* A B *ad* A C, *si compone la proporzione della* D A *ad* A C, *adunque le forze* A B *alle forze* E F, *hanno la proporzion composta di questa* D A *ad* A C, *e dell'altra* D B *à* B C. *Mà il rettangolo* A D B *al rettangolo* A C B, *hà la proporzion composta delle medesime* D A *ad* A C, *e* D B *à* B C, *adunque le forze* A B *alle* E F, *stanno come il rettangolo* A D B *al rettangolo* A C B, *che è quanto à dire la resistenza in* C *ad essere spezzato, alla resistenza ad esser rotto in* D *hauer la medesima proporzione, che il rettangolo* A D B *al rettangolo* A C B, *che è quello che si doueua prouare.*

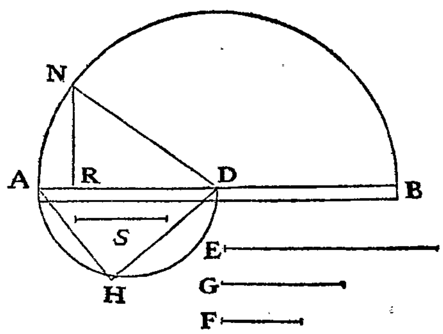
In consequenza di questo Teorema possiamo risoluere vn Problema assai curioso; & è:

Dato il peso massimo retto dal mezo di vn Cilindro, ò Prisma, doue la resistenza è minima; e dato vn peso maggior di quello, trouare nel detto Cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto, come peso massimo.

Habbia il dato peso maggiore del peso massimo retto dal mezo del Cilindro A B *ad esso massimo la proporzione della linea* E *alla* F,

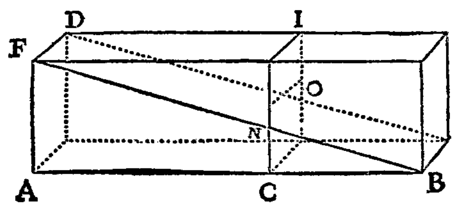
bisogna

bisogna trouare il punto nel Cilindro, dal quale il dato peso venga sostenuto come massimo. Trà le due E, F *sia media proporzionale la* G, *e come la* E *alla* G, *così si faccia la* A D *alla* S, *sarà la* S *minore della* A D. *Sia* A D *Diametro del mezo Cerchio* A H D, *nel quale pongasi la* A H *eguale alla* S, *e congiungasi* H D, & *ad essa si tagli eguale la* D R. *Dico il punto* R *essere il cercato, dal quale il dato peso maggiore del massimo retto dal mezzo del Cilindro* D *verrèbbe come massimo retto. Sopra la lunghezza* B A *facciasi il mezo cerchio* A H B, *e si alzi la perpendicolare* R N, *e congiungasi* N D. *E perche i due Quadrati* N R, R D *son eguali al Quadrato* N D, *cioè al Quadrato* A D, *cioè alli due* A H, H D, *e l'*H D *è eguale al Quadrato* D R, *adunque il Quadrato* N R, *cioè il rettangolo* A R B *sarà eguale al Quadrato* A H, *cioè al Quadrato* S, *mà il Quadrato* S *al Quadrato* A D *è come la* F *alla* E, *cioè come il peso massimo retto in* D *al dato peso maggiore; adunque questo maggiore sarà retto in* R *come il massimo, che vi possa esser sostenuto. Che è quello che si cercaua.*



Sagr. *Intendo benissimo, e vò considerando, che essendo il Prisma* A B *sempre più gagliardo, e resistente alla pressione nelle parti, che più, e più si allontanano dal mezo, nelle traui grandissime e graui, se ne potrebbe levar non piccola parte verso l'estremità con notabile alleggerimento di peso, che ne i trauamenti di grandi stanze sarebbe di commodo, & vtile non piccolo. E bella cosa sarebbe il ritrouar quale figura deurebbe hauer quel tal solido, che in tutte le sue parti fusse egualmente resistente: tal che non più facile fusse ad esser rotto da vn peso che lo premesse nel mezzo, che in qualsiuoglia altro luogo.*

Salu. *Gia ero in procinto di dirui cosa assai notabile, e vaga in questo proposito. Fò vn poco di figura per meglio dichiararmi. Questo* D B *è vn Prisma, la cui resistenza ad essere spezzato nell' estremità* A D, *da vna forza premente nel termine* B, *è tanto minore della resistenza, che si trouerebbe nel luogo* C I, *quanto la lunghezza* C B *è minore della* B A, *come già si è dimostrato. Intendasi adesso il medesimo Prisma segato diagonalmente secondo la linea* F B, *si che le faccie opposte siano due triangoli, uno de i quali verso noi è questo* F A B. *Ottiene tal solido contraria natura del Prisma, cioè che meno resiste all' essere spezzato sopra 'l termine* C, *che sopra l'* A *dalla forza posta in* B, *quanto la lunghezza* C B *è minore della* B A, *il che facilmente proueremo, perche intendendo il taglio* C N O *parallelo all' altro* A F D, *la linea* F A *alla* C N *nel triangolo* F A B



harà la medesima proporzione, che la linea A B *alla* B C, *e però se noi intenderemo ne i punti* A C *esser' i sostegni di due Leue, le cui distanze* B A, A F, B C, C N *queste saranno simili, e però quel momento, che hà la forza posta in* B *con la distanza* B A, *sopra la resistenza posta nella distanza* A F, *l' harà la medesima forza in* B *con la distanza* B C *sopra la medesima resistenza, che fusse posta nella distanza* C N: *mà la resistenza da superarsi nel sostegno* C, *posta nella distanza* C N *dalla forza in* B, *è minore della resistenza in* A, *tanto quanto il rettangolo* C O *è minore del rettangolo* A D, *cioè quanto la linea* C N *è minore della* A F, *cioè la* C B *della* B A, *adunque la resistenza della parte* O C B *ad esser rotto in* C, *è tanto minore della resistenza dell' intero* D A O *ad esser rotto in* A, *quanto la lunghezza* C B *è minore della* A B. *Hauiamo dunque nel Traue, ò Prisma* D B *leuatone vna parte, cioè la metà, segandolo diagonalmente, e lasciato il Cuneo, ò Prisma triangolare* F B A, *e sono due solidi di condizioni contrarie,*

trarie, cioè quello tanto più resiste, quanto più si scorcia, e questo nello scorciarsi perde altrettanto di robustezza. Ora stante questo, par ben ragioneuole, anzi pur necessario, che se gli possa dare vn taglio, per il quale, togliendo via il superfluo, rimanga vn solido di figura tale, che in tutte le sue parti sia egualmente resistente.

Simp. *E' ben necessario, che doue si passa dal maggiore al minore s' incontri ancora l' eguale.*

Sagr. *Mà il punto stà ora à trouar, come si hà guidar la sega per far questo taglio.*

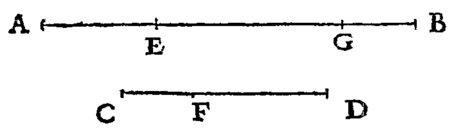
Simp. *Questo mi si rappresenta, che dourebbe esser opera assai facile, perche se col segar il Prisma diagonalmente leuandone la metà, la figura che resta ritien contraria natura à quella del Prisma intero, si che in tutti i luoghi, ne i quali questo acquistaua robustezza, quello altrettanto la perdeua, parmi che tenendo la via del mezo, cioè leuando solamente la metà di quella metà, che è la quarta parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerà, nè perderà robustezza in tutti quiei medesimi luoghi, ne i quali la perdita, è 'l guadagno dell' altre due figure erano sempre eguali.*

Salu. *Voi S. Simp. non hauete dato nel segno: e si come io vi mostrerò, vedrete veramente, che quello che si può segar del Prisma, e leuar via senza indebolirlo, non è la sua quarta parte, mà la terza. Ora resta (che è quello che accennaua il Sig. Sagr.) il ritrouar secondo che linea si deue far camminar la sega; la quale prouerò che deue esser linea Parabolica. Mà prima è necessario dimostrare certo Lemma, che è tale:*

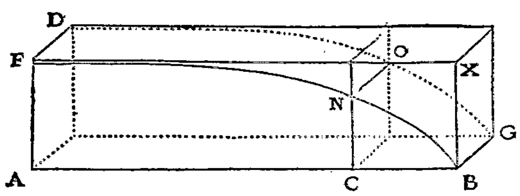
Se saranno due Libre, ò Leue diuise da i loro sostegni in modo che le due distanze, doue si hanno à costituire le potenze, habbiano trà di loro doppia proporzione delle distanze, doue saranno le resistenze, le quali resistenze siano tra loro, come le lor distanze, le potenze sostenenti saranno eguali.

Siano due Leue A B, C D *diuise sopra i lor sostegni* E F, *talmente, che la distanza* E B *alla* F D, *habbia doppia proporzione di quella, che hà la distanza* E A *alla* F C. *Dico le potenze, che in* B D *so-*

sterranno le resistenze di A, C *esser trà lore eguali. Pongasi la* E G *media proporzionale trà* E B, *e* F D *sarà dunque come* B E *ad* E G, *così* G E *ad* F D, *&* A E *à* C F, *e così si è posto esser la resistenza di* A *alla resistenza di* C. *E perche come* E G *ad* F D, *così* A E *à* C F, *sarà permutando come* G E *ad* E A, *così* D F *ad* F C, *e però (per esser le due Leue* D C, G A *diuise proporzionalmente ne i punti* F E) *quando la potenza, che posta in* D *pareggia la resistenza di* C, *fusse in* G, *pareggerebbe la medesima resistenza di* C *posta in* A, *mà per il dato la resistenza di* A *alla resistenza di* C, *hà la medesima proporzione, che la* A E *alla* C F, *cioè, che la* B E *alla* E G, *adunque la potenza* G; *ò vogliam dire* D *posta in* B, *sosterrà la resistenza posta in* A. *Che è quello che si doueua prouare.*



Inteso questo: nella faccia F B *del Prisma* D B, *si segnata la linea Parabolica* F N B, *il cui vertice* B, *secondo la quale sia segato esso Prisma, restando il solido compreso dalla base* A D *dal piano rettangolo* A G *dalla linea retta* B G, *e dalla superficie* D G B F *incuruata secondo la curuità della linea Parabolica* F N B. *Dico tal solido esser per tutto egualmente resistente. Sia segato dal piano* C O *parallelo all'* A D, *e intendansi due Leue diuise, e posate sopra i sostegni* A C, *e siano dell'vna le distanze* B A, A F, *e dell'altra le* B C, C N. *E perche nella Parabola* F B A, *la* A B *alla* B C, *stà come il Quadrato della* F A *al Quadrato di* C N, *è manifesto la distanza* B A, *dell'vna Leua alla distanza* B C, *dell'altra hauer doppia proporzione di quella, che hà l'altra distanza* A F *all'altra* C N. *E perche la resistenza da pareggiarsi con la Leua* B A *alla resistenza da pareggiarsi con la Leua* B C, *hà la medesima proporzione, che 'l rettangolo*

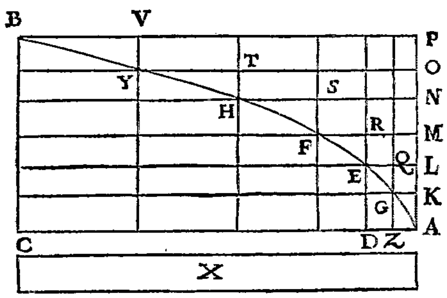


tangolo

tangolo D A *al rettangolo* O C, *la quale è la medesima, che hà la linea* A F *alla* N C, *che sono l'altre due distanze delle Leue, è manifesto per il Lemma passato, che la medesima forza, che sendo applicata alla linea* B G *pareggerà la resistenza* D A, *pareggerà ancora la resistenza* C O. *Et il medesimo si dimostrerà, segandosi il solido in qual si sia altro luogo: adunque tal solido Parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi segandosi il Prisma secondo la linea Parabolica* F N B, *se ne leui la terza parte, si fà manifesto; perche la semiparabola* F N B A, *e'l rettangolo* F B *son basi di due solidi compresi trà due piani paralleli, cioè trà i rettangoli* F B, D G, *per lo che ritengono trà di loro la medesima proporzione, che esse lor basi: mà il rettangolo* F B, *è sesquialtero della semiparabola* F N B A; *adunque segando il Prisma secondo la linea Parabolica se ne leua la terza parte. Di quì si vede, come con diminuzion di peso di più di trentatrè per cento si posson far i trauamenti senza diminuir punto la loro gagliardia, il che ne i Nauilii grandi in particolare per regger le couerte può esser d'utile non piccolo; atteso che in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.*

Sagr. *Le vtilità son tante, che lungo, ò impossibil sarebbe il registrarle tutte. Mà io lasciate queste da banda, harei più gusto d'intender, che l'alleggerimento si faccia secondo le proporzioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale leui la metà del peso, l'intendo benissimo: mà che l'altro secondo la Parabolica porti via la terza parte del Prisma posso, crederlo al S. Salu. sempre veridico, mà in ciò più della fede mi sarebbe grata la scienza.*

Salu. *Vorreste dunque hauer la dimostrazione come sia vero, che l'eccesso del Prisma sopra questo, che per ora chiamiamo solido Parabolico, sia la terza parte di tutto il Prisma. Sò d'hauerlo altra volta dimostrato; tenterò ora, se potrò rimetter' insieme la dimostrazione, per la quale intanto mi souuiene, che mi seruiuo di certo Lemma d'Archimede posto da esso nel libro delle spirali; & è che se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l'eccesso sia eguale alla minima di quelle, & altrettante siano ciascheduna eguale* *alla massima, i Quadrati di tutte queste saranno meno che tripli de i Quadrati di quelle che si eccedono: mà i medesimi saranno ben più che tripli di quelli altri che restano trattone il Quadrato della massima. Posto questo: Sia in questo rettangolo* A C B P, *inscritta la linea Parabolica* A B; *douiamo prouare il triangolo misto* B A P, *i cui lati sono* B P, P A, *e base la linea Parabolica* B A *esser la terza parte di tutto 'l rettangolo* C P. *Imperò che se non è tale, sarà ò più che la terza parte, ò meno. Sia se esser può meno, & à quello che gli manca intendasi esser' eguale*



lo spazio X. *Diuidendo poi il rettangolo* C P *continuatamente in parti eguali con linee parallele à i lati* B P, C A, *arriueremo finalmente à parti tali, ch' vna di loro sarà minore dello spazio* X. *Or sia vna di quelle il rettangolo* O B, *e per i punti doue l'altre parallele segano la linea Parabolica, faccians passare le parallele alla* A P, *e quì intenderò circoscritta intorno al nostro triangolo misto vna figura composta di rettangoli, che sono* B O, I N, H M, F L, E K, G A, *la qual figura sarà pur ancora meno che la terza parte del rettangolo* C P, *essendo che l' eccesso di essa figura sopra 'l triangolo misto è manco assai del rettangolo* B O, *il quale è ancor minore dello spazio* X.

Sagr. *Piano di grazia, ch' io non veggo, come l'eccesso di questa figura circoscritta sopra 'l triangolo misto, sia manco assai del rettangolo* B O.

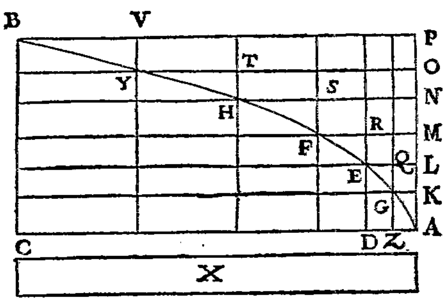
Salu. *Il rettangolo* B O *non è egli eguale à tutti questi rettangoletti, per i quali passa la nostra linea Parabolica: dico, di questi* B I, I H, H F, F E, C G, G A? *de i quali vna parte sola resta fuori del triangolo misto? & il rettangolo* B O, *non si è egli posto ancor minore*

minore dello ſpazio X? *adunque ſe il triangolo inſieme con l'* X *pareggiaua per l'auuerſario la terza parte del rettangolo* C P *la figura circoſcritta, che al triangolo aggiugne tanto meno che lo ſpazio* X, *resterà pur ancora minore della terza parte del rettangolo medeſimo* C P. *Mà questo non può eſſere, perche ella è più della terza parte, adunque non è vero, che'l nostro triangolo misto ſia manco del terzo del rettangolo.*

Sagr. *Hò inteſa la ſoluzione del mio dubbio. Mà biſogna ora prouarci, che la figura circoſcritta ſia più della terza parte del rettangolo* C P, *doue credo, che haremo aſſai più da fare.*

Salu. *Eh non ci è gran difficoltà. Imperò che nella Parabola il Quadrato della linea* D E *al Quadrato della* Z G, *hà la medeſima proporzione, che la linea* D A *alla* A Z, *che è quella che hà il rettangolo* K E *al rettangolo* A G, *(per eſſer l'altezze* A K, K L *eguali,) adunque la proporzione che hà il Quadrato* E D *al Quadrato* Z G, *cioè il Quadrato* L A *al Quadrato* A K, *l'hà ancora il rettangolo* K E *al rettangolo* K Z. *E nel medeſimo modo appunto ſi prouerà degli altri rettangoli* L F, M H, N I, O B, *ſtar trà di loro come i Quadrati delle linee* M A, N A, O A, P A. *Conſideriamo adeſſo come la figura circoſcritta è composta di alcuni ſpazii, che trà di loro ſtanno come i Quadrati di linee, che ſi eccedono con eceſſi eguali alla minima, e come il rettangolo* C P, *è composto di altrettanti ſpazii ciaſcuno eguale al maſſimo, che ſono tutti i rettangoli eguali all'* O B. *Adunque per il Lemma d' Archimede la figura circoſcritta è più della terza parte del rettangolo* C P, *mà era anche minore, il che è impoſſibile. Adunque il triangolo misto non è manco del terzo del rettangolo* C P. *Dico parimente che non è più, imperò che ſe è più del terzo del rettangolo* C P, *intendaſi lo ſpazio* X, *eguale all' eceſſo del triangolo ſopra la terza parte di eſſo rettangolo* C P, *e fatta la diuiſione, e ſuddiuiſione del rettangolo in rettangoli ſempre eguali, ſi arriuerà à tale, che vno di quelli ſia minore dello ſpazio* X: *ſia fatta; e ſia il rettangolo* B O *minore dell'* X, *e deſcritta come ſopra la figura hauremo nel triangolo miſto inſcritta vna figura compoſta*

posta di rettangoli V O, T N, S M, N L, Q K, *la quale non sarà ancora minore della terza parte del gran rettangolo* C P. *Imperò che il triangolo misto supera di manco assai la figura inscritta di quello che egli superi la terza parte di esso rettangolo* C P, *atteso che l'eccesso del triangolo sopra la terza parte del rettangolo* C P, *è eguale alla spazio* X, *il quale è minore del rettangolo* B O, *e questo è anco minore assai dell'eccesso del triangolo sopra la figura inscrittagli; imperò che ad esso rettangolo* B O, *sono eguali tutti i rettangoletti* A G, G E, E F, F H, H I, I B, *de i quali son ancora manco che la metà gli auanzi del triangolo, sopra la figura inscritto. E però auanzando il triangolo la terza parte del rettangolo* C P, *di più assai (auanzandolo dello spazio* X) *che ei non auanza la sua figura inscritta, sarà tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo* C P, *mà ella è minore per il Lemma supposto; imperò che il rettangolo* C P, *come aggregato di tutti i rettangoli massimi, à i rettangoli componenti la figura inscritta hà la medesima proporzione che l'aggregato di tutti i quadrati delle linee eguali alla massima à i quadrati delle linee, che si eccedono egualmente, trattone il quadrato della massima; e però (come de i quadrati accade) tutto l'aggregato de i massimi (che è il rettangolo* C P) *è più che triplo dell'aggregato de gli eccedenti si trattone il massimo, che compongono la figura inscritta. Adunque il triangolo misto non è nè maggiore, nè minore della terza parte del rettangolo* C P, *è dunque eguale.*



Sagr. *Bella, e ingegnosa dimostrazione, e tanto più, quanto ella ci dà la quadratura della Parabola, mostrandola essere sesquiterza del triangolo inscrittogli, prouando quello che Archimede con due*

trà

trà di loro diuersissimi: mà amendue ammirabili progressi di molte Proposizioni dimostrò. Come anco fù dimostrata vltimamente da Luca Valerio altro Archimede, secondo dell' età nostra, la qual dimostrazione è registrata nel libro, che egli scrisse del Centro della grauità de i solidi.

Salu. *Libro veramente da non esser posposto à qual si sia scritto da i più famosi Geometri del presente, e di tutti i secoli passati: il quale quando fù veduto dall' Accademico nostro, lo fece desistere dal proseguire i suoi trouati, che egli andaua continuando di scriuere sopra 'l medesimo suggetto; già che vedde il tutto tanto felicemente ritrovato, e dimostrato dal detto S. Valerio.*

Sagr. *Io ero informato di tutto questo accidente dall' istesso Accademico; e l' haueuo anco ricercato, che mi lasciasse vna volta vedere le sue Dimostrazioni sin allora ritrouate, quando ei s'incontrò nel libro del S. Valerio; mà non mi successe poi il vederle.*

Salu. *Io ne hò copia, e le mostrerò à V. S., che hauerà gusto di vedere la diuersità de i Metodi, con i quali camminano questi due Autori per l'inuestigazione delle medesime Conclusioni, e loro Dimostrazioni; doue anco alcune delle Conclusioni hanno differente esplicazione, benche in effetto egualmente vere.*

Sagr. *Mi sarà molto caro il vederle, e V. S. quando ritorni à i soliti congressi, mi farà grazia di portarle seco. Mà in tanto essendo questa della resistenza del solido cauato dal Prisma col taglio Parabolico, operazione non men bella, che vtile in molte opere Mecaniche, buona cosa sarebbe, per gli Artefici l'hauer qualche regola facile, e spedita per potere sopra 'l piano del Prisma segnare essa linea Parabolica.*

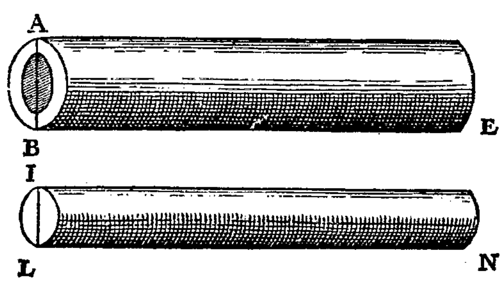
Salu. *Modi di disegnar tali linee ce ne son molti, mà due sopra tutti gli altri speditissimi, glie ne dirò io. Vno de i quali è veramente marauiglioso, poiche con esso in manco tempo, che col Compasso altri disegnerà sottilmente sopra vna carta quattro, ò sei Cerchi di differenti grandezze, io posso disegnare trenta, e quaranta linee Paraboliche non men giuste, sottili, e pulite delle circonferenze* *di essi Cerchi. Io hò vna palla di Bronzo esquisitamente rotonda non più grande d'una noce, questa tirata sopra vno specchio di metallo tenuto, non eretto all' Orizonte, mà alquanto inchinato, sì che la palla nel moto vi possa camminar sopra calcandolo leggiermente nel muouersi, lascia vna linea Parabolica sottilissimamente, e pulitissimamente descritta, e più larga, e più stretta, secondo che la proiezzione si sarà più, ò meno eleuata. Doue anco habbiamo chiara, e sensata esperienza, il moto de i Proietti farsi per linee Paraboliche: effetto non osseruato prima che dal nostro Amico, il quale ne arreca anco la Dimostrazione nel suo libro del moto, che vedremo insieme nel primo congresso. La palla poi per descriuere al modo detto le Parabole, bisogna con maneggiarla alquanto con la mano scaldarla, & alquanto inumidirla, che così lascerà più apparenti sopra lo specchio i suoi vestigii. L'altro modo per disegnar la linea, che cerchiamo sopra il Prisma, procede così: Ferminsi ad alto due chiodi in vn parete equidistanti all' Orizonte, e trà di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo, su 'l quale vogliamo notare la semiparabola, e da questi due chiodi penda vna catenella sottile, e tanto lunga, che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del Prisma: questa catenella si piega in figura Parabolica. si che andando punteggiando sopra 'l muro la strada, che vi fà essa catenella, haremo descritta vn' intera Parabola: la quale con vn Perpendicolo, che penda dal mezo di quei due chiodi, si diuiderà in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del Prisma non hà difficoltà nessuna; si che ogni mediocre Artefice lo saprà fare. Potrebbesi anco con l' aiuto delle linee Geometriche segnate su 'l Compasso del nostro Amico senz' altra fattura andar sù l' istessa faccia del Prisma punteggiando la linea medesima.*

Habbiamo fin quì dimostrate tante Conclusioni attenenti alla contemplazione di queste resistenze de i solidi all' essere spezzati con l' hauer prima aperto l' ingresso à tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto, che si potrà consequentemente camminar auanti ritrouandone altre, & altre Conclusioni, e loro Dimostrazioni

zioni di quelle, che in natura sono infinite. Solo per ora per vltimo termine de gli hodierni ragionamenti voglio aggiugnere la specolazione delle resistenze de i solidi vacui, de i quali l'arte, e più la natura si serue in mille operazioni; doue senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza: come si vede nell' ossa de gli vccelli, & in moltissime canne, che son leggiere, e molto resistenti al piegarsi, e rompersi. che se vn fil di paglia, che sostien vna spiga più graue di tutto 'l gambo, fusse fatto della medesima quantità di materia, mà fusse massiccio, sarebbe assai meno resistente al piegarsi, & al rompersi. E con tal ragione hà osseruato l'arte, e confermato l'esperienza, che vn hasta vota, ò vna canna di legno, ò di metallo, è molto più salda, che se fusse d'altrettanto peso, e della medesima lunghezza massiccia, che in consequenza sarebbe più sottile, e però l' arte hà trouato di far vote dentro le lancie, quando si desideri hauerle gagliarde, e leggiere. Mostreremo per tanto, come

Le resistenze di due Cilindri eguali, & egualmente lunghi, l'uno de i quali sia voto, e l'altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione, che i lor Diametri.

Siano la canna, ò Cilindro voto A E, *& il Cilindro* I N *massiccio eguali in peso, & egualmente lunghi. Dico, la resistenza della canna*

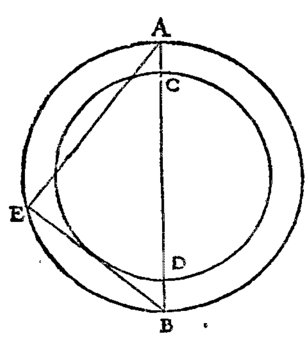


A E *all' esser rotta alla resistenza del Cilindro solido* I N *hauer la medesima proporzione, che 'l Diametro* A B *al Diametro* I L. *Il che è assai manifesto, perche essendo la canna, e 'l Cilindro* I N *eguali & egualmente lunghi, il Cerchio* I L, *base del Cilindro, sarà eguale alla ciambella* A B *base della canna* A E, *(chiamo ciambella la superficie che resta, tratto vn Cerchio minore dal suo concentrico maggiore) e però le loro resistenze assolute saranno eguali: mà perche nel romper in tra-*

uerſo ci ſeruiamo nel Cilindro I N *della lunghezza* L N *per Leua, e per ſoſtegno del punto* L, *e del ſemidiametro ò Diametro* L I *per contralleua; e nella canna la parte della Leua, cioè la linea* B E *è eguale alla* L N: *mà la contralleua oltre al ſoſtegno* B *è il Diametro ò ſemidiametro* A B; *reſta manifeſto la reſiſtenza della canna ſuperar quella del Cilindro ſolido ſecondo l'eceſſo del Diametro* A B *ſopra'l Diametro* I L. *che è quello che cercauamo. S'acquiſta dunque di robuſtezza nella canna vota ſopra la robuſtezza del Cilindro ſolido ſecondo la proporzione de i Diametri: tutta volta però che amendue ſiano dell'iſteſſa materia, peſo, e lunghezza. Sarà bene che conſeguentemente andiamo inueſtigando quello che accaggia ne gli altri caſi indifferentemente trà tutte le canne, e Cilindri ſolidi egualmente lunghi; benche in quantità di peſo diſeguali, e più, e meno euacuati. E prima dimoſtreremo, come:*

Data vna canna vota, ſi poſſa trouare vn Cilindro pieno eguale ad eſſa.

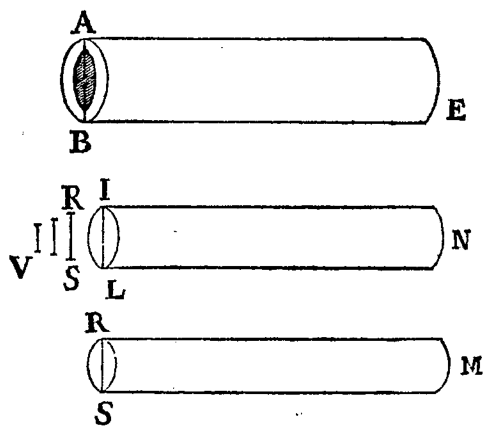
Faciliſſima è tal'operazione. Imperò che ſia la linea A B *Diametro della canna, e* C D *Diametro del voto. Applichiſi nel Cerchio maggiore la linea* A E *egual'al Diametro* C D, *e congiungaſi la* E B. *E perche nel mezo Cerchio* A E B *l'angolo* E *è retto, il Cerchio, il cui Diametro è* A B, *ſarà eguale alli due Cerchi de i Diametri* A E, E B: *mà* A E *è il Diametro del voto della canna. adunque il Cerchio, il cui Diametro ſia* E B, *ſarà egual'alla Ciambella* A C B D: *e però il Cilindro ſolido, il cerchio della cui baſe habbia il Diametro* E B *ſarà eguale alla canna, eſſendo egualmente lungo. Dimoſtrato queſto, potremo ſpeditamente*



Trouare qual proporzione habbiano le reſiſtenze d'una canna e di vn Cilindro, qualunque ſiano, pur che egualmente lunghi.

Sia

Sia la canna A B E & il Cilindro R S M egualmente lungo, biſogna trouare qual proporzione habbiano trà di loro le lor reſiſtenze. Trouiſi per la precedente il Cilindro I L N eguale alla canna, & egualmente lungo, e delle linee I L, R S (Diametri delle baſi de i Cilindri I N, R M) ſia quarta proporzionale la linea V. Dico la reſiſtenza della canna A E à quella del Cilindro R M, eſſer come la linea A B alla V. Imperò che eſſendo la canna A E eguale, & egualmente lunga al Cilindro I N, la reſiſtenza della canna alla reſiſtenza del Cilindro ſtarà come la linea A B alla I L: mà la reſiſtenza del Cilindro I N alla reſiſtenza del Cilindro R M, ſtà come il Cubo I L al Cubo R S, cioè, come la linea I L alla V. Adunque ex æquali la reſiſtenza della canna A E alla reſiſtenza del Cilindro R M, hà la medeſima proporzione, che la linea A B alla V. che è quello che ſi cercaua.



Finiſce la ſeconda Giornata.

GIORNATA TERZA.

DE

MOTV LOCALI.

De subjecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. MOTV nil forte antiquius in Natura; & circa eum volumina nec pauca, nec parva à Philosophis conscripta reperiuntur. Symptomatum tamen, quæ complura, & scitu digna insunt in eo adhuc inobservata, necdum indemonstrata comperio. Leviora quædam adnotantur: ut gratia exempli, naturalem motum gravium descendentium continue accelerari. Verum juxta quam proportionem ejus fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia à mobili descendente ex quiete peracta in temporibus æqualibus eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia, seu projecta, lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen eam esse Parabolam nemo prodidit. Hæc ita esse, & alia non pauca, nec minus scitu digna, à me demonstrabuntur: & quod pluris faciendum censeo, aditus, & accessus ad amplissimam, præstantissimamque scientiam, cujus hi nostri labores erunt elementa, recludet: in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem. In prima parte consideramus ea quæ spectant ad Motum æquabilem, seu uniformem. In secunda de Motu naturaliter accelerato scribimus. In tertia de Motu violento, seu de projectis.

DE

DE MOTV. ÆQVABILI.

CIRCA Motum æquabilem, seu uniformem unica opus habemus definitione, quam ejusmodi profero.

DEFINITIO.

Æqualem, seu uniformem motum intelligo eum, cujus partes, quibuscunque temporibus æqualibus à mobili peractæ, sunt inter se æquales.

ADMONITIO.

Visum est addere veteri definitioni (quæ simpliciter appellat motum æquabilem dum temporibus æqualibus æqualia transiguntur spatia) particulam, quibuscunque, hoc est omnibus temporibus æqualibus: fieri enim potest, ut temporibus aliquibus æqualibus mobile pertranseat spatia æqualia, dum tamen spatia transacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet æqualibus, æqualia non sint. Ex allata Definitione quatuor pendent Axiomata: scilicet.

AXIOMA I.

Spatium transactum tempore longiori in eodem Motu æquabili majus esse spatio transacto tempore breviori.

AXIOMA II.

Tempus, quo majus spatium conficitur, in eodem motu æquabili longius est tempore, quo conficitur spatium minus.

AXIOMA III.

Spatium à majori velocitate confectum tempore eodem majus est spatio confecto à minori velocitate.

AXIOMA IV.

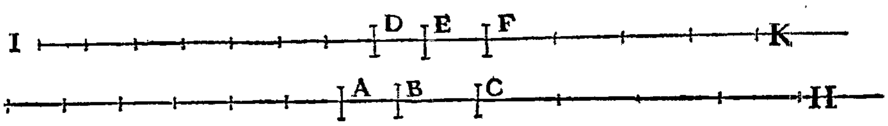
Velocitas, qua tempore eodem conficitur majus spatium, major est velocitate, qua conficitur spatium minus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si Mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertranseat spatia, tempora lationum erunt inter se ut spatia peracta.

Per-

Pertranseat enim Mobile æquabiliter latum eadem cum velocitate duo spatia A B, B C, & sit tempus motus per A B, D E; tempus vero motus per B C esto E F. Dico, ut spatium A B ad spatium B C, ita esse tempus D E ad tempus E F. Protrahantur utrinque spatia, & tempora versus G H & I K, & in A G sumantur quotcunque spatia ipsi A B æqualia, & totidem tempora in D I tempori D E similiter æqualia. Et rursus in C H sumantur secundum quamcunque multitudinem spatia ipsi C B æqualia, & totidem tempora in F K tempori E F æqualia. Erunt jam spatium B G & tempus E I, æque multiplicia spatii B A & temporis E D, juxta quamcunque multiplicationem accepta, & similiter spatium H B & tempus K E, spatii C B temporisque F E æque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia D E est tempus lationis per A B, erit totum E I tempus totius B G, cum motus ponatur æquabilis,



sintque in E I tot tempora ipsi D E æqualia, quot sunt in B G spatia æqualia B A, & similiter concludetur K E esse tempus lationis per H B. Cum autem motus ponatur æquabilis, si spatium G B esset æquale ipsi B H, tempus quoque I E tempori E K foret æquale: & si G B majus sit quàm B H, etiam I E, quàm E K majus erit: & si minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines: A B prima, B C secunda, D E tertia, E F quarta, & primæ & tertiæ, nempe spatii A B & temporis D E, sumpta sunt æque multiplicia juxta quamcunque multiplicationem, tempus I E & spatium G B, ac demonstratum est hæc vel una æquari, vel una deficere, vel una excedere tempus E K & spatium B H, æque multiplicia, scilicet secundæ & quartæ. Ergo prima ad secundam, nempe spatium A B ad spatium B C, eandem habet rationem quam tertia & quarta, nempe tempus D E ad tempus E F. quod erat demonstrandum. THEO-

THEOR. II. PROPOS. II.

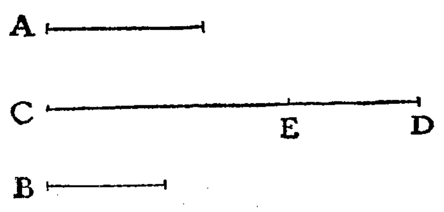
Si Mobile temporibus æqualibus duo pertranſeat ſpatia, erunt ipſa ſpatia inter ſe ut velocitates. Et ſi ſpatia ſint ut velocitates, tempora erunt æqualia.

Aſſumpta enim ſuperiori figura ſint duo ſpatia A B, B C tranſacta æqualibus temporibus, ſpatium quidem A B cum velocitate D E, & ſpatium B C cum velocitate E F. Dico, ſpatium A B ad ſpatium B C, eſſe ut D E velocitas ad velocitatem E F; ſumptis enim utrinque ut ſupra, & ſpatiorum, & velocitatum æque multiplicibus ſecundum quamcumque multiplicationem ſcilicet G B & I E, ipſorum A B & D E, pariterque H B K E ipſorum B C E F, concludetur eodem modo ut ſupra, multiplicia G B, I E vel una deficere, vel æquari, vel excedere æque multiplicia B H, E K. igitur & manifeſtum eſt propoſitum.

THEOR. III. PROPOS. III.

Inæqualibus velocitatibus per idem ſpatium latorum tempora velocitatibus è contrario reſpondent.

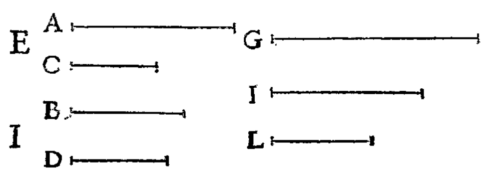
Sint velocitates inæquales A major, B minor, & ſecundum utramque fiat motus per idem ſpatium C D. Dico tempus quo A velocitas permeat ſpatium C D, ad tempus quo velocitas B, idem ſpatium permeat, eſſe ut velocitas B ad velocitatem A. Fiat enim ut A ad B, ita C D ad C E; erit igitur ex præcedenti tempus, quo A velocitas conficit C D, idem cum tempore, quo B conficit C E. Sed tempus, quo velocitas B conficit C E, ad tempus quo eadem conficit C D, eſt ut C E ad C D; ergo tempus, quo velocitas A conficit C D, ad tempus, quo velocitas B idem C D conficit, eſt ut C E ad C D, hoc eſt, ut velocitas B ad velocitatem A. quod erat intentum.



THEOR. IV. PROPOS. IV.

Si duo Mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate; spatia, temporibus inæqualibus ab ipsis peracta, habebunt rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Mota sint duo mobilia E F motu æquabili, & ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F, sit ut A ad B; temporis vero, quo movetur E, ad tempus, quo movetur F, ratio sit ut C ad D. Dico spatiũ peractum ab E cũ velocitate A in tempore C, ad spatium peractum ab I cum velocitate B in tempore D, habere rationem compositam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B, & ex ratione temporis C ad tempus D. Sit spatium



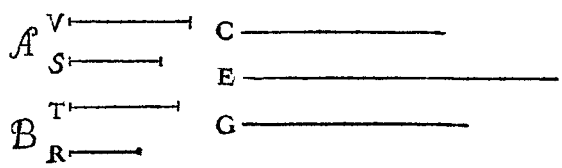
ab E cum velocitate A in tempore C peractum G, & ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I: ut autem tempus C ad tempus D, ita sit I ad L: constat I esse spatium quo movetur I in tempore eodem, in quo E motum est per G, cum spatia G I sint ut velocitates A B; & cum sit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L: sit autem I spatium quod conficitur à mobili I in tempore C; erit L spatium, quod conficitur ab I in tempore D cum velocitate B: ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I & I ad L: nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B & temporis C ad tempus D. ergo patet propositum.

THEOR. V. PROPOS. V.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, sint tamen velocitates inæquales & inæqualia spatia peracta, ratio temporum composita erit ex ratione spatiorum, & ex ratione velocitatum contrariè sumptarum.

Sint duo Mobilia A B, sitque velocitas ipsius A ad velocitatem

tem ipſius B ut V ad T, ſpatia autem peracta ſint ut S ad R. Dico rationem temporis, quo motum eſt A, ad tempus quo motum eſt B, compoſitum eſſe ex ratione velocitatis T ad velocitatem V, & ex ratione ſpatii S ad ſpatium R. Sit ipſius motus A tempus C; & ut velocitas T ad velocitatem V, ita ſit tempus



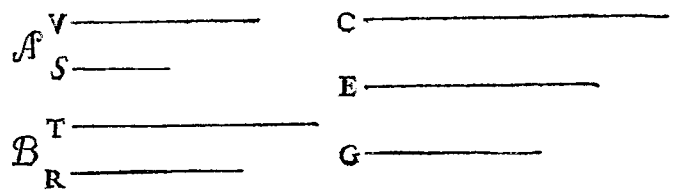
C ad tempus E. Et cum C ſit tempus in quo A cum velocitate V, conficit ſpatiũ S, ſitque ut velocitas T, mobilis B, ad velocitatem V, ita tempus C ad tempus E, erit tempus E illud, in quo mobile B conficeret idem ſpatium S. Fiat tertiò, ut ſpatium S ad ſpatium R, ita tempus E ad tempus G, conſtat G eſſe tempus, quo B conficeret ſpatium R. Et quia ratio C ad G componitur ex rationibus C ad E, & E ad G; eſt autem ratio C ad E, eadem cum ratione velocitatum mobilium A B contrariè ſumptarum, hoc eſt, cum ratione T ad V; ratio vero E ad G eſt eadem cum ratione ſpatiorum S R. ergo patet propoſitum.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipſorum compoſita erit ex ratione ſpatiorum peractorum, & ex ratione temporum contrariè ſumptorum.

Sint duo Mobilia A B æquabili motu lata; ſint autem ſpatia ab illis peracta in ratione V ad T, tempora vero ſint ut S ad R. Dico velocitatem mobilis A ad velocitatem ipſius B habere rationem compoſitam ex ratione ſpatii V ad ſpatium T, & temporis R ad tempus S

Sit velocitas C ea cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & quam rationem habet ſpatium V ad ſpatium T, hanc habeat velocitas C ad aliam E: erit E velocitas, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore eodem S. quod ſi fiat ut tempus R ad tempus S, ita velocitas E ad aliam G; erit velocitas G illa, ſecundum quam mobile B conficit ſpatium T in



tempore R. Habemus itaque velocitatem C, cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & velocitatem G cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore R; & eſt ratio C ad G compoſita ex rationibus C ad E, & E ad G: ratio autem C ad E poſita eſt eadem cum ratione ſpatii V ad ſpatium T; ratio vero E ad G, eſt eadem cum ratione R ad S. ergo patet propoſitum.

Salu. *Queſto, che habbiamo veduto è, quanto il noſtro Autore hà ſcritto del moto equabili. Paſſeremo dunque à più ſottile, e nuoua contemplazione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello, che generalmente è eſercitato da i mobili graui deſcendenti: & ecco il titolo, e l'introduzione.*

DE MOTV NATVRALITER ACCELERATO.

QVÆ in motu æquabili contingunt accidentia, in præcedenti libro conſiderata ſunt: modo de motu accelerato pertractandum. Et primo definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem inveſtigare, atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis ſpeciem ex arbitrio confingere, & conſequentes ejus paſſiones contemplari non ſit inconveniens, (ita enim, qui Helicas, aut Conchoïdes lineas ex motib⁹ quibuſdam exortas, licet talibus non utatur natura,

natura, ſibi finxerunt, earum ſymptomata ex ſuppoſitione demonſtrarunt cum laude) tamen quandoquidem quadam accelerationis ſpecie gravium deſcendentium utitur natura, eorundem ſpeculari paſſiones decrevimus, ſi eam, quam allaturi ſumus de noſtro motu accelerato definitionem, cum eſſentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem poſt diuturnas mentis agitationes repperiſſe confidimus, ea potiſſimum ducti ratione, quia ſymptomatis deinceps à nobis demonſtratis apprime reſpondere, atque congruere videntur ea, quæ naturalia experimenta ſenſui repræſentant. Poſtremo ad inveſtigationem motus naturaliter accelerati nos quaſi manu duxit animadverſio conſuetudinis, atque inſtituti ipſiuſmet naturæ in ceteris ſuis operibus omnibus; in quibus exerendis uti conſuevit mediis primis, ſimpliciſſimis, facillimis: neminem enim eſſe arbitror, qui credat natatum, aut volatum ſimpliciori, aut faciliori modo exerceri poſſe, quam eo ipſo, quo piſces, & aves inſtinctu naturali utuntur. Dum igitur lapidem ex ſublimi à quiete deſcendentem nova deinceps velocitatis acquirere incrementa animadverto, cur talia additamenta ſimpliciſſima, atque omnibus magis obvia ratione fieri non credam? Quod ſi attente inſpiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum magis ſimplex inveniemus, quam illud, quod ſemper eodem modo ſuperaddit. Quod facile intelligemus maximam temporis, atque motus affinitatem inſpicientes: ſicut enim motus æquabilitas, & uniformitas per temporum, ſpatiorumque æquabilitates definitur atque concipitur, (lationem enim tunc æquabilem appellamus cum temporibus æqualibus æqualia conficiuntur ſpatia) ita per eaſdem æqualitates partium temporis, incrementa celeritatis ſimpliciter facta percipere poſſumus: mente concipientes motum illum uniformiter, eodemque modo continue acceleratum eſſe, dum temporibus quibuſcumque æqualibus æqualia ei ſuperaddantur celeritatis additamenta. Adeo ut ſumptis quotcumque temporis particulis æqualibus à primo inſtanti, in quo mobile recedit à quiete, & deſcenſum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum ſecunda temporis particula acquiſitus duplus ſit gradus, quem acquiſivit mobile in prima particula: gradus vero, quem obtinet in tribus particulis, triplus, quem in quatuor, quadruplus ejuſdem gradus primi temporis. Ita ut (clarioris intell gentiæ cauſa) ſi mobile lationem ſuam continuaret juxta gradum, ſeu momentum velocitatis in prima temporis particula acquiſitæ, motumque ſuum deinceps æquabiliter cum tali gradu extenderet, latio hæc duplo eſſet tardior ea, quam juxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquiſitæ obtineret; & ſic à recta ratione abſonum nequaquam eſſe videtur, ſi accipiamus intentionem velocitatis fieri juxta temporis extenſionem: ex quo definitio Motus, de quo acturi ſumus, talis accipi poteſt. Motum æquabiliter, ſeu uniformiter acceleratum dico illum, qui à quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta ſibi ſuperaddit.

Sagr. *Io, ſi come fuor di ragione mi opporrei à queſta, ò ad altrà definizione, che da qualſiuoglia Autore fuſſe aſſegnata, eſſendo tutte arbitrarie, così ben poſſo ſenza offeſa dubitare, ſe tal definizione concepita, & ammeſſa in aſtratto; ſi adatti, conuenga, e ſi verifichi in quella ſorte di Moto accelerato, che i graui naturalmente deſcendenti vanno eſercitando. E perche pare, che l' Autore ci prometta, che tale, quale egli hà definito, ſia il moto naturale de i graui, volentieri mi ſentirei rimuouer certi ſcrupoli, che mi perturbano la mente, acciò poi con maggior' attenzione poteſſi applicarmi alle proporzioni, e lor dimoſtrazioni, che ſi attendono.*

Salu. *E' bene, che V. S., & il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltà, le quali mi vò immaginando, che ſiano per eſſere quelle ſteſſe, che à me ancora ſouuennero, quando primieramente veddi queſto trattato, e che, ò dall' Autor medeſimo ragionandone*

ſeco,

seco, mi furon sopite, ò tal vna ancora da me stesso co'l pensarui rimosse.

Sagr. *Mentre io mi vò figurando vn mobile graue descendente partirsi dalla quiete, cioè dalla priuazione di ogni velocità, & entrare nel moto, & in quello andarsi velocitando secondo la proporzione, che cresce 'l tempo dal primo instante del moto, & hauere, v. gr. in otto battute di polso acquistato otto gradi di velocità, della quale nella quarta battuta ne haueua guadagnati quattro, nella seconda due, nella prima vno, essendo il tempo subdiuisibile in infinito, ne seguita, che diminuendosi sempre con tal ragione l' antecedente velocità, grado alcuno non sia di velocità così piccolo, ò vogliamo dir di tardità così grande, nel quale non si sia trouato costituito l' istesso mobile dopo la partita dall' infinita tardità, cioè dalla quiete. Tal che se quel grado di velocità, ch' egli hebbe alle quattro battute di tempo, era tale, che mantenendola equabile harebbe corso due miglia in vn' ora, e co'l grado di velocità, ch' hebbe nella seconda battuta, harebbe fatto vn miglio per ora, conuien dire, che ne gl' instanti del tempo più, e più vicini al primo della sua mossa dalla quiete, si trouasse così tardo, che non harebbe (seguitando di muouersi con tal tardità) passato vn miglio in vn' ora, ne in vn giorno, ne in vn' anno, ne in mille: ne passato anco vn sol palmo in tempo maggiore: accidente, al quale pare, che assai mal' ageuolmente s' accomodi l' immaginazione, mentre che il senso ci mostra vn graue cadente venir subito con gran' velocità.*

Salu. *Questa è vna delle difficoltà, che à me ancora fu 'l principio dette, che pensare, mà non molto dopo la rimossi; & il rimuouerla fù effetto della medesima esperienza, che di presente à voi la suscita. Voi dite parerui, che l'esperienza mostri, che à pena partitosi il graue dalla quiete entri in vna molto notabile velocità: & io dico, che questa medesima esperienza ci chiarisce i primi impeti del cadente, benche grauissimo, esser lentissimi, e tardissimi. Posate vn graue sopra vna materia cedente, lasciandouelo sin che prema, quanto egli può con la sua semplice grauità: è manifesto, che alzandolo*

dolo vn braccio, ò due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, farà con la percossa nuoua pressione, e maggiore, che la fatta prima co'l solo peso; e l'effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocità guadagnata nella caduta, il quale effetto sarà più, e più grande, secondo che da maggior' altezza verrà la percossa; cioè secondo che la velocità del percuziente sarà maggiore. Quanta dunque sia velocità d'un graue cadente, lo potremo noi senza errore conietturare dalla qualità, e quantità della percossa. Mà ditemi Signori, quel Mazzo, che lasciato cadere sopra vn palo dall' altezza di quattro braccia lo ficca in terra, v. gr., quattro dita, venendo dall' altezza di due braccia lo caccerà assai manco, e meno dall' altezza di vno, e manco da vn palmo; e finalmente solleuandolo vn dito, che farà di più, che se senza percossa vi fusse posto sopra? certo pochissimo, & operazione del tutto impercettibile sarebbe, se si eleuasse, quanto è grosso vn foglio. E perche l'effetto della percossa si regola dalla velocità del medesimo percuziente, chi vorrà dubitare, che lentissimo sia 'l moto, e più che minima la velocità, doue l'operazione sua sia impercettibile? Veggano hora quanta sia la forza della verità, mentre l'istessa esperienza, che pareua nel primo aspetto mostrare vna cosa, meglio considerata ci assicura del contrario. Mà senza ridursi à tale esperienza (che senza dubbio è concludentissima) mi pare, che non sia difficile co'l semplice discorso penetrare vna tal' verità. Noi habbiamo vn sasso graue sostenuto nell' aria in quiete; si libera dal sostegno, e si pone in libertà: e come più graue dell' aria, vien descendendo al basso, e non con moto equabile, mà lento nel principio, e continuamente dopo accelerato; & essendo che la velocità è augumentabile, e menomabile in infinito, qual ragione mi persuaderà, che tal mobile partendosi da vna tardità infinita (che tal' è la quiete) entri immediatamente in dieci gradi di velocità più, che in vna di quattro, ò in questa prima, che in vna di due, di vno, di vn mezo, di vn centesimo? & in somma in tutte le minori in infinito? Sentite in grazia. Io non credo, che voi fuste renitenti à concedermi, che l'acquisto de i gradi di

velocità

velocità del sasso cadente dallo stato di quiete possa farsi co'l medesimo ordine, che la diminuzione, e perdita de i medesimi gradi, mentre da virtù impellente fusse ricacciato in sù alla medesima altezza: mà quando ciò sia, non veggo, che si possa dubitare, che nel diminuirsi la velocità del sasso ascendente consumandola tutta possa peruenire allo stato di quiete prima che passar per tutti i gradi di tardità.

Simp. *Mà se i gradi di tardità maggiore, e maggiore sono infiniti, già mai non si consumeranno tutti; onde tal graue ascendente non si condurrà mai alla quiete, mà infinitamente si mouerà, ritardandosi sempre: cosa che non si vede accedere.*

Salu. *Accaderebbe cotesto, Sig. Simp, quando il mobile andasse per qualche tempo trattenendosi in ciaschedun grado; mà egli vi passa solamente senza dimorarui oltre à vn' instante; e perche in ogni tempo quanto, ancor che piccolissimo, sono infiniti instanti, però son bastanti à rispondere à gl' infiniti gradi di velocità diminuita. Che poi tal graue ascendente non persista per verun tempo quanto, in alcun medesimo grado di velocità, si fà manifesto così: perche se assegnato qualche tempo quanto nel primo instante di tal tempo, & anco nell' ultimo il mobile si trouasse hauer' il medesimo grado di velocità, potrebbe da questo secondo grado esser parimente sospinto in sù per altrettanto spazio, si come dal primo fù portato al secondo, e per l'istessa ragione passerebbe dal secondo al terzo, e finalmente continuerebbe il suo moto vniforme in infinito.*

Sagr. *Da questo discorso mi par, che si potrebbe cauare vna assai congrua ragione della quistione agitata tra i Filosofi, qual sia la causa dell' accelerazione del Moto naturale de i graui. Imperò che mentre io considero nel graue cacciato in sù andarsi continuamente diminuendo quella virtù impressagli dal proiciente, la quale, sin che fù superiore all' altra contraria della grauità, lo sospinse in alto giunte che siano questa, e quella all' equilibrio, resta il mobile di più salire, e passa per lo stato della quiete, nel quale l' impeto impresso non è altramente annichilato, mà solo consumatosi quell' eccesso,* che pur dianzi haueua sopra la grauità del mobile, per lo quale preualendogli lo spigneua in sù. Continuandosi poi la diminuzione di questo impeto straniero, & in consequenza cominciando il vantaggio ad esser dalla parte della grauità, comincià altresi la scesa, mà lenta per il contrasto della virtù impressa, buona parte della quale rimane ancora nel mobile: mà perche ella pur và continuamente diminuendosi, venendo sempre con maggior proporzione superata dalla grauità, quindi nasce la continua accelerazione del moto.

Simp. Il pensiero è arguto, mà più sottile, che saldo: imperò che quando pur sia concludente, non sodisfà se non à quei moti naturali, à i quali sia preceduto vn moto violento, nel quale resti ancora viuace parte della virtù esterna: mà doue non sia tal residuo, mà si parta il mobile da vna antiquata quiete, cessa la forza di tutto il discorso.

Sagr. Credo, che voi siate in errore, e che questa distinzione di casi che fate, sia superflua, ò per dir meglio nulla. Però ditemi, se nel proietto può esser tal' volta impressa dal proiciente molta, & tal' ora poca virtù; si che possa essere scagliato in alto cento braccia, & anco venti, ò quattro, ò vno?

Simp. Non è dubbio, che sì.

Sagr. E non meno potrà cotal' virtù impressa di così poco superar la resistenza della grauità, che non l' alzi più d' un dito; e finalmente può la virtù del proiciente esser solamente tanta, che pareggi per l' appunto la resistenza della grauità, si che il mobile sia, non cacciato in alto, mà solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano vna pietra, che altro gli fate voi, che l'imprimerli tanta virtù impellente all' in sù, quanta è la facoltà della sua grauità traente in giù? E questa vostra virtù non continuate voi di conseruargliela impressa per tutto il tempo, che voi la sostenete in mano? Si diminuisce ella forse per la lunga dimora, che voi la reggete? E questo sostentamento, che vieta la scesa al sasso, che importa, che sia fatto più dalla vostra mano, che da vna tauola, ò da vna corda, dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete per tanto,

Sig.

Sig. Simp., che il precedere alla caduta del ſaſſo vna quiete lunga, ò breue, ò momentanea, non fà differenza alcuna, ſi che il ſaſſo non parta ſempre affetto da tanta virtù contraria alla ſua grauità, quanta appunto baſtaua à tenerlo in quiete.

Salu. *Non mi par tempo opportuno d'entrare al preſente nell' inueſtigazione della cauſa dell' accelerazione del Moto naturale, intorno alla quale da varii Filoſofi varie ſentenzie ſono ſtate prodotte: riducendola alcuni all' auuicinamento al centro, altri al reſtar ſucceſſiuamente manco parti del mezo da fenderſi: altri à certa eſtruſione del mezo ambiente, il quale nel ricongiugnerſi à tergo del mobile lo và ſpremendo, e continuatamente ſcacciando, le quali fantaſie con altre appreſſo conuerrebbe andare eſaminando, e con poco guadagno riſoluendo. Per ora baſta al noſtro Autore, che noi intendiamo, che egli ci vuole inueſtigare, e dimoſtrare alcune paſſioni di vn Moto accelerato (qualunque ſi ſia la cauſa della ſua accelerazione) talmente che i momenti della ſua velocità vadano accreſcendoſi dopo la ſua partita dalla quiete con quella ſempliciſſima proporzione, con la quale creſce la continuazion del tempo, che è quanto dire, che in tempi eguali ſi facciano eguali additamenti di velocità. E ſe s'incontrerà, che gli accidenti, che poi ſaranno dimoſtrati ſi verifichino nel moto de i graui naturalmente deſcendenti, & accelerati, potremo reputare, che l'aſſunta definizione comprenda cotal moto de i graui, e che vero ſia che l'accelerazione loro vadia creſcendo ſecondo, che creſce il tempo, e la durazione del moto.*

Sagr. *Per quanto per ora mi ſi rappreſenta all' intelletto, mi pare che con chiarezza forſe maggiore ſi fuſſe potuto definire ſenza variare il concetto: Moto vniformemente accelerato eſſer quello, nel quale la velocità andaſſe creſcendo ſecondo, che creſce lo ſpazio, che ſi và paſſando; ſi che per eſempio il grado di velocità acquiſtato dal mobile nella ſceſa di quattro braccia, fuſſe doppio di quello ch' egli hebbe, ſceſo che e fà lo ſpazio di due, e queſto doppio del conſeguito nello ſpazio del primo braccio. Perche non mi par, che ſia da dubitare, che quel graue, che viene dall' altezza di ſei braccia,* *non habbia, e perquota con impeto doppio di quello che hebbe, sceso che fù trè braccia, e triplo di quello che hebbe alle due, e sesquplo dell' hauto nello spazio di vno.*

Salu. *Io mi consolo assai d' hauer hauto vn tanto compagno nell' errore; e più vi dirò, che il vostro discorso hà tanto del verisimile, e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi negò, quando io glielo proposi, d' esser' egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Mà quello, di che io poi sommamente mi marauigliai, fù il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, mà impossibili due proposizioni, che hanno del verisimile tanto, che hauendole io proposte à molti, non hò trouato, chi liberamente non me l' ammettesse.*

Simp. *Veramente io sarei del numero de i conceditori, e che il graue descendente* vires acquirat eundo, *crescendo la velocità à ragion dello spazio, e che 'l momento dell' istesso percuziente sia doppio venendo da doppia altezza, mi paiono proposizioni da concedersi senza repugnanza, ò controuersia.*

Salu. *E pur son tanto false, e impossibili, quanto che il moto si faccia in vn' instante. Et eccouene chiarissima dimostrazione. Quando le velocità hanno la medesima proporzione, che gli spazii passati, ò da passarsi, tali spazii vengon passati in tempi eguali; se dunque le velocità, con le quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità, con le quali passò le due prime braccia (si come lo spazio è doppio dello spazio) adunque i tempi di tali passaggi sono eguali; mà passare il medesimo mobile le quattro braccia, e le due nell' istesso tempo non può hauer luogo fuor che nel moto instantaneo. Mà noi veggiamo, che il graue cadente fà suo moto in tempo, & in minore passa le due braccia, che le quattro. Adunque è falso, che la velocità sua cresca come lo spazio. L' altra proposizione si dimostra falsa con la medesima chiarezza. Imperò che essendo quello che perquote il medesimo: non può determinarsi la differenza, e momento delle percosse, se non dalla differenza della velocità. Quando dunque il percuziente venendo da doppia*

altezza

altezza facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe, che percotesse con doppia velocità; mà la doppia velocità passa il doppio spazio nell'istesso tempo: e noi veggiamo il tempo della scesa dalla maggior' altezza esser più lungo.

Sagr. *Troppa euidenza, troppa ageuolezza è questa, con la quale manifestate conclusioni ascoste; questa somma facilità le rende di minor pregio, che non erano, mentre stauano sotto contrario sembiante. Poco penso io, che prezzerebbe l'uniuersale notizie acquistate con si poca fatica in comparazione di quelle, intorno alle quali si fanno lunghe, & inesplicabili alterazioni.*

Salu. *A quelli i quali con gran breuità e chiarezza mostrano le fallacie di proposizioni state comunemente tenute per vere dall' vniuersale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente disprezzo in luogo di aggradimento: mà bene spiaceuole, e molesto riesce cert' altro affetto, che suol tal volta destarsi in alcuni, che pretendendo ne i medesimi studii almeno la parità con chiunque si sia, si veggono hauer trapassate per vere conclusioni, che poi da vn' altro con breue, e facile discorso vengono scoperte, e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto inuidia, solita à conuertirsi poi in odio, & ira contro agli scopritori di tali fallacie, mà lo dirò vno stimolo, e vna brama di voler più presto mantener gl' errori inueterati, che permetter che si riceuano le verità nuouamente scoperte: la qual brama tal volta gl' induce à scriuere in contradizione à quelle verità pur troppo internamente conosciute anco da loro medesimi, solo per tener bassa nel concetto del numeroso, e poco intelligente vulgo l'altrui reputazione. Di simili conclusioni false riceuute per vere, e di ageuolissima confutazione, non piccol numero ne hò io sentite dal nostro Academico, di parte delle quali hò anco tenuto registro.*

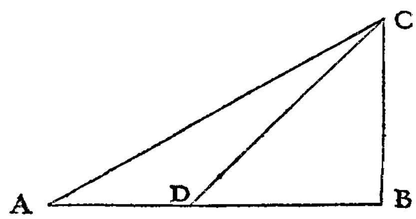
Sagr. *E V. S. non dourà priuarcene, mà à suo tempo farcene parte, quando ben' anco bisognasse in grazia loro fare vna particolar sessione. Per hora continuando il nostro filo parmi, che sin quì habbiamo fermata la definizione del Moto vniformemente accelerato, del quale si tratta ne i discorsi, che seguono; & è;*

Motum æquabiliter, seu uniformiter acceleratum dicimus eum, qui à quiete recedens temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit.

Salu. *Fermata cotal definizione vn solo principio domanda, e suppone per vero l' Autore, cioè;*

Accipio, gradus velocitatis ejusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse æquales, cum eorumdem planorum elevationes æquales sint.

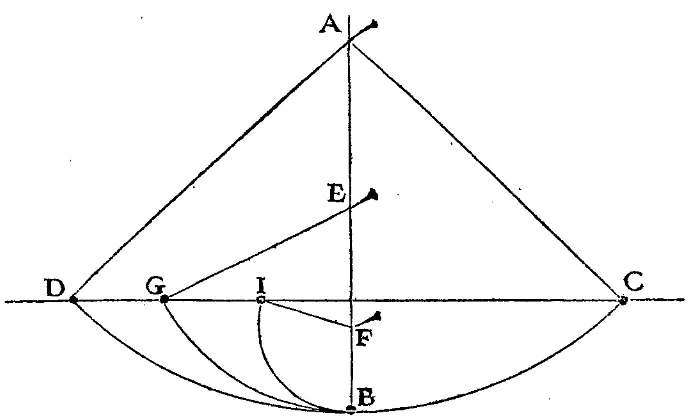
Chiama la eleuazione di vn piano inclinato la perpendicolare, che dal termine sublime di esso piano casca sopra la linea orizontale prodotta per l' infimo termine di esso piano inclinato; come per intelligenza: essendo la linea A B *parallela all' orizonte, sopra 'l quale siano inclinati li due piani* C A, C D; *la perpendicolare* C B *cadente sopra l' orizontale* B A, *chiama l' Autore la eleuazione de i Piani* C A, C D, *e suppone, che i gradi di velocità del medesimo mobili scendente per li piani inclinati* C A, C D, *acquistati ne i termini* A D, *siano eguali, per esser la loro eleuazione l' istessa* C B. *E tanto anco si deue intendere il grado di velocità, che il medesimo cadente dal punto* C *harebbe nel termine* B.



Sagr. *Veramente mi par, che tal supposto habbia tanto del probabile, che meriti di esser senza controuersia conceduto: intendendo sempre, che si rimuouano tutti gl' impedimenti accidentarii, & esterni; e che i piani siano ben solidi, e tersi, & il mobile di figura perfettissimamente rotonda, si che & il piano, & il mobile non habbiano scabrosità. Rimossi tutti i contrasti, & impedimenti, il lume naturale mi detta senza difficoltà, che vna Palla graue, e perfettamente rotunda scendendo per le linee* C A, C D, C B, *giugnerebbe ne i termine* A D B, *con impeti eguali.*

Salu.

Salu. *Voi molto probabilmente discorrete: mà oltre al verisimile voglio con vna esperienza accrescer tanto la probabilità, che poco gli manchi all' agguagliarsi ad vna ben necessaria dimostrazione. Figurateui questo foglio essere vna parete eretta all' orizonte, e da vn chiodo fitto in essa pendere vna palla di piombo d'un oncia, ò due sospesa dal sottil filo* A B *lungo due, ò tre braccia perpendicolare all' orizonte; e nella parete segnate vna linea orizontale* D C *segante à squadra il perpendicolo* A B, *il quale sia lontano dalla parete due dita in circa: trasferendo poi il filo* A B *con la palla in* A C, *lasciate essa palla in libertà, la quale primieramente vedre-*



te scendere descriuendo l'arco C B D, *e di tanto trapassare il termine* B, *che scorrendo per l'arco* B D *sormonterà fino quasi alla segnata parallela* C D, *restando di peruenirui per piccolissimo interuallo, toltogli il precisamente arriuarui dall' impedimento dell' aria, e del filo. Dal che possiamo veracemente concludere, che l'impeto acquistato nel punto* B *dalla palla nello scendere per l'arco* C B, *fù tanto, che bastò à risospingersi per vn simile arco* B D *alla medesima altezza; fatta, e più volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete rasente al perpendicolo* A B *vn chiodo, come*

in E,

in E,*ò vero in* F,*che ſporga in fuori cinque, ò ſei dita; e queſto acciò che il filo* A C *tornando come prima à riportar la palla* C *per l'arco* C B, *giunta che ella ſia in* B *intoppando il filo nel chiodo* E, *ſia coſtretta à camminare per la circonferenza* B G *deſcritta intorno al centro* E, *dal che vedremo quello che potrà far quel medeſimo impeto, che dianzi concepito nel medeſimo termine* B, *ſoſpinſe l'iſteſſo mobile per l'arco* B D *all' altezza della orizontale* C D. *Hora Signori voi vedrete con guſto condurſi la palla all' orizontale nel punto* G, *e l'iſteſſo accadere, ſe l'intoppo ſi metteſſe più baſſo, come in* F, *doue la palla deſcriuerebbe l'arco* B I, *terminando ſempre la ſua ſalita preciſamente nella linea* C D, *e quando l'intoppo del chiodo fuſſe tanto baſſo, che l'auanzo del filo ſotto di lui non arriuaſſe all' altezza di* C D, *(il che accaderebbe, quando fuſſe più vicino al punto* B, *che al ſegamento dell'* A B *con l'orizontale* C D,*) all' ora il filo caualcherebbe il chiodo, e ſe gli auuolgerebbe intorno. Queſta eſperienza non laſcia luogo di dubitare della verità del ſuppoſto: imperò che eſſendo li due archi* C B, D B *eguali, e ſimilmente poſti, l'acquiſto di momento fatto per la ſceſa nell' arco* C B, *è il medeſimo che il fatto per la ſceſa nell' arco* D B, *mà il momento acquiſtato in* B *per l'arco* C B, *è potente à riſoſpingere in sù il medeſimo mobile per l'arco* B D; *adunque anco il momento acquiſtato nella ſceſa* D B, *è eguale à quello, che ſoſpigne l'iſteſſo mobile per il medeſimo arco da* B *in* D, *ſi che vniuerſalmente ogni momento acquiſtato per la ſceſa d'un arco è eguale à quello, che può far riſalire l'iſteſſo mobile per il medeſimo arco: mà i momenti tutti che fanno riſalire per tutti gli archi* B D, B G, B I *ſono eguali, poiche ſon fatti dall' iſteſſo medeſimo momento acquiſtato per la ſceſa* C B, *come moſtra l'eſperienza. Adunque tutti i momenti, che ſi acquiſtano per le ſceſe ne gli archi* D B, G B, I B *ſono eguali.*

Sagr. *Il diſcorſo mi par concludentiſſimo, e l'eſperienza tanto accomodata per verificare il poſtulato, che molto ben ſia degno d'eſſer conceduto, come ſe fuſſe dimoſtrato.*

Salu. *Io non voglio, Sig. Sagr., che noi ci pigliamo più del*

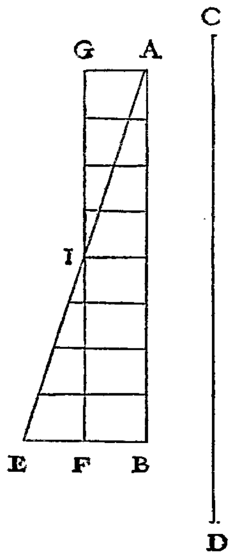
douere;

douere: e massimamente che di questo assunto ci habbiamo à seruire principalmente ne i moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curue, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli, con i quali noi pigliamo, ch' ella proceda ne piani retti. Di modo che, se ben l'esperienza addotta ci mostra, che la scesa per l'arco C B *conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsiuoglia arco* B C, B G, B I, *noi non possiamo con simile euidenza mostrare, che l'istesso accadesse, quando vna perfettissima palla douesse scendere per piani retti inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi: anzi è credibile che formandosi angoli da essi piani retti nel termine* B, *la palla scesa per l'inclinato secondo la corda* C B, *trouando intoppo ne i piani ascendenti secondo le corde* B D, B G, B I, *nell' urtare in essi perderebbe del suo impeto, nè potrebbe salendo condursi all' altezza della linea* C D. *Mà leuato l'intoppo, che progiudica all' esperienza, mi par bene, che l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente à ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo dunque per hora questo, come Postulato, la verità assoluta del quale ci verrà poi stabilita dal vedere altre conclusioni fabbricate sopra tale Ipotesi rispondere, e puntualmente confrontarsi con l'esperienza. Supposto dall' Autore questo solo principio passa alle proposizioni dimostratiuamente concludendole, delle quali la prima è questa.*

THEOR. I. PROPOS. I.

Tempus, in quo aliquod spatium à Mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est æquale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu æquabili delato, cujus velocitatis gradus subduplus sit ad summum & ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.

Repręsentetur per extensionem A B tempus, in quo à mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium C D; graduum autem velocitatis adauctæ in instantibus temporis A B maximus & ultimus repræſentetur per E B, utcunque ſuper A B conſtituta: junctæque A E lineæ, omnes ex ſingulis punctis lineæ A B ipſi B E æquidiſtanter actæ creſcentes velocitatis gradus poſt inſtans A repræſentabunt. Diviſa deinde B E bifariam in F, ductiſque parallelis F G, A G, ipſis B A, B F; Parallelogrammum A G F B erit conſtitutum triangulo A E B æquale, dividens ſuo latere G F, bifariam A E in I: quodſi parallelæ trianguli A E B uſque ad I G F extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum æqualem aggregatui comprehenſarum in triangulo A E B. quæ enim ſunt in triangulo I E F, paria ſunt cum contentis in triangulo G I A; eæ vero quæ habentur in trapezio A I F B, communes ſunt. Cumque ſingulis & omnibus inſtantibus temporis A B reſpondeant ſingula & omnia puncta lineæ A B, ex quibus actæ parallelæ in triangulo A E B comprehenſæ creſcentes gradus velocitatis adauctæ repræſentant; parallelæ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus velocitatis non adauctæ, ſed æquabilis, itidem repræſentent: apparet totidem velocitatis momenta abſumpta eſſe in motu accelerato juxta creſcentes parallelas trianguli A E B, ac in motu ęquabili juxta parallelas parallelogrammi G B: quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate, (deficiuntenim momenta per parallelas trianguli A G I repræſentata,) reficitur à momentis per parallelas trianguli I E F repræſentatis. Patet igitur, æqualia futura eſſe

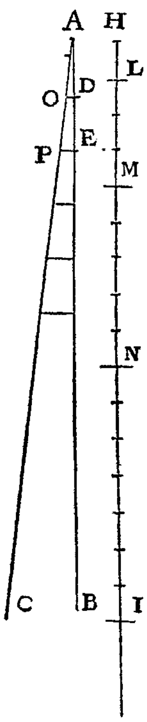


ſpatia

ſpatia tempore eodem à duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero motu æquabili juxta momentum ſubduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus. quod erat intentum.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si aliquod Mobile motu uniformiter accelerato deſcendat ex quiete; ſpatia, quibuſcunque temporibus ab ipſo peracta, ſunt inter ſe in duplicata ratione eorundem temporum: nempe ut eorundem temporum quadrata.



Intelligatur fluxus temporis ex aliquo primo inſtanti A repræſentari per extenſionem A B; in qua ſumantur duo quælibet tempora, A D, A E; ſitque H I linea in qua mobile ex puncto H, tanquam primo motus principio, deſcendat uniformiter acceleratum; ſitque ſpatium H L peractum primo tempore A D; H M vero ſit ſpatium per quod deſcenderit in tempore A E. Dico, ſpatium M H ad ſpatium H L, eſſe in duplicata ratione ejus quam habet tempus E A ad tempus A D. Seu dicamus, ſpatia M H, H L, eandem habere rationem quam habent quadrata E A, A D. Ponatur linea A C, quemcunque angulum cum ipſa A B continens: ex punctis vero D E ductæ ſint parallelæ D O, E P; quarum D O repræſentabit maximum gradum velocitatis acquiſitæ in inſtanti D temporis A D; P E vero maximum gradum velocitatis acquiſitæ in inſtanti E temporis A E. Quia vero ſupra demonſtratum eſt, quod attinet ad ſpatia peracta, æqualia eſſe inter ſe illa, quorum alterum conficitur à mobili ex quiete motu uniformiter accelerato; alterum vero, quod tempore eodem conficitur, à mobili motu æquabili delato, cujus velocitas ſubdupla ſit maximæ in motu accelerato acquiſitæ; conſtat, ſpatia M H, L H, eſſe eadem, quæ motibus æqualibus, quorum velocitates eſſent ut dimidiæ P E, O D, conficerentur in temporibus E A, D A. Si igitur oſtenſum fuerit, hæc ſpatia M H, L H, eſſe in duplicata ratione temporum E A, D A; intentum probatum erit. Verum in quarta Propoſitione primi libri demonſtratum eſt: Mobilium æquabili motu latorum ſpatia peracta habere inter ſe rationem compoſitam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum eſt eadem cum ratione temporum, (quam enim rationem habet dimidia P E ad dimidiam O D, ſeu tota P E ad totam O D, hanc habet A E ad A D,) ergo ratio ſpatiorum peractorum dupla eſt rationis temporum. quod erat demonſtrandum.

Patet etiam hinc, eandem ſpatiorum rationem eſſe duplam rationis maximorum graduum velocitatis: nempe linearum P E, O D, cum ſit P E ad O D ut E A ad D A.

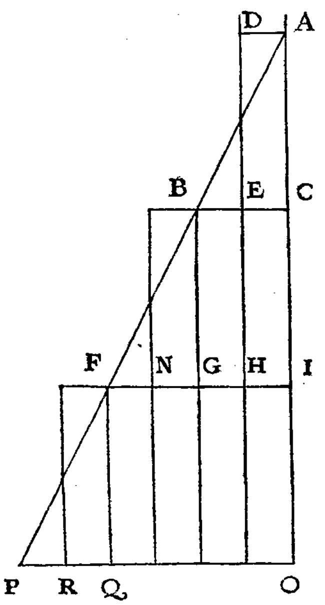
COROLLARIUM I.

Hinc manifeſtum eſt, quod, ſi fuerint quotcunque tempora æqualia conſequenter ſumpta à primo inſtanti ſeu principio lationis, utputa A D, D E, E F, F G, quibus conficiantur ſpatia H L, L M, M N, N I, ipſa ſpatia erunt inter ſe ut numeri impares ab unitate; ſcilicet ut 1, 3, 5, 7. Hæc enim eſt ratio exceſſuum quadratorum linearum ſeſe æqualiter excedentium, & quarum exceſſus eſt æqualis minimæ ipſarum: ſeu dicamus quadratorum ſeſe ab unitate conſequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur juxta ſeriem ſimplicem numerorum in temporibus æqualibus, ſpatia peracta iiſdem temporibus incrementa ſuſcipiunt juxta ſeriem numerorum imparium ab unitate.

Sagr. *Soſpendete in grazia aliquanto la lettura, mentre io vo ghiribizando intorno à certo concetto pur hora caſcatomi in*

mente;

mente; per la spiegatura del quale per mia, e per vostra più chiara intelligenza fo vn poco di disegno: doue mi figuro per la linea A I, *la continuazione del tempo dopo il primo instante in* A, *applicando poi in* A *secondo qualsiuoglia angolo la retta* A F, *e congiugnendo i termini* I F, *diuiso il tempo* A I *in mezo in* C, *tiro la* C B *parallela alla* I F. *Considerando poi la* C B, *come grado massimo della velocità che cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo* A, *si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla* B C, *prodotte nel triangolo* A B C, *(che è il medesimo che crescere secondo che cresce il tempo,) ammetto senza controuersia, per i discorsi fatti sin quì, che lo spazio passato dal Mobile cadente con la velocità accresciuta nel detto modo sarebbe eguale allo spazio, che passerebbe il medesimo Mobile, quando si fusse nel medesimo tempo* A C, *mosso di moto vniforme, il cui grado di velocità fusse eguale all'* E C *metà del* B C. *Passo hora più oltre, e figurato mi il mobile sceso con moto accelerato trouarsi nell' instante* C, *hauere il grado di velocità* B C; *è manifesto, che, se egli continuasse di muouersi con l' istesso grado di velocità* B C *senza più accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo* C I, *spazio doppio di quello che si passò nell' egual tempo* A C, *col grado di velocità vniforme* E C *metà del grado* B C. *Mà perche il mobile scende con velocità accresciuta sempre vniformemente in tutti tempi eguali; aggiugnerà al grado* C B *nel seguente tempo* C I, *quei momenti medesimi di velocità crescente secondo le parallele del triangolo*



golo B F G *eguale al triangolo* A B C. *Si che aggiunto al grado di velocità* G I *la metà del grado* F G, *massimo degl' acquistati nel moto accelerato, e regolati dalle parallele del triangolo* B F G, *haremo il grado di velocità* I N, *col quale di moto vniforme si sarebbe mosso nel tempo* C I; *il qual grado* I N *essendo triplo del grado* E C *conuince lo spazio passato nel secondo tempo* C I, *douere esser triplo dal passato nel primo tempo* C A. *E se noi intenderemo esser' aggiunta all'* A I, *vn' altra egual parte di tempo* I O, *& accresciuto il triangolo sino in* A P O; *è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto 'l tempo* I O *col grado di velocità* I F, *acquistato nel moto accelerato nel tempo* A I, *essendo tal grado* I F *quadruplo dell'* E C *lo spazio passato nel tempo* I O; *sarebbe quadruplo del passato nell' egual primo tempo* A C: *mà continuando l' accrescimento dell' vniforme accelerazione nel triangolo* F P Q, *simile à quello del triangolo* A B C, *che ridotto à moto equabile aggiugne il grado eguale all'* E C, *aggiunto il* Q R *eguale all'* E C; *haremo tutta la velocità equabile esercitata nel tempo* I O *quintupla dell' equabile del primo tempo* A C, *e però lo spazio passato quintuplo del passato nel primo tempo* A C. *Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo gli spazii passati in tempi eguali dal mobile, che partendosi dalla quiete và acquistando velocità, conforme all' accrescimento del tempo, esser tra di loro come i numeri impari ab vnitate* 1, 3, 5: *e congiuntamente presi gli spazii passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel sudduplo; il passato nel tempo triplo esser nonuplo: & in somma gli spazii passati essere in duplicata proporzione de i tempi; cioè come i quadrati di essi tempi.*

Simp. *Io veramente hò preso più gusto in questo semplice, e chiaro discorso del S. Sagr., che nella per me più oscura dimostrazione dell' Autore: si che io resto assai ben capace che il negozio deua succeder così, posta e riceuuta la definizione del moto vniformemente accelerato. Mà, se tale sia poi l' accelerazione della quale si serue la Natura nel moto de i suoi Graui descendenti, io per ancora ne resto dubbioso, e però per intelligenza mia, e di altri simili à me,*

parmi

parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrecar qualche esperienza di quelle, che si è detto esseruene molte, che in diuersi casi s'accordano con le conclusioni dimostrate.

Salu. *Voi da vero scienziato fate vna ben ragioneuol domanda, e così si costuma e conuiene nelle scienze, le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i Perspettiui, negli Astronomi, ne i Mecanici, ne i Musici, & altri, li quali con sensate esperienze confermano i principii loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio che ci paia superfluo se con troppa lunghezza haremo discorso sopra questo primo, e massimo fondamento sopra'l quale s'appogia l'immensa machina d'infinite conclusioni, delle quali solamente vna piccola parte ne habbiamo in questo libro poste dall' Autore, il quale harà fatto assai ad aprir l'ingresso, e la porta stata sin' or serrata agl' ingegni specolatiui. Circa dunque all'esperienze non hà tralasciato l'Autor di farne, e per assicurarsi che l'accelerazione de i graui naturalmente descendenti segua nella proporzione sopradetta: molte volte mi son ritrouato io à farne la proua nel seguente modo, in sua compagnia.*

In vn Regolo, ò voglian dir Corrente di legno lungo circa 12 braccia, e largo per vn verso mezo braccio, e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incauato vn canaletto poco più largo d'un dito. Tiratolo drittissimo, e per hauerlo ben pulito, e liscio, incollatoui dentro vna carta pecora zannata, e lustrata al possibile, si faceua in esso scendere vna palla di bronzo durissimo ben rotondata, e pulita. Costituito che si era il detto regolo pendente, eleuando sopra il piano orizontale vna delle sue estremità vn braccio, ò due, ad arbitrio, si lasciana (come dico) scendere per il detto Canale la Palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumaua nello scorrerlo tutto; replicando il medesimo atto molte volte, per assicurarsi bene della quantità del tempo: nel quale non si trouaua mai differenza, nè anco della decima parte d'una battuta di polso. Fatta, e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la

medesima

medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso Canale: e misurato il tempo della sua scesa, si trouaua sempre puntualissimamente esser la metà dell' altro. E facendo poi l' esperienze di altre parti, esaminando hora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, ò con quello delli duo terzi, ò de i ¾, ò in conclusione con qualunque altra diuisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s' incontraua gli spazii passati esser trà di loro come i quadrati de i tempi. E questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del Canale, nel quale si faceua scender la palla. Doue osseruammo ancora i tempi delle scese per diuerse inclinazioni mantener' esquisitamente trà di loro quella proporzione, che più abasso troueremo esser gli assegnata, e dimostrata dall' Autore. Quanto poi alla misura del tempo: si teneua vna gran Secchia piena d' acqua attaccata in alto; la quale per vn sottil cannellino saldatogli nel fondo, versaua vn sottil filo d'acqua, che s'andaua riceuendo con vn piccol bicchiero per tutto 'l tempo, che la palla scendeua nel Canale, e nelle sue parti: le particelle poi dell' acqua, in tal guisa raccolte, s' andauano di volta in volta con esattissima bilancia pesando; dandoci le differenze, e proporzioni de i pesi loro le differenze, e proporzioni de i tempi: e questo con tal giustezza, che, come hò detto, tali operazioni molte, e molte volte replicate, già mai non differiuano d'un notabil momento.

Simp. *Gran sodisfazione harei riceuuta nel trouarmi presente à tali esperienze: mà sendo certo della vostra diligenza nel farle, e fedeltà nel referirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissimi, e vere.*

Salu. *Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare auanti.*

COROLLARIVM II.

Colligitur secundo, quod si à principio lationis sumantur duo spatia quælibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se, ut alterum eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim à principio

lationis

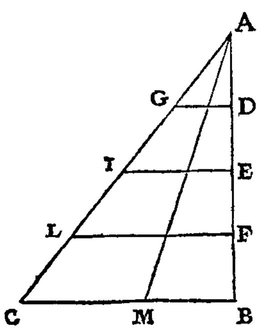
lationis s duobus ſpatiis, s t, s v; quorum medium ſit proportionale s x; tempus caſus per s t, ad tempus caſus per s v, erit, ut s t ad s x; ſeu dicamus, tempus per s v ad tempus per s t eſſe, ut v s ad s x. Cum enim demonſtratum ſit, ſpatia peracta eſſe in duplicata ratione temporum, ſeu (quod idem eſt) eſſe ut temporum quadrata; ratio autem ſpatii v s ad ſpatium s t ſit dupla rationis v s ad s x, ſeu ſit eadem, quam habent quadrata v s, s x; patet, rationem temporum lationum per s v, s t, eſſe ut ſpatiorum, ſeu linearum v s, s x.

Scholium.

Id autem, quod demonſtratum eſt in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis: in iiſdem enim aſſumptum eſt accelerationis gradus eadem ratione augeri; nempe ſecundum temporis incrementum, ſeu dicas, ſecundum ſimplicem, ac primam numerorum ſeriem.

Theor. III. Propos. III.

Si ſuper plano inclinato, atque in perpendiculo, quorum eadem ſit altitudo, feratur ex quiete idem mobile; tempora lationum erunt inter ſe, ut plani ipſius, & perpendiculi longitudines.



Sit planum inclinatum a c, & perpendiculum a b, quorum eadem ſit altitudo ſupra horizontem c b, nempe ipſamet linea b a. Dico, tempus deſcenſus ejuſdem mobilis ſuper plano a c, ad tempus caſus in perpendiculo a b, eam habere rationem, quam habet longitudo plani a c, ad ipſius perpendiculi a b longitudinem. Intelligantur enim quotlibet lineæ d g, e i, f l, horizonti c b parallelæ: conſtat ex aſſumpto, gradus velocitatis mobilis ex A primo motus initio in punctis G, D, acquisitos esse æquales, cum accessus ad horizontem æquales sint: similiter gradus in punctis I, E, iidem erunt: nec non gradus in L & F. Quod si non hæ tantum parallelæ, sed ex punctis omnibus lineæ A B, usque ad lineam A C, protractæ, intelligantur momenta, seu gradus velocitatum in terminis singularum parallelarum, semper erunt inter se paria: Conficiuntur itaque spatia duo A C, A B, iisdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum est, quod si duo spatia conficiantur à mobili, quod iisdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eamdem habent tempora lationum. ergo tempus lationis per A C, ad tempus per A B, est ut longitudo plani A C ad longitudinem perpendiculi A B. Quod erat demonstrandum.

Sagr. *Parmi, che assai chiaramente, e con breuità si poteua concludere il medesimo, essendosi già concluso, che la somma del moto accelerato de i passaggi per* A C, A B, *è, quanto il moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo al grado massimo* C B. *essendo dunque passati li due spazii* A C, A B, *con l'istesso moto equabile, già è manifesto per la proposizione prima del primo, che i tempi de passaggi saranno come gli spazii medesimi.*

COROLLARIUM.

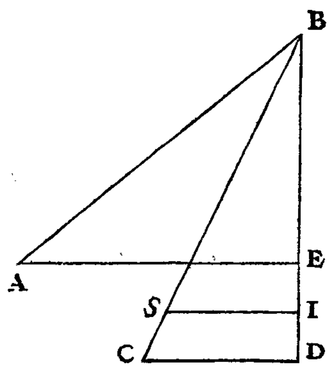
Hinc colligitur, tempora descensuum super planis diversimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit elevatio, esse inter se, ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum A M, ex A ad eundem horizontem C B terminatum, demonstrabitur pariter, tempus descensus per A M ad tempus per A B, esse, ut linea A M ad A B; ut autem tempus A B ad tempus per A C, ita linea A B ad A C: ergo ex æquali, ut A M ad A C, ita tempus per A M ad tempus per A C.

THEOR. IV. PROPOS. IV.

Tempora lationum super planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorumdem planorum permutatim accepta.

Sint

Sint ex eodem termino B plana æqualia, ſed inæqualiter inclinata, B A, B C, & ductis A E, C D, lineis horizontalibus ad perpendiculum uſque B D: eſto plani B A elevatio B E, plani vero B C elevatio ſit B D, & ipſarum elevationum D B, B E, media proportionalis ſit B I; conſtat, rationem D B ad B I eſſe ſubduplam rationis D B ad B E. Dico jam, rationem temporum deſcenſuum, ſeu lationum ſuper planis B A, B C, eſſe eamdem cum ratione D B ad B I permutatim aſſumpta: ut ſcilicet temporis per B A homologa ſit elevatio alterius plani B C, nempe B D: temporis vero per B C homologa ſit B I. Demonſtrandum proinde eſt, tempus per B A, ad tempus per B C, eſſe, ut D B ad B I. Ducatur I S, ipſi D C æquidiſtans. Et quia jam demonſtratum eſt, tempus deſcenſus per B A, ad tempus caſus per perpendiculum B E, eſſe ut ipſa B A ad B E; tempus vero per B E, ad tempus per B D, ut B E ad B I, tempus vero per B D, ad tempus per B C, ut B D ad B C, ſeu B I ad B S; ergo ex æquali tempus per B A, ad tempus per B C, erit ut B A ad B S, ſeu C B ad B S; eſt autem C B ad B S, ut D B ad B I: ergo patet propoſitum.



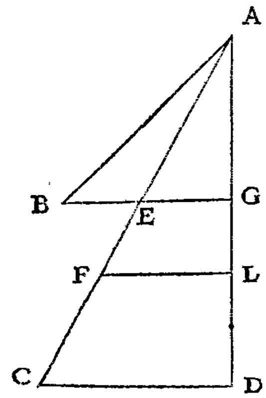
THEOR. V. PROPOS. V.

Ratio temporum deſcenſuum ſuper planis, quorum diverſæ ſint inclinationes, & longitudines, nec non elevationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipſorum planorum, & ex ratione ſubdupla elevationum eorumdem permutatim accepta.

Sint plana A B, A C, diverſimode inclinata, quorum longitudines ſint inæquales, & inæquales quoque elevationes. Dico, rationẽ temporis deſcenſus per A C, ad tempus per A B,

 compo-

compositam esse ex ratione ipsius A C ad A B, & ex subdupla elevationum earumdem permutatim accepta. Ducatur enim perpendiculum A D, cui occurrant horizontales B G, C D, & inter elevationes D A, A G media sit A L; ex puncto vero L ducta parallela horizonti occurrat plano A C in F, erit quoque A F media inter C A, A E. Et, quia tempus per A C ad tempus per A E est, ut linea F A ad A E, tempus vero per A E ad tempus per A B, ut eadem A E ad eamdem A B: patet, tempus per A C ad tempus per A B esse, ut A F ad A B. Demonstrandum itaque restat, rationem A F ad A B componi ex ratione C A ad A B, & ex ratione G A ad A L, quæ est ratio subdupla elevationum D A, A G permutatim accepta. Id autem manifestum fit, posita C A inter F A, A B: ratio enim F A ad A C est eadem cum ratione L A ad A D, seu G A ad A L; quæ est subdupla rationis elevationum G A, A D, & ratio C A ad A B est ipsamet ratio longitudinum. ergo patet propositum.

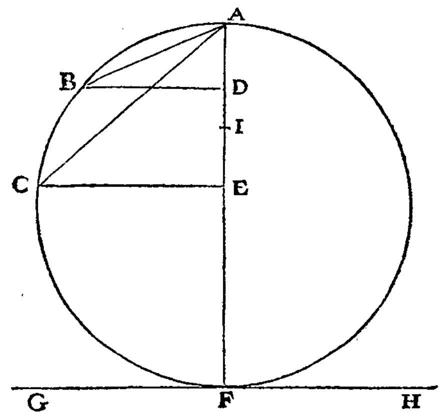


THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si à puncto sublimi, vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur qualibet plana usque ad circumferentiam inclinata, tempora descensuum per ipsa erunt æqualia.

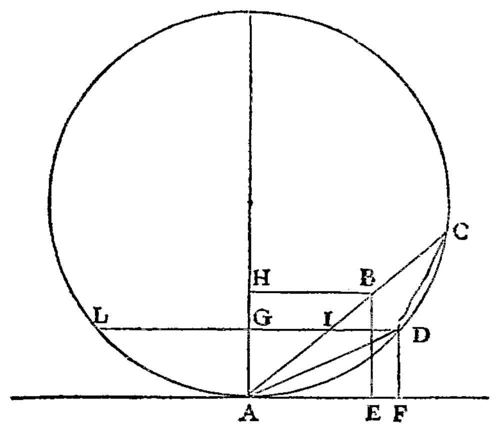
Sit circulus ad horizontem G H erectus, cujus ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali sit erecta diameter F A, & ex puncto sublimi A plana quælibet inclinentur usque ad circumferentiam A B, A C. Dico tempora descensuum per ipsa esse æqualia. Ducantur B D, C E ad diametrum perpendiculares, & inter planorum E A, A D altitudines media sit proportionalis A I. Et quia rectangula F A E, F A D æqualia

æqualia ſunt quadratis A C, A B, ut autem rectangulum F A E ad rectangulum F A D, ita E A ad A D; ergo ut quadratum C A ad quadratum A B, ita E A linea ad lineam A D. verum ut



linea E A ad D A, ita quadratum I A ad quadratum A D; ergo quadrata linearum C A, A B ſunt inter ſe, ut quadrata linearum I A, A D, & ideo ut C A linea ad A B, ita I A ad A D. At in præcedenti demonſtratum eſt rationem temporis deſcenſus per A C, ad tempus deſcenſus per A B, componi ex rationibus C A ad A B & D A ad A I, quæ eſt eadem cum ratione B A ad A C; ergo ratio temporis deſcenſus per A C ad tempus deſcenſus per A B componitur ex rationibus C A ad A B, & B A ad A C. Eſt igitur ratio eorumdem temporum ratio æqualitatis. ergo patet propoſitum.

Idem aliter demonſtratur ex Mechanicis. Nempe in ſequenti figura: Mobile temporibus æqualibus pertranſire C A, D A. Sit enim B A æqualis ipſi D A, & ducantur perpendiculares B E, D F, conſtat ex elementis mechanicis, momentum ponderis ſuper plano ſecundum lineam A B C elevato ad momentum ſuum totale eſſe, ut B E ad B A, ejuſdemque ponderis momentum ſuper elevatione A D ad totale ſuum momentum esse, ut D F ad D A vel B A; ergo ejusdem ponderis momentum super plano secundum D A inclinato ad momentum super inclinatione secundum A B C est, ut linea D F



ad lineam B E. Quare spatia, quæ pertransibit idem pondus temporibus æqualibus super inclinationibus C A, D A, erunt inter se, ut lineæ B E, D F, ex propositione secunda primi libri. Verum ut B E ad D F, ita demonstratur se habere A C ad D A; ergo idem Mobile temporibus æqualibus pertransibit lineas C A, D A.

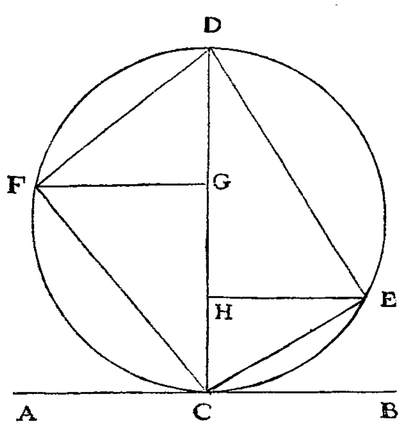
Esse autem ut B E ad D F, ita C A ad D A, ita demonstratur.

Jungatur C D; & per D & B, ipsi A F parallelæ agantur D G L, secans C A in puncto I, & B H: eritque angulus A D I æqualis angulo D C A, cum circumferentiis L A, A D æqualibus insistant, estque angulus D A C communis: ergo triangulorum æquiangulorum C A D, D A I latera circa æquales angulos proportionalia erunt; & ut C A ad A D, ita D A ad A I, id est, B A ad A I, seu H A ad A G, hoc est, B E ad D F: quod erat probandum.

Aliter idem magis expedite demonstrabitur sic.

Sit

Sit ad horizontem A B erectus circulus, cujus diameter C D ad horizontem sit perpendicularis; ex termino autem sublimi D inclinetur ad circumferentiam usque quodlibet planum D F. Dico descensum per planum D F, & casum per diametrum D C, ejusdem mobilis temporibus æqualibus absolvi. Ducatur enim F G horizonti A B parallela, quæ erit ad diametrum D C perpendicularis, & connectatur F C, & quia tempus casus per D C ad tempus casus per D G est, ut media proportionalis inter C D, D G ad ipsam D G; media autem inter C D, D G est D F, cum angulus



D F C in semicirculo sit rectus, & F G perpendicularis ad D C: tempus itaque casus per D C ad tempus casus per D G, est ut linea F D ad D G. sed jam demonstratum est tempus descensus per D F ad tempus casus per D G esse, ut eadem linea D F ad D G. tempora igitur descensus per D F, & casus per D C ad idem tempus casus per D G eamdem habent rationem; ergo sunt æqualia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino C elevetur chorda C E ducta E H horizonti parallela, & juncta E D, tempus descensus per E C, æquari tempori casus per diametrum D C.

COROLLARIUM I.

Hinc colligitur tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C seu D perductas esse inter se æqualia.

COROL-

COROLLARIVM II.

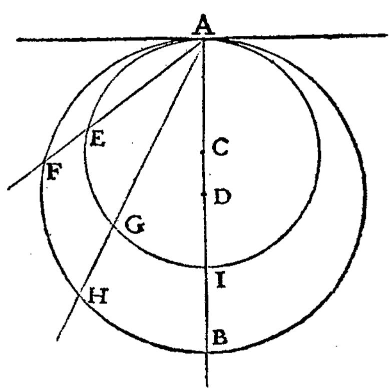
Colligitur etiam quod si ab eodem puncto descendant perpendiculum & planum inclinatum super quæ descensus fiant temporibus æqualibus, eadem esse in semicirculo, cujus diameter est perpendiculum ipsum.

COROLLARIVM III.

Hinc colligitur lationum tempora super planis inclinatis tunc esse æqualia, quando elevationes partium æqualium eorumdem planorum fuerint inter se, ut eorumdem planorum longitudines: ostensum enim est tempora per CA, DA in penultima figura esse æqualia, dum elevatio partis AB æqualis AD, nempe BE ad elevationem DF fuerit, ut EF ad DH.

Sagr. *Sospenda in grazia V. S., per vn poco la lettura delle cose che seguono, sin che io mi vò risoluendo sopra certa contemplazione, che pur ora mi si riuolge per la mente, la quale, quando non sia vna fallacia, non è lontana dall' essere vno scherzo grazioso, quali sono tutti quelli della natura, ò della necessità.*

È manifesto che se dà vn punto segnato in vn piano orizontale, si faranno produr sopra'l medesimo piano infinite linee rette per tutti i versi, sopra ciascuna delle quali s'intenda muouersi vn punto con moto equabile, cominciandosi à muouer tutti nell' istesso momento di tempo dal segnato punto, e che siano le velocità di tutti eguali, si verranno conseguentemente à figurar da essi punti mobili circonferenze di cerchi tuttavia maggiori, e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto segnato: giusto in quella maniera, che vediamo farsi dall' ondette dell' acqua stagnante, dopo che da alto vi sia caduto vn sassetto; la percossa del quale serue per dar principio di moto verso tutte le parti, e resta come centro di tutti i cerchi che vengon disegnati successiuamente maggiori, e maggiori da esse ondette. Mà se noi intenderemo vn piano eretto all' orizonte, & in esso *in esso piano notato vn punto sublime, dal quale si portano infinite linee inclinate secondo tutte le inclinazioni, sopra le quali ci figuriamo descender mobili graui, ciascheduno con moto naturalmente accelerato con quelle velocità che alle diuerse inclinazioni conuengono; posto che tali mobili descendenti fusser continuamente visibili, in che sorti di linee gli vedremmo noi continuamente disposti? Quì nasce la mia marauiglia, mentre le precedenti dimostrazioni, mi assicurano che si vedranno sempre tutti nell' istessa circonferenza di cerchi successiuamente crescenti secondo che i mobili nello scendere si vanno più, e più successiuamente allontanando dal punto subblime, doue fù il principio della lor caduta, e per meglio dichiararmi segnisi il punto subblime* A, *dal quale descendano linee secondo qualisiuogliano inclinazioni* A F, A H, *e la perpendicolare* A B *nella quale presi i punti* C, D *descriuansi intorno ad essi cerchi che passino per il punto* A, *segando le linee inclinate ne i punti* F H B, E G I. *E' manifesto, per le antecedenti dimostrazioni che partendosi nell' istesso tempo dal termine* A, *mobili descendenti per esse linee, quando l'uno sarà in* E, *l'altro sarà in* G, *e l'altro in* I; *e così continuando di scendere si troueranno nell' istesso momento di tempo in* F, H, B, *e continuando di muouersi questi, & altri infiniti per le infinite diuerse inclinazioni si troueranno sempre successiuamente nelle medesime circonferenze fatte maggiori, e maggiori in infinito. Dalle due specie dunque di moti,*



delle quali la Natura si serue, nasce con mirabil corrispondente diuersità la generazione di cerchi infiniti. Quella si pone, come in sua sede, e principio originario nel centro d' infiniti cerchi concentrici, *questa si costituisce nel contatto subblime delle infinite cir conferenze di cerchi tutti tra loro eccentrici. Quelli nascono da moti tutti eguali, & equabili; questi da moti tutti sempre inequabili in se stessi e diseguali l'uno dall'altro tutti, che sopra le differenti infinite inclinazioni si esercitano. Mà più aggiunghiamo che se de i due punti assegnati per le emanazioni noi intenderemo eccitarsi linee non per due superficie sole Orizontale, & eretta, mà per tutti i versi: si come da quelle, cominciandosi da vn sol punto, si passaua alla produzzione di cerchi dal minimo al massimo, così cominciandosi da vn sol punto si verranno producendo infinite sfere, ò vogliam dire vna sfera, che in infinite grandezze si andrà ampliando. E questo in due maniere: cioè, ò col por l'origine nel centro, ò vero nella circonferenza di tali sfere.*

Salu. *La contemplazione è veramente bellissima, e proporzionata all'ingegno del S. Sagredo.*

Simp. *Io restando al meno capace della contemplazione sopra le due maniere del prodursi, con li due diuersi moti naturali i cerchi, e le sfere, se bene della produzzione dependente dal moto accelerato, e della sua dimostrazione non son del tutto intelligente, tuttauia quel poter si assegnare per luogo di tale emanazione tanto il centro infimo, quanto l'altissima sferica superficie, mi fà credere che possa essere che qualche gran misterio si contenga in queste vere, & ammirande conclusioni; misterio dico attenente alla creazione dell'vniuerso, il quale si stima essere di forma sferica, & alla residenza della prima causa.*

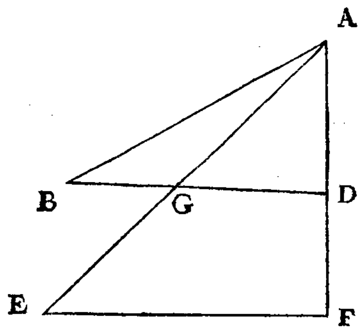
Salu. *Io non ho repugnanza al creder l'istesso: mà simili profonde contemplazioni si aspettano à più alte dottrine che le nostre: Et à noi deue bastare d'esser quei mendegni artifici che dalle fodine scuoprono, e cauano i marmi, ne i quali poi gli scultori industri fanno apparire marauigliose immagini, che sotto roza, & informe scorza stauano ascoste. Or se così vi piace, seguiremo auanti.*

THEO.

THEOR. VII. PROPOS. VII.

Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem ejus, quam habeant eorumdem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis temporibus æqualibus absolventur.

Sint plana inæqualia, & inæqualiter inclinata A E, A B, quorum elevationes sint F A, D A, & quam rationem habet A E ad A B, eamdem duplicatam habeat F A ad D A. Dico tempora lationum super planis A E, A B ex quiete in A esse æqualia. Ductæ sint parallelæ horizontales ad lineam elevationum E F & B D, quæ secet A E in G. Et quia ratio F A ad A D, dupla est rationis E A ad A B, & ut F A ad A D, ita E A ad A G; ergo ratio E A ad A G, dupla est rationis E A ad A B; ergo A B media est inter E A, A G. & quia tempus descensus per A B ad tempus per A G est,

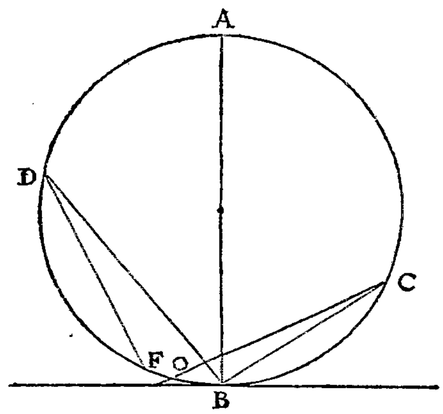


ut A B ad A G, tempus autem descensus per A G ad tempus per A E est, ut A G ad mediam inter A G, A E, quæ est A B; ergo ex æquali tempus per A B ad tempus per A E est, ut A B ad se ipsam: sunt igitur tempora æqualia; quod erat demonstrandum.

THEOR. VIII. PROPOS. VIII.

In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis, quæ cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo, sive sublimi, lationum tempora sunt æqualia tempori casus in diametro: in illis vero, quæ ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora; in eis tandem, quæ diametrum secant, sunt longiora.

Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis A B de planis ex terminis A B ad circumferentiam usque productis. Quod tempora lationum super eis sint æqualia, jam demonstratum est. De plano D E ad diametrum non

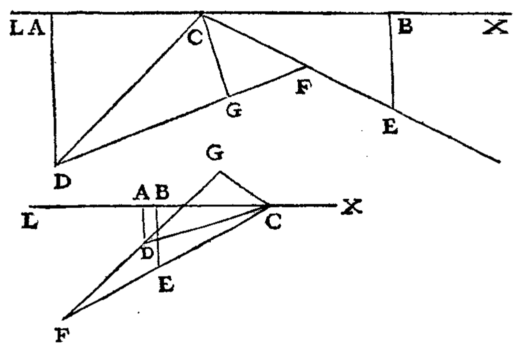


pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius; demonstratur ducto plano D B, quod & longius erit, & minus declive, quam D F; ergo tempus per D F brevius, quam per D B, hoc est per A B. De plano vero diametrum secante, ut C O; quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat: est enim & longius, & minus declive, quam C B: ergo patet propositum.

THEOR. IX. PROPOS. IX.

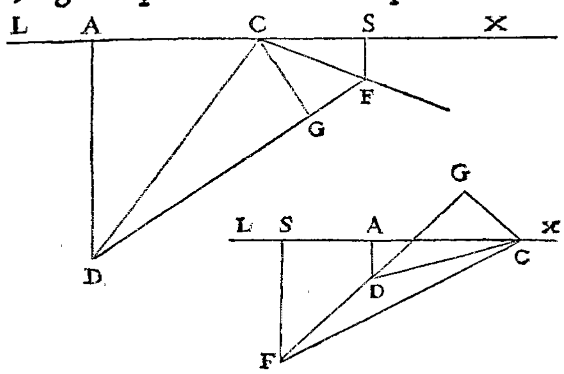
Si à puncto in linea horizonti parallela duo plana utcunque inclinentur, & à linea secentur, quæ cum ipsis angulos faciat permutatim æquales angulis ab iisdem planis, & horizontali contentis, lationes in partibus à dicta linea sectis, temporibus æqualibus absolventur.

Ex puncto C horizontalis lineæ X, duo plana utcumque inflectantur C D, C E, & in quolibet puncto lineæ C D constituatur angulus C D F, angulo X C E æqualis: secet autem linea D F planum C E in F, adeo ut anguli C D F, C F D, angulis X C E, L C D permutatim sumptis sint æquales. Dico, tempora descensuum per C D, C F esse æqualia. Quod autem (posito angulo C D F, æquali angulo X C E) angulus C F D, sit æqualis angulo D C L, manifestum est. Dempto enim angulo communi D C F, ex tribus angulis trianguli C D F, æqualibus duobus rectis, quibus æquantur anguli omnes ad lineam L X in in puncto C constitutis, remanent in triangulo duo C D F, C F D, duobus X C E, L C D æquales: positus autem est C D F, ipsi X C E æqualis: ergo reliquus C F D, reliquo D C L. Ponatur planum C E æquale plano C D, & ex punctis D E perpendiculares agantur D A, E B ad horizontalem X L, ex C vero ad D F ducatur perpendicularis C G. Et quia angulus C D G, angulo E C B est æqualis: & recti sunt D G C, C B E, erunt trianguli C D G, C B E æquianguli, & ut D C ad C G, ita C E ad E B: est autem D C æqualis C E; ergo C G æqualis erit B E. Cumque triangulorum D A C, C G F, anguli C A, angulis F G sint æquales: erit ut C D ad D A, ita F C ad C G, & permutando, ut D C ad C F, ita D A ad C G, seu B E. Ratio itaque elevationum planorum æqualium C D, C E, est eadem cum ratione longitudinum D C, C F: ergo ex corollario primo præcedentis Propositionis sextæ, tempora descensuum in ipsis erunt æqualia. quod erat probandum.



Aliter idem; ducta F S perpendiculari ad horizontalem A S. Quia triangulum C S F, simile est triangulo D G C, erit, ut S F ad F C, ita G C ad C D. Et quia triangulum C F G, simile est triangulo D C A, erit, ut F C ad C G, ita C D ad D A: ergo ex æquali, ut S F ad C G, ita C G ad D A. Media est igitur C G inter S F, D A, & ut D A ad S F, ita quadratum D A ad quadratum C G. Rursus cum triangulum A C D, simile sit triangulo C G F erit, ut D A ad D C, ita G C ad C F, & permutando ut D A ad C G, ita D C ad C F, & ut quadratum D A ad quadratum

C G, ita quadratum D C ad quadratum C F. Sed ostensum est quadratum D A ad quadratum C G esse, ut linea D A ad lineam F S; ergo ut quadratum D C ad quadratum C F, ita li-



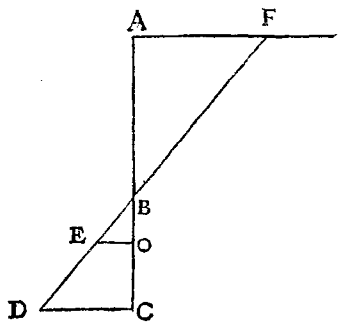
nea D A ad F S; ergo ex præcedenti septima cum planorum C D, C F, elevationes D A, F S, duplam habeant rationem eorumdem planorum, tempora lationum per ipsa erunt æqualia.

THEOR. X. PROPOS. X.

Tempora lationum super diversas planorum inclinationes, quarum elevationes sint æquales, sunt inter se, ut eorumdem planorum longitudines, sive fiant lationes ex quiete, sive præcedat illis latio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per A B C, & per A B D usque ad horizontem D C, adeo ut latio per A B præcedat lationibus per B D, & per B C. Dico, tempus lationis per B D ad tempus per B C esse, ut B D longitudo ad B C. Ducatur A F horizonti parallela, ad quam extendatur D B occurrens in F, & ipsarum D F, F B media sit F E, & ducta E O ipsi D C parallela, erit A O media inter C A, A B. Quod si intelligatur tempus per A B esse, ut A B, erit tempus per F B, ut F B. Et tempus per totam A C erit ut media A O, per totam vero F D erit F E. Quare tempus per

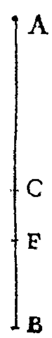
per reliquam B C erit B O, per reliquam vero B D erit B E. Verum ut B E ad B O, ita eſt B D ad B C; ergo tempora per B D, B C, poſt caſus per A B, F B, ſeu, quod idem eſt, per communem A B, erunt inter ſe, ut longitudines B D, B C; eſſe autem tempus per B D ad tempus per B C ex quiete in B, ut longitudo B D ad B C, ſupra demonſtratum eſt. Sunt igitur tempora lationum per plana diverſa, quorum ęquales ſint elevationes, inter ſe, ut eorumdem planorum longitudines, ſive motus fiat in ipſis ex quiete, ſive lationibus iiſdem præcedat alia latio ex eadem altitudine. Quod erat oſtendendum.



THEOR. XI. PROPOS. XI.

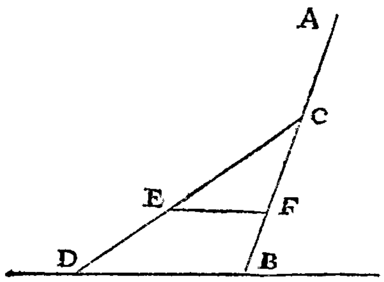
Si planum, in quo ſit motus ex quiete, dividatur utcunque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per ſequentem, eſt, ut ipſamet prima pars ad exceſſum, quo eadem pars ſuperatur à media proportionali inter totum planum, & primam eamdem partem.

Fiat latio per totam A B ex quiete in A, quæ in C diviſa ſit utcumque; totius autem B A, & prioris partis A C media ſit proportionalis A F: erit C F exceſſus mediæ F A ſuper partem A C. Dico tempus lationis per A C ad tempus ſequentis lationis per C B, eſſe ut A C ad C F. Quod patet: nam tempus per A C ad tempus per totam A B eſt, ut A C ad mediam A F; ergo dividendo, tempus per A C ad tempus per reliquam C B erit, ut A C ad C F. Si itaque intelligatur tempus per A C eſſe ipſamet A C, tempus per C B erit C F: quod eſt propoſitum.



Quod

Quod si motus non fiat per continuatam A C B, sed per inflexas A C D usque ad horizontem B D, cui ex F parallela ducta sit F E. Demonstrabitur pariter tempus per A C ad tempus per reflexam C D, esse ut A C ad C E. Nam tempus per A C ad tempus per C B est, ut A C ad C F, tempus vero per C B post A C ad tempus per C D, post eumdem descensum per A C demonstratum est esse, ut C B ad C D, hoc est ut C F ad C E; ergo ex æquali tempus per A C ad tempus per C D erit, ut A C linea ad C E.

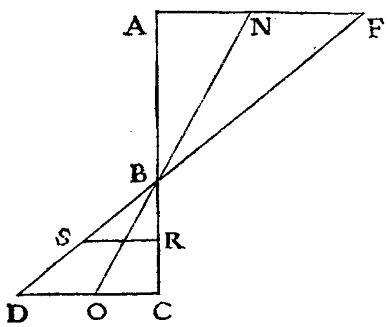


THEOR. XII. PROPOS. XII.

Si perpendiculum, & planum utcunque inclinatum secentur inter easdem horizontales lineas, sumanturque media proportionalia ipsorum, & partium suarum à communi sectione, & horizontali superiori comprehensarum: tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis factæ in parte superiori perpendiculi, & consequenter in inferiori secantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compositam ex media in perpendiculo sumpta, & ex excessu, quo totum planum inclinatum suam mediam superat.

Sint horizontes superior A F, inferior C D, inter quos secentur perpendiculum A C, & planum inclinatum D F in B, & totius perpendiculi C A, & superioris partis A B media sit A R, totius vero D F, & superioris partis B F media sit F S. Dico, tempus casus per totum perpendiculum A C ad tempus per suam superiorem partem A B cum inferiori plani, nempe cum B D, eam habere rationem, quam habet A C ad mediam perpendiculi, scilicet A R cum S D, quæ est excessus totius plani D F super suam mediam F S. Connectatur R S, quæ erit horizon-

horizontalibus parallela. Et quia tempus casus per totã A C, ad tempus per partem A B est, ut C A ad mediam A R, si intelligamus A C esse tempus casus per A C, erit A R tempus casus per A B, & R C per reliquam B C. Quod si tempus per A C ponatur, uti factum est, ipsa A C, tempus per F D, erit F D, & pariter concludetur D S esse tempus per B D post F B, seu post A B. Tempus igitur per totam A C, est A R cum R C; per inflexas vero A B D, erit A R cum S D: quod erat probandum.

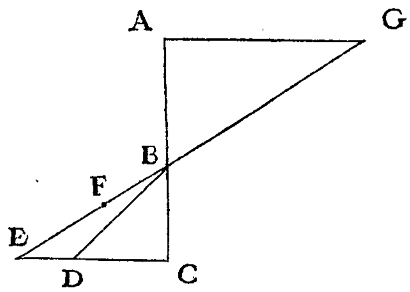


Idem accidit si loco perpendiculi ponatur aliud planum, quale, v. gr., N O; eademque est demonstratio.

PROBL. I. PROPOS. XIII.

Dato perpendiculo ad ipsum planum inflectere, in quo, cum ipsum habeat cum dato perpendiculo eandem elevationem, fiat motus post casum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

Sit datum perpendiculum A B, cui extenso in C ponatur pars B C æqualis, & ducantur horizontales C E, A G. Oportet ex B planũ usque ad horizontem C E inflectere, in quo fiat motus post casum ex A eodem tempore, ac in A B ex quiete in A. Ponatur C D æqualis C B, & ducta B D applicetur B E æqualis utrisque B D, D C. Dico, B E esse planum quæsitum. Pro-

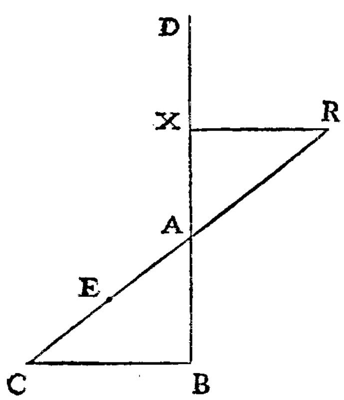


ducatur E B occurrens horizonti A G in G, & ipsarum E G, G B media sit G F. Erit E F ad F B, ut E G ad G F, & quadratum E F ad quadratum F B, ut quadratum E G ad quadratum G F, hoc est, ut linea E G ad G B; est autem E G dupla G B; ergo quadratum E F duplum quadrati F B: verum quadratum quoque D B duplum est quadrati B C; ergo ut linea E F ad F B, ita D B ad B C, & componendo, & permutando, ut E B ad duas D B, B C, ita B F ad B C; sed B E duabus D B, B C est æqualis; ergo B F ipsi B C, seu B A æqualis est. Si igitur intelligatur A B esse tempus casus per A B, erit G B tempus per G B, & G F tempus per totam G E; ergo B F erit tempus per reliquam B E, post casum ex G, seu ex A. Quod erat propositum.

PROBL. II. PROPOS. XIV.

Dato perpendiculo, & plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo superiori reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo conficitur planum inclinatum post casum in parte reperta in perpendiculo.

Sit perpendiculum D B, & planum ad ipsum inclinatum A C. Oportet in perpendiculo A D partem reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo post casum in ea conficitur planum A C. Ducatur horizontalis C B, & ut B A cum dupla A C ad A C, ita fiat C A ad A E, & ut B A ad A C, ita fiat E A ad A R, & ab R ducatur perpendicularis R X ad D B; dico X esse punctum quæsitum. Et quia ut B A cum dupla A C ad A C, ita C A ad A E, dividendo erit, ut B A cum A C ad A C, ita C E ad E A, & quia ut B A ad A C, ita E A ad A R,



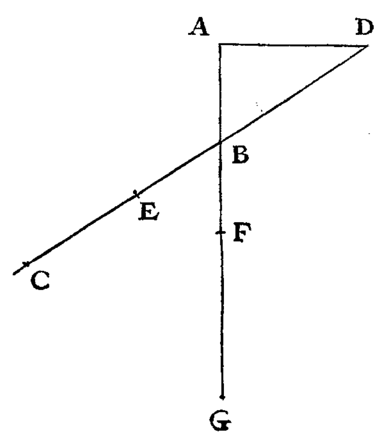
erit

erit componendo, ut B A cum A C ad A C, ita E R ad R A. Sed ut B A cum A C ad A C, ita est C E ad E A; ergo ut C E ad E A, ita E R ad R A, & ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe C R ad R E. Sunt itaque C R, R E, R A proportionales. Amplius, quia ut B A ad A C, ita posita est E A ad A R, & propter similitudinem triangulorum ut B A ad A C, ita X A ad A R; ergo ut E A ad A R, ita X A ad A R: sunt itaque E A, X A æquales. Modo si intelligamus tempus per R A esse ut R A, tempus per R C erit R E, media inter C R, R A; & A E erit tempus per A C post R A, sive post X A; verum tempus per X A est X A, dum R A est tempus per R A. Ostensum autem est X A, A E esse æquales: ergo patet propositum.

PROBL. III. PROPOS. XV.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, partem in perpendiculo infra extenso reperire, quæ tempore eodem conficiatur, ac planum inflexum post casum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum A B, & planum ad ipsum inflexum B C. Oportet in perpendiculo infra extenso partem reperire, quæ ex casu ab A conficiatur tempore eodem, atque B C ex eodem casu ab A. Ducatur horizontalis A D, cui occurrat C B extensa in D, & ipsarum C D, D B media sit D E, & B F ponatur æqualis B E, deinde ipsarum B A, A F, tertia proportionalis sit A G. Dico B G esse spatium, quod post casum A B conficitur tempore eodem, ac planum B C post eundem casum. Si enim ponamus tempus per A B esse ut A B, erit tempus per D B ut D B, &

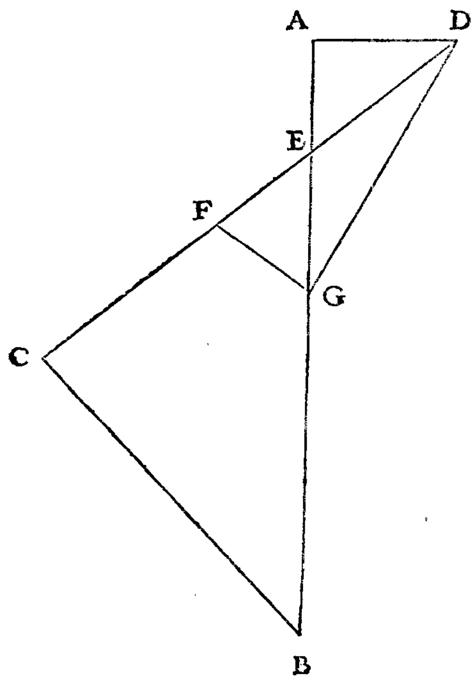


quia D E eſt media inter B D, D C, erit eadem D E tempus per totam D C,& B E tempus per reliquam B C ex quiete in D, ſeu ex caſu A B;& ſimiliter concludetur, B F eſſe tempus per B G, poſt caſum eundem: eſt autem B F æqualis B E: ergo patet propoſitum.

THEOR. XIII. PROPOS. XVI.

Si plani inclinati, & perpendiculi partes, quarum tempora lationum ex quiete ſint æqualia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine ſublimiori citius abſolvet eandem partem plani inclinati, quam ipſam partem perpendiculi.

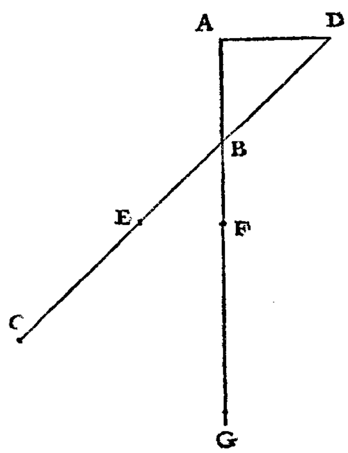
Sit perpendiculum E B,& planum inclinatum C E ad idem punctum E compoſita, quorum tempora lationum ex quiete in E ſint æqualia, & in perpendiculo extenſo ſumptum ſit quodlibet punctum ſublime A, ex quo demittantur mobilia. Dico, tempore breviori abſolvi planum inclinatum E C, quam perpendiculum E B poſt caſus A E. Iungatur C B, & ducta horizontali A D extendatur C E, illi occurrens in D & C D; D E media proportionalis ſit D F, ipſarum vero B A, A E, media ſit A G, & ducantur F G, D G. Et quia



quia tempora lationum per E C, E B, ex quiete in E sunt æqualia, erit angulus C rectus, ex Corollario secundo, Propositionis sextæ; estque rectus A, & anguli ad verticem E æquales: triangula igitur A E D, C E B sunt æquiangula, & latera circa æquales angulos proportionalia; ergo ut B E ad E C, ita D E ad E A. Rectangulum ergo B A E est ęquale rectangulo C E D: & quia rectangulum C D E, superat rectangulum C E D, quadrato E D, rectangulum vero B A E, superat rectangulum B E A, quadrato E A; excessus rectanguli C D E, super rectangulo B A E, hoc est, quadrati F D, super quadrato A G, erit idem cum excessu quadrati D E, super quadrato A E, qui excessus est quadratum D A: est igitur quadratum F D, æquale duobus quadratis G A, A D, quibus est quoque æquale quadratum G D; ergo linea D F ipsi D G est æqualis, & angulus D G F æqualis angulo D F G, & angulus E G F minor angulo E F G, & latus oppositum E F minus latere E G. Modo si intelligamus tempus casus per A E, esse ut A E, erit tempus per D E, ut D E, cumque A G media sit inter B A, A E, erit A G tempus per totam A B, & reliqua E G, erit tempus per reliquam E B ex quiete in A, & similiter concludetur E F, esse tempus per E C post descensum D E, seu post casum A E: demonstratum autem est E F minorem esse, quam E G: ergo patet propositum.

COROLLARIVM.

Ex hac, atque ex præcedenti constat spatium, quod conficitur in perpendiculo, post casum ex sublimi, tempore eodem, quo conficitur planum inclinatum, minus esse eo, quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non præcedente casu ex sublimi, majus tamen quam idem planum inclinatum: cum enim modo demonstratum sit, quod mobilium venientium ex termino sublimi A, tempus conversi per E C, brevius sit tempore procedentis per E B, constat spatium, quod conficitur per E B tempore æquali tempori per E C, minus esse toto spatio E B. Quod autem idem spatium perpendiculi majus sit, quam E C, manifestum fit sumpta figura præcedentis Propositionis, in qua



partem perpendiculi B G, confici demonstratum est tempore eodem cum B C post casum A B: hanc autem B G majorem esse quam B C, sic colligitur. Cum B E, F B æquales sint, B A vero minor B D, majorem rationem habet F B ad B A, quam E B ad B D, & componendo F A ad A B majorem habet, quam E D ad D B, est autem ut F A ad A B, ita G F ad F B, (est enim A F media inter B A, A G,) & similiter ut E D ad B D, ita est C E ad E B; ergo G B ad B F majorem habet rationem, quam C B ad B E; est igitur G B major B C.

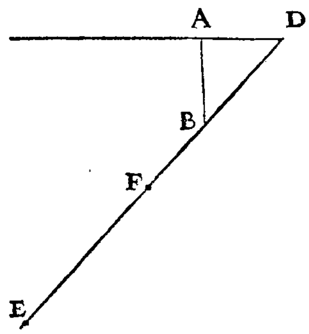
PROBL. IV. PROPOS. XVII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore æquali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete confecit.

Sit perpendiculum A B, & ad ipsum planum inflexum B E: oportet in B E spatium signare, per quod mobile post casum in A B moveatur tempore æquali ei, quo ipsum perpendiculum A B, ex quiete confecit.

Sit horizontalis linea A D, cui occurrat in D planum extensum, & accipiatur F B æqualis B A, & fiat ut B D ad D F, ita

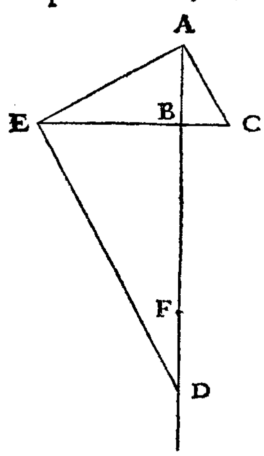
ita F D ad D E. Dico, tempus per B E, post casum in A B æquari tempori per A B, ex quiete in A. Si enim intelligatur A B esse tempus per A B, erit D B tempus per D B. Cumque sit, ut B D ad D F, ita F D ad D E, erit D F tempus per totum planum D E, & B F per partem B E ex D, sed tempus per B E post D B, est idem, ac post A B; ergo tempus per B E post A B, erit B F, æquale scilicet tempori A B, ex quiete in A: quod erat propositum.



PROBL. V. PROPOS. XVIII.

Dato in perpendiculo quovis spatio à principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tempore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

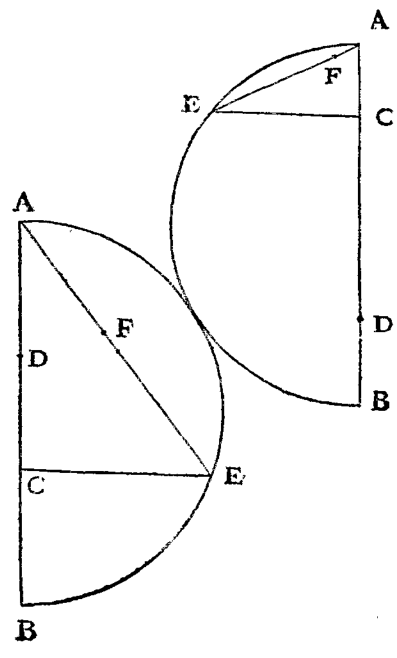
Sit perpendiculum A, in quo detur spatium A B, cuius tempus ex principio A sit A B, sitque horizon C B E, & detur tempus ipso A B minus, cui in horizonte notetur ęquale B C: oportet in eodem perpendiculo spatium eidem A B æquale reperire, quod tempore B C conficiatur. Iungatur linea A C. Cumque B C minor sit B A, erit angulus B A C minor angulo B C A. Constituatur ei æqualis C A E, & linea A E horizonti occurrat in puncto E, ad quam perpendicularis ponatur E D secans perpendiculum in D, & linea D F ipsi B A secetur æqualis.



æqualis. Dico ipsam F D esse perpendiculi partem, in qua latio ex principio motus in A, absolvitur tempore B C dato. Cum enim in triangulo rectangulo A E D ab angulo recto E, perpendicularis ad latus oppositum A D ducta sit E B, erit A E media inter D A, A B; & B E media inter D B, B A, seu inter F A, A B, (est enim F A ipsi D B æqualis.) Cumque A B positum sit esse tempus per A B, erit A E, seu E C tempus per totam A D, & E B tempus per A F; ergo reliqua B C erit tempus per reliquam F D: quod erat intentum.

PROBL. VI. PROPOS. XIX.

Dato in perpendiculo spatio quocunque à principio lationis peracto, datoque tempore casus: tempus reperire, quo aliud æquale spatium ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.



Sit in perpendiculo A B, quodcunque spatium A C, ex principio lationis in A acceptum, cui æquale sit aliud spatium D B ubicunque acceptum, sitque datum tempus lationis per A C, sitque illud A C. Oportet reperire tempus lationis per D B post casum ex A. Circa totam A B semicirculus describatur A E B, & ex C ad A B perpendicularis sit C E, & jungatur A E, quæ major erit quam E C. Secetur E F ipsi E C æqualis; dico reliquum F A esse tempus lationis per D B. Quia enim A E est media inter

inter B A, A C; eſtque A C tempus caſus per A C; erit A E tempus per totam A B. Cumque C E media ſit inter D A, A C, (eſt enim D A æqualis ipſi B C,) erit C E, hoc eſt, E F, tempus per A D; ergo reliqua A F eſt tempus per reliquam D B. quod eſt propoſitum.

COROLLARIVM.

Hinc colligitur, quod ſi alicujus ſpatii ponatur tempus ex quiete eſſe, ut ipſummet ſpatium; tempus illius poſt aliud ſpatium adjunctum erit exceſſus medii inter adjunctum una cum ſpatio, & ipſum ſpatium ſuper medium inter primum & adjunctum. Veluti, poſito, quod tempus per A B, ex quiete in A, ſit A B; addito A S tempus per A B poſt S A; erit exceſſus medii inter S B, B A, ſuper medium inter B A, A S.

PROBL. VII. PROPOS. XX.

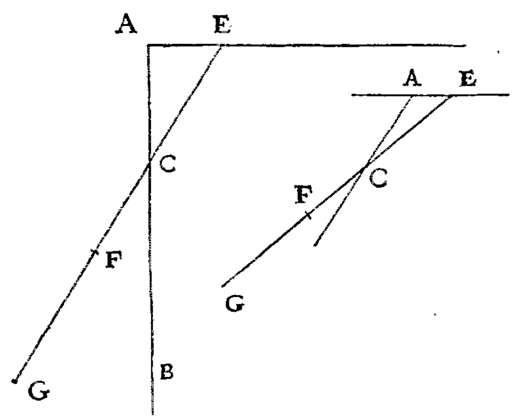
Dato quolibet ſpatio, & parte in eo poſt principium lationis, partem alteram verſus finem reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac prima data.

Sit ſpatium C B, & in eo pars C D data poſt principium lationis in C. Oportet partem alteram verſus finem B reperire, quæ conficiatur tempore eodem, ac data C D. Sumatur media inter B C, C D, cui æqualis ponatur B A; & ipſarum B C, C A, tertia proportionalis ſit C E. Dico, E B eſſe ſpatium, quod poſt caſum ex C conficitur tempore eodem ac ipſum C D. Si enim intelligamus, tempus per totam C B eſſe ut C B; erit B A (media ſcilicet inter B C, C D) tempus per C D. Cumque C A media ſit inter B C, C E, erit C A tempus per C E. eſt autem tota B C tempus per totam C B; ergo reliqua B A erit tempus per reliquam E B poſt caſum ex C; eadem vero B A fuit tempus per C D; ergo temporibus æqualibus conficiuntur C D & E B ex quiete in A. quod erat faciendum.

THEOR. XIV. PROPOS. XXI.

Si in perpendiculo fiat casus ex quiete, in quo à principio lationis sumatur pars quovis tempore peracta, post quam sequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum: spatium, quod in tali plano conficitur in tempore æquali tempori casus jam peracti in perpendiculo ad spatium jam peractum in perpendiculo, majus erit quam duplum: minus vero quam triplum.

Infra horizontem A E sit perpendiculum A B, in quo ex principio A fiat casus, cujus sumatur quælibet pars A C; inde ex C inclinetur utcunque planum C G; super quo post casum in A C continuetur motus. Dico, quod spatium tali motu peractum per C G in tempore æquali tempori casus per A C, est plus quam duplum, minus vero quam triplum ejusdem spatii A C. Ponatur enim C F æqualis A C, & extenso plano G C usque ad horizontem in E, fiat, ut C E ad E F, ita F E ad E G. Si itaque ponatur



tempus casus per A C esse, ut linea A C, erit C E tempus per E C & C F, seu C A, tempus motus per C G. Ostendendum itaque est, spatium C G ipso C A majus esse quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim sit, ut C E ad E F, ita F E ad E G, erit etiam ita C F ad F G. Minor autem est E C quam

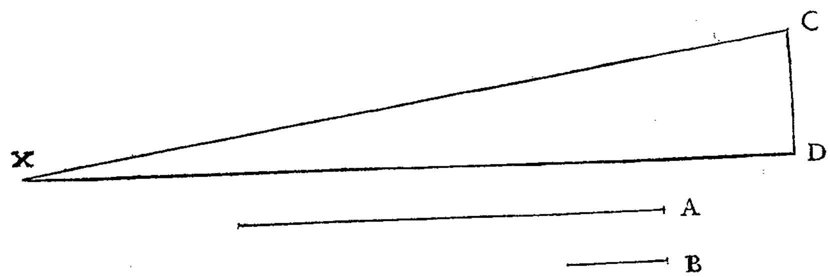
quam E F, quare & C F minor erit quam F G, & G C major quam dupla ad F C seu A C. Cumque rursus F E minor sit quam dupla ad E C, (est enim E C major C A, seu C F,) erit quoque G F minor quam dupla ad F C, & G C minor quam tripla ad C F seu C A. quod erat demonstrandum.

Poterat autem universalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari, & plano inclinato, contingit etiam si post motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum; ut videtur in altera figura; eademque est demonstratio.

PROBL. VIII. PROPOS. XXII.

Datis duobus temporibus inæqualibus, & spatio, quod in perpendiculo ex quiete conficitur tempore breviori ex datis: à puncto supremo perpendiculi usque ad horizontem planum inflectere, super quo mobile descendat tempore æquali longiori ex datis.

Tempora inæqualia sint, A majus, B vero minus; spatium autem, quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore B, sit C D. Oportet ex termino C planum usque ad horizontem inflectere, quod tempore A conficiatur. Fiat ut B ad A, ita C D ad aliam lineam, cui linea C X æqualis ex C ad horizontem descendat: manifestum est planum C X esse il-



lud super quo mobile descendit tempore dato A. Demon-

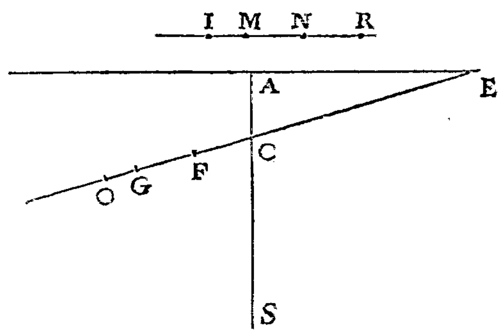
 stratum

ſtratum enim eſt, tempus per planum inclinatum ad tempus in ſua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis ſuæ. Tempus igitur per C X, ad tempus per C D, eſt, ut C X ad C D, hoc eſt, ut tempus A ad tempus B; tempus vero B eſt illud, quo conficitur perpendiculum C D ex quiete; ergo tempus A eſt illud, quo conficitur planum C X.

PROBL. IX. PROPOS. XXIII.

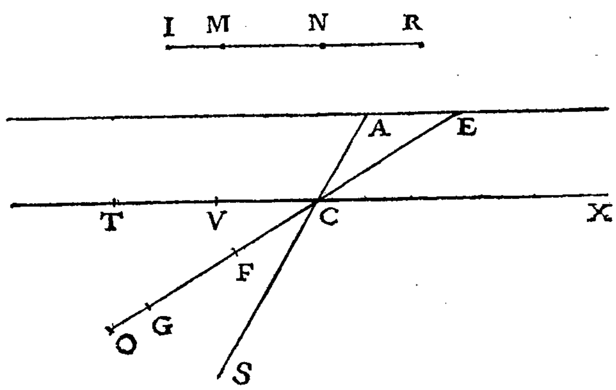
Dato ſpatio quovis tempore peracto ex quiete in perpendiculo: ex termino imo hujus ſpatii planum inflectere, ſuper quo poſt caſum in perpendiculo tempore eodem conficiatur ſpatium cuilibet ſpatio dato æquale; quod tamen majus ſit quam duplum, minus vero quam triplum ſpatii peracti in perpendiculo.

Sit in perpendiculo A S tempore A C peractum ſpatium A C ex quiete in A: cujus I R majus ſit quam duplum, minus vero quam triplum. Oportet ex termino C planum inflectere, ſuper quo mobile eodem tempore A C conficiat poſt caſum per A C ſpatium ipſi I R æquale. Sint R N, N M, ipſi A E



æqualia; & quam rationem habet reſiduum I M ad M N, eamdem habeat A C linea ad aliam, cui æqualis applicetur C E ex C ad horizontem A E, quæ extendatur verſus O, & accipiantur C F, F G, G O, æquales ipſis R N, N M, M I. Dico, tempus

pus super inflexa C O, post casum A C, esse æquale tempori A C ex quiete in A. Cum enim sit, ut O G ad G F, ita F C ad C E; erit componendo ut O F ad F G, seu F C, ita F E ad E C, & ut unum antecedentium ad unum consequentium, ita omnia ad omnia: nempe tota O E ad E F ut F E ad E C. Sunt itaque O E, E F, E C, continue proportionales. Quod cum positum sit, tempus per A C esse ut A C, erit C E tempus per E C; & E F tempus per totam E O, & reliquum C F per reliquam C O; est autem C F æqualis ipsi C A; ergo factum est quod fieri oportebat; est enim tempus C A tempus casus per A C ex quiete in A, C F vero (quod æquatur C A) est tempus per C O, post descensum per E C, seu post casum per A C; quod est propositum. Notandum autem est, quod idem accidet, si præcedens latio non in perpendiculo fiat, sed in plano inclinato, ut in sequenti figura, in qua latio præcedens facta sit



per planum inclinatum A S infra horizontem A E; & demonstratio est prorsus eadem.

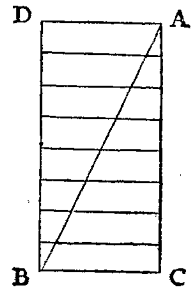
SCHOLIVM.

Si diligenter attendatur, manifestum erit, quod quo minus data linea I R deficit à tripla ipsius A C, eo planum inflexum, ſuper quod facienda eſt ſecunda latio, puta C O, accedit vicinius ad perpendiculum, in quo tandem in tempore æquali A C conficitur ſpatium ad A C triplum. Cum enim I R proxima fuerit ad triplicitatem A C, erit I M æqualis fere ipſi M N. Cumque, ut I M ad M N in conſtructione, ita fiat A C ad C E, conſtat, ipſam C E paulo majorem reperiri quam C A, &, quod conſequens eſt, punctum E proximum reperiri puncto A, & C O cum C S acutiſſimum angulum continere, & fere mutuo coincidere. E contra vero, ſi data I R minimum quid major fuerit quam dupla ejuſdem A C, erit I M breviſſima linea: ex quo accidet, minimam quoque futuram eſſe A C reſpectu C E, quæ longiſſima erit, & quam proxime accedet ad parallelam horizontalem per C productam. Indeque colligere poſſumus, quod, ſi in appoſita figura poſt deſcenſum per planum inclinatum A C, fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis eſſet C T, ſpatium, tempore æquali tempori deſcenſus per A C, per quod mobile conſequenter moveretur, eſſet duplum ſpatii A C exacte. Videtur autem & hic accommodari conſimilis ratiocinatio: Apparet enim ex eo, cum O E ad E F ſit ut F E ad E C, ipſam F C determinare tempus per C O. Quod ſi pars horizontalis T C, dupla C A, diviſa ſit bifariam in V, extenſa verſus X in infinitum elongata erit, dum occurſum cum producta A E quærit, & ratio infinitæ T X ad infinitam V X, non erit alia à ratione infinitæ V X ad infinitam X C.

Iſtud idem alia aggreſſione concludere poterimus, conſimile reſumentes ratiocinium ei, quo uſi ſumus in Propoſitionis primæ demonſtratione. Reſumentes enim triangulum A B C, nobis repræſentans in ſuis parallelis, baſi B C, velocitatis gradus continue adauctos juxta temporis incrementa; ex quibus, cum infinitæ ſint, veluti infinita ſunt puncta in linea A C, & inſtantia in quovis tempore: exurget ſuperficies ipſa trianguli, ſi intelligamus, motus per alterum tantum

temporis

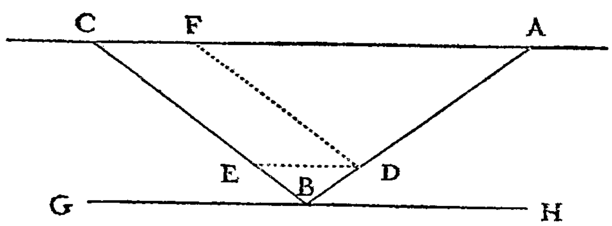
temporis continuari, sed non amplius motu accelerato, verum æquabili, juxta maximum gradum velocitatis acquisitę, qui gradus repræsentatur per lineam B C. Ex talibus gradibus conflabitur aggregatum consimile parallelogrammo A D B C, quod duplum est trianguli A B. C. Quare spatium, quod cum gradibus consimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit spatii peracti cum gradibus velocitatis à triangulo A B C repræsentatis. At in plano horizontali motus est æquabilis, cum nulla ibi sit causa accelerationis, aut retardationis; ergo concluditur, spatium C T, peractum tempore æquali tempori A C, duplum esse spatii A C; hoc enim motu ex quiete accelerato juxta parallelas trianguli conficitur; illud vero juxta parallelas parallelogrammi, quæ, dum fuerint infinitæ, duplæ sunt ad parallelas infinitas trianguli.



Attendere insuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, est in illo suapte natura indelebiliter impressus, dum externæ causæ accelerationis aut retardationis tollantur, quod in solo horizontali plano contingit: nam in planis declivibus adest jam causa accelerationis majoris, in acclivibus vero retardationis. Ex quo pariter sequitur, motum in horizontali esse quoque æternum: si enim est æquabilis, non debilitatur, aut remittitur, & multo minus tollitur. Amplius, existente gradu celeritatis per naturalem descensum à mobili acquisito suapte natura indelebili atque æterno, considerandum occurrit, quod, si post descensum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, jam in isto occurrit causa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter descendit; quare mixtio quædam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis cquisitæ in præcedenti descensu, qui per se uniformiter mobile

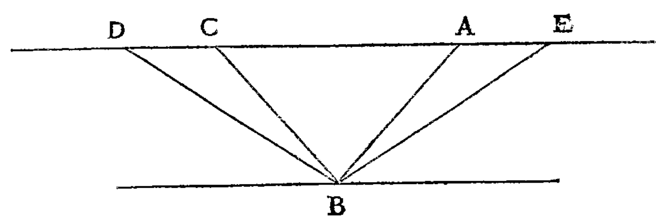
mobile in infinitum abduceret, & naturalis propensionis ad motum deorsum juxta illam eandem proportionem accelerationis, juxta quam semper movetur. Quare admodum rationabile videbitur, si, inquirentes, quænam contingant accidentia, dum mobile post descensum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus gradum illum maximum in descensu acquisitum, idem per se perpetuo in ascendente plano servari; attamen in ascensu ei supervenire naturalem inclinationem deorsum, motum nempe ex quiete acceleratum juxta semper acceptam proportionem. Quod si forte hæc intelligere fuerit subobscurum, clarius per aliquam delineationem explicabitur.

Intelligatur itaque factum esse descensum per planum declive A B, ex quo per aliud acclive B C continuetur motus reflexus; & sint primo plana æqualia, & ad æquales angulos super horizontem G H elevata. Constat jam, quod mobile ex quiete in A, descendens per A B, gradus acquirit velocitatis juxta temporis ipsius incrementum: gradum vero in B esse maximum acquisitorum, & suapte natura immutabiliter impressum, sublatis scilicet causis accelerationis novæ, aut retardationis: accelerationis, inquam, si adhuc super exten-



so plano ulterius progrederetur; retardationis vero, dum super planum acclive B C fit reflexio; in horizontali autem G H æquabilis motus juxta gradum velocitatis ex A in B, acquisitę in in infinitum extenderetur. Eſſet autem talis velocitas, ut in tempore æquali tempori deſcenſus per A B in horizonte conficeret ſpatium duplum ipſius A B. Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu æquabiliter moveri per planum B C, adeo ut etiam in hoc tempore æquali tempori deſcenſus per A B conficeret ſuper B C extenſo ſpatium duplum ipſius A B. Verum intelligamus ſtatim atque aſcendere incipit, ei ſuapte natura ſupervenire illud idem, quod ei contigit ex A ſuper planum A B, nempe deſcenſus quidam ex quiete ſecundum gradus eoſdem accelerationis, vi quorum, ut in A B contigit, tempore eodem tantumdem deſcendat in plano reflexo, quantum deſcendit per A B: manifeſtum eſt, quod ex ejuſmodi mixtione motus æquabilis aſcendentis, & accelerati deſcendentis, perducetur mobile ad terminum C per planum B C, juxta eoſdem velocitatis gradus, qui erunt æquales. Quod vero ſumptis utcunque duobus punctis D E, æqualiter ab angulo B remotis, tranſitus per D B fiat tempore æquali tempori reflexionis per B E, hinc colligere poſſumus. Ducta D F erit parallela ad B C; conſtat enim, deſcenſum per A D reflecti per D F. quod ſi poſt D mobile feratur per horizontalem D E, impetus in E erit idem cum impetu in D. ergo ex E aſcendet in C. ergo gradus velocitatis in D eſt æqualis gradui in E. Ex his igitur rationabiliter aſſerere poſſumus, quod, ſi per aliquod planum inclinatum fiat deſcenſus, poſt quem ſequatur reflexio per planum elevatum, mobile per impetum conceptum aſcendet uſque ad eandem altitudinem, ſeu elevationem ab horizonte. Ut ſi fiat deſcenſus per A B, feretur mobile per planum reflexum B C, uſque ad horizontalem A C D; non tantum ſi inclinationes planorum ſint æquales, verum etiam ſi inæquales ſint, qualis eſt plani B D. aſſumptum enim prius eſt, gradus velocitatis eſſe æquales, qui ſuper planis inæqualiter inclinatis acquiruntur, dum ipſorum planorum eadem fuerit ſupra horizontem elevatio.

vatio. Si autem existente eadem inclinatione planorum E B, B D, descensus per E B impellere valet mobile per planum B D usque ad D, cum talis impulsus fiat propter conceptum



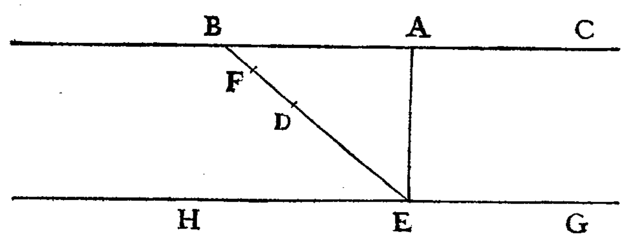
velocitatis impetum in puncto B; sitque idem impetus in B; seu descendat mobile per A B, seu per E B; constat, quod expelletur pariter mobile per B D, post descensum per A B, atque per E B. Accidet vero, quod tempus ascensus per B D longius erit, quam per B C, prout descensus quoque per E B longiori fit tempore, quam per A B: ratio autem eorundem temporum jam demonstrata est eadem ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo, ut inquiramus proportionem spatiorum temporibus æqualibus peractorum in planis, quorum diversæ sint inclinationes, eædem tamen elevationes: hoc est, quæ inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit juxta sequentem rationem.

THEOR. XV. PROPOS. XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo, & plano elevato ab ejus imo termino, spatium, quod à mobili post casum in perpendiculo, super plano elevato conficitur in tempore æquali tempori casus, majus est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum ejusdem perpendiculi.

Inter easdem parallelas horizontales B C, H G, sint perpendiculum A E, & planum elevatum E B, super quo post casum in perpendiculo A E ex termino E, fiat reflexio versus B. Dico, spatium, per quod mobile ascendit in tempore æquali tempori

tempori descensus A E, majus esse quam A E, minus vero quam duplum ejusdem A E: Ponatur E D, ipsi A E æquale,& ut E B ad B D,ita fiat D B ad B F. Ostendetur primo, punctum F esse signum, quo mobile motu reflexo per E B perveniet tempore æquali tempori A E: deinde, E F majus esse quam E A; minus vero quam duplum ejusdem. Si intelligamus,

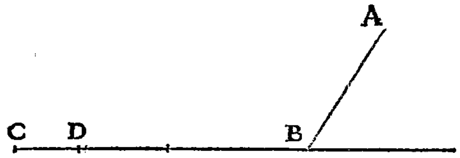


tempus descensus per A E, esse ut A E, erit tempus descensus per B E, seu ascensus per E B, ut ipsa linea B E: cumque D B media sit inter E B, B F, sitque B E tempus descensus per totam B E, erit B D tempus descensus per B F, & reliqua D E tempus descensus per reliquam F E. Verum idem est tempus per F E ex quiete in B, atque tempus ascensus per E F, dum in E fuerit velocitatis gradus per descensum B E seu A E acquisitus: ergo idem tempus D E erit id, in quo mobile post casum ex A per A E, motu reflexo per E B, pervenit ad signum F. Positum autem est, E D esse æquale ipsi A E. quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota E B ad totam B D, ita ablata D B ad ablatam B F, erit, ut tota E B ad totam B D, ita reliqua E D ad D F. Est autem E B major B D: ergo & E D major D F, & E F minor quam dupla D E, seu A E; quod erat ostendendum. Idem autem accidet, si motus præcedens non in perpendiculo, sed in plano inclinato fiat; eademque est demonstratio, dummodo planum reflexum sit minus acclive, nempe longius plano declivi.

THEOR. XVI. PROPOS. XXV.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis, ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.

Sit linea horizontis C B, planum inclinatum A B, & post casum per A B sequatur motus per horizontem, in quo sumatur quodlibet spatium B D. Dico, tempus casus per A B, ad tempus motus per B D, esse, ut dupla A B ad B D.



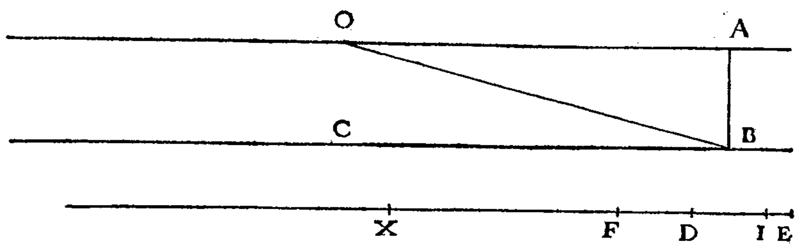
Sumpta enim B C ipsius A B dupla, constat ex prædemonstratis, tempus casus per A B æquari tempori motus per B C: sed tempus motus per B C, ad tempus motus per D B, est, ut linea C B ad lineam B D: ergo tempus motus per A B, ad tempus per B D, est, ut dupla A B ad B D. quod erat probandum.

PROBL. X. PROPOS. XXVI.

Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque spatio majori eodem perpendiculo, sed minori quam duplo ejusdem, ex imo termino perpendiculi planum attollere inter easdem parallelas, super quo motu reflexo post descensum in perpendiculo conficiat Mobile spatium dato æquale, & in tempore æquali tempori descensus in perpendiculo.

Inter Parallelas horizontales A O, B C, sit perpendiculum A B; F E vero major sit quam B A, minor vero quam dupla ejusdem. Oportet ex B planum inter horizontales erigere, super quo Mobile post casum ex A in B, motu reflexo, in tempore æquali tempori descensus per A B conficiat ascendendo spatium æquale ipsi E F. Ponatur E D æqualis A B, erit reliqua D F minor, cum tota E F minor sit quam dupla ad A B: sit D I æqualis D F, &, ut E I ad I D, ita fiat D F ad aliam F X, atque

atque ex B reflectatur recta B O, æqualis E X. Dico, planum per B O esse illud, super quo post casum A B Mobile in tempore æquali tempori casus per A B pertransit, ascendendo spatium æquale dato spatio E F. Ipsis E D, D F, æquales ponantur B R, R S. Cum enim sit, ut E I ad I D, ita D F ad F X:



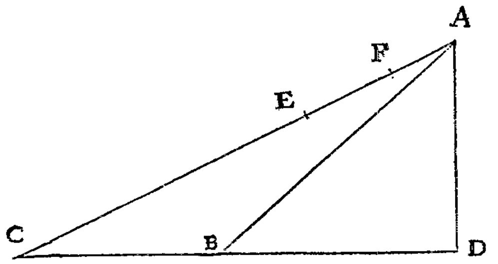
erit componendo, ut E D ad D I, ita D X ad X F; hoc est, ut E D ad D F, ita D X ad X F, & E X ad X D; hoc est, ut B O ad O R, ita R O ad O S. Quod si ponamus, tempus per A B, esse A B; erit tempus per O B, ipsa O B; & R O tempus per O S; & reliqua B R tempus per reliquum S B, descendendo ex O in B. Sed tempus descensus per I B ex quiete in O, est æquale tempori ascensus ex B in S post descensum A B: ergo B O est planum ex B elevatum, super quo post descensum per A B conficitur tempore B R seu B A spatium B S, æquale spatio dato E F. Quod facere oportebat.

THEOR. XVII. PROPOS. XXVII.

Si in planis inæqualibus, quorum eadem sit elevatio, descendat Mobile: spatium, quod in ima parte longioris conficitur in tempore æquali ei, in quo conficitur totum planum brevius, est æquale spatio, quod componitur ex ipso breviori plano, & ex parte, ad quam idem brevius planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad excessum, quo longius brevius superat.

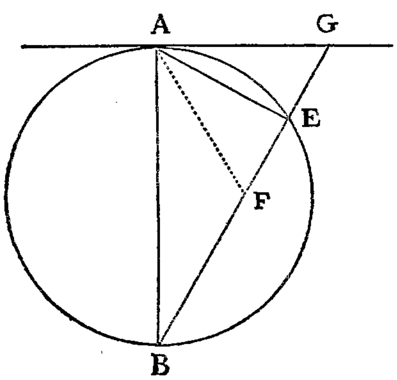
Sit planum A C longius, A B vero brevius, quorum eadem sit elevatio A D; & ex ima parte A C, sumatur C E, æquale ipsi

A B; & quam rationem habet totum C A ad A E, (nempe ad excessum plani C A super A B,) hanc habeat C E ad E F. Dico, spatium F C esse illud quod conficitur post discessum ex A tempore æquali tempori descensus per A B. Cum enim totum C A ad totum A E, sit ut ablatum C E ad ablatum E F; erit reliquum E A ad reliquum A F, ut totum C A ad totum A E. Sunt itaque tres, C A, A E, A F, continue proportionales. Quod si ponatur, tempus per A B esse ut A B; erit tempus per A C ut A C, tempus vero per A F, erit ut A E, & per reliquum F C, erit ut E C; est autem E C ipsi A B æquale: ergo sit propositum.



THEOR. XVIII. PROPOS. XXVIII.

Tangat horizontalis linea A G circulum, & à contactu sit diameter A B, & duæ chordæ utcunque A E B. Determinanda sit ratio temporis casus per A B, ad tempus descensus per ambas A E B. Extendatur B E usque ad tangentem in G, & angulus B A E bifariam secetur, ducta A F. Dico, tempus per A B, ad tempus per A E B, esse ut A E ad A E F. Cum enim angulus F A B æqualis sit angulo F A E; angulus vero E A G angulo A B F; erit totus



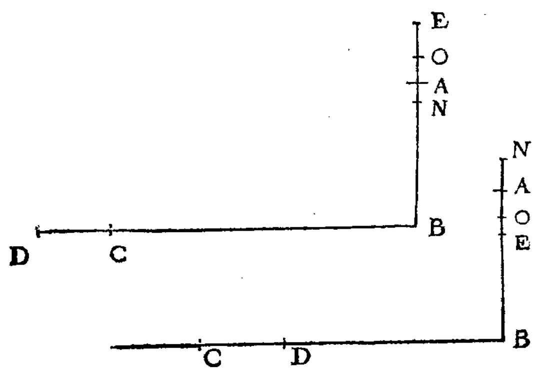
totus G A F duobus F A B, A B F æqualis; quibus æquatur quoque angulus G F A; ergo linea G F ipſi G A eſt æqualis. Et quia rectangulum B G E æquatur quadrato G A; erit quoque æquale quadrato G F, & tres lineæ, B G, G F, G E, proportionales. Quod ſi ponatur, A E eſſe tempus per A E, erit G E tempus per G E; & G F tempus per totam G B, & E F tempus per E B, poſt deſcenſum ex G, ſeu ex A, per A E. Tempus igitur per A E, ſeu per A B, ad tempus per A E B, eſt, ut A E ad A E F; quod erat determinandum.

Aliter brevius. Secetur G F, æqualis G A; conſtat, G F eſſe mediam proportionalem inter B G, G E. Reliqua ut ſupra.

PROBL. XI. PROPOS. XXIX.

Dato quolibet ſpatio horizontali, ex cujus termino erectum ſit perpendiculum, in quo ſumatur pars æqualis dimidio ſpatii in horizontali dato, Mobile ex tali altitudine deſcendens, & in horizontali converſum, conficiet horizontale ſpatium una cum perpendiculo breviori tempore, quam quodcunque aliud ſpatium perpendiculi cum eodem ſpatio horizontali.

Sit planum horizontale, in quo datum ſit quodlibet ſpatium B C, & ex termino B ſit perpendiculum, in quo B A ſit dimidium ipſius B C. Dico, tempus, quo Mobile ex A demiſſum conficiet ambo ſpatia, A B, B C, eſſe temporum omniũ breviſſimum, quibus idem ſpatium B C cum parte perpendiculi, ſive majori, ſive minori parte A B, conficeretur. Sit



ſumpta major, ut in prima figura, vel minor, ut in ſecunda, E B.

Oſtenden-

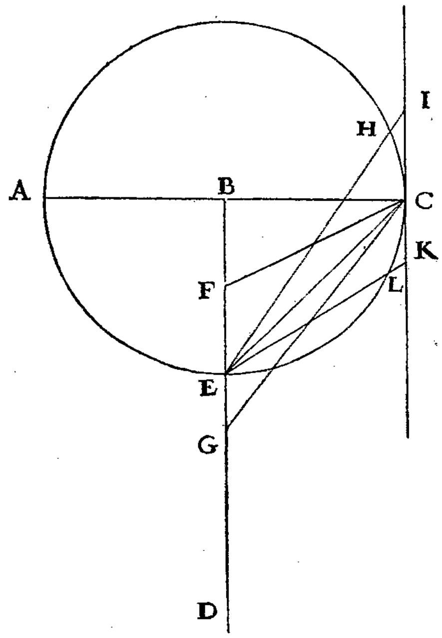
Ostendendum est, tempus, quo conficiuntur spatia E B, B C, longius esse tempore quo conficiuntur A B, B C. Intelligatur, tempus per A B esse ut A B; erit quoque tempus motus in horizontali B C, cum B C dupla sit ad A B & per ambo spatia A B C. Tempus erit dupla B A. Sit B O media inter E B, B A. Erit B O tempus casus per E B. Sit præterea horizontale spatium B D, duplum ipsius B E; constat, tempus ipsius post casum E B esse idem B O. Fiat, ut D B ad B C, seu ut E B ad B A; ita O B ad B N: & cum motus in horizontali sit æquabilis, sitque O B tempus per B D post casum ex E, erit N B tempus per B C post casum ex eadem altitudine E. Ex quo constat, O B cum B N esse tempus per E B C. cumque dupla B A sit tempus per A B C; ostendendũ relinquitur, O B cum B N majora esse quam dupla B A. Cum autem O B media sit inter E B, B A; ratio E B ad B A dupla est rationis O B ad B A: &, cum E B ad B A sit, ut O B ad B N; erit quoque ratio O B ad B N dupla rationis O B ad B A. verum ipsa ratio O B ad B N componitur ex rationibus O B ad B A, & A B ad B N; ergo ratio A B ad B N est eadem cum ratione O B ad B A. Sunt igitur B O, B A, B N, tres continue proportionales, & O B cum B N majores quam dupla B A. Ex quo patet propositum.

THEOR. XIX. PROPOS. XXX.

Si ex aliquo puncto lineæ horizontalis descendat perpendiculum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendiculum, per quod Mobile tempore brevissimo usque ad perpendiculum descendat: tale planum erit illud, quod de perpendiculo abscindit partem æqualem distantiæ puncti accepti in horizontali à termino perpendiculi.

Sit perpendiculum B D ex puncto B, horizontalis lineæ A C descendens, in qua sit quodlibet punctum C, & in perpendiculo ponatur distantia B E æqualis distantiæ B C, & ducatur C E. Dico, planorum omnium ex puncto C usque ad perpen-

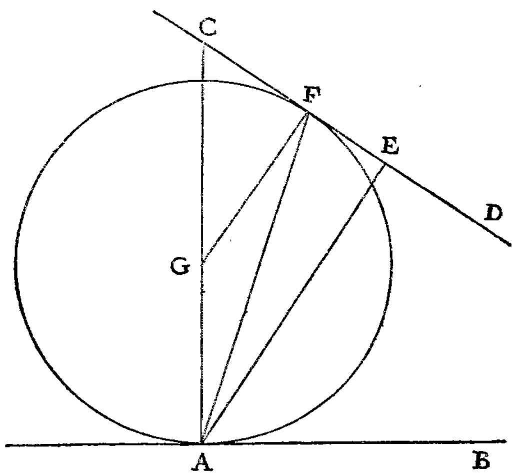
perpendiculum inclinatorum C E esse illud, super quo tempore omnium brevissimo fit descensus usque ad perpendiculum. Inclinentur enim supra & infra plana C F, C G, & ducatur I K circulum semidiametro B C descriptum tangens in C, quę erit perpendiculo æquidistans: & ipsi C F parallela sit E K, usque ad tangentem protracta, secans circumferentiam circuli in L. constat tempus casus per L E, esse æquale tempori casus per C E, sed tempus per K E est longius, quam per L E; ergo tempus per K E longius est, quam per C E; sed tempus per K E, æquatur tempori per C F, cum sint æquales, & secundum eandem inclinationem ductæ: similiter cum C G, & I E sint æquales, & juxta eandem inclinationem inclinatæ, tempora lationum per ipsas erunt æqualia; sed tempus per H E breviorem ipsa I E, est brevius tempore per I E; ergo tempus quoque per C E, (quod æquatur tempori per H E,) brevius erit tempore per I E. Patet ergo propositum.



THEOR. XX. PROPOS. XXXI.

Si linea recta super horizontalem fuerit utcunque inclinata: planum à dato puncto in horizontali usque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore omnium brevissimo, est illud, quod bifariam dividit angulum contentum à duabus *perpendicularibus à dato puncto extensis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.*

Sit C D linea supra horizontalem A B utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto A, educantur ex eo A C perpendicularis ad A B, A E vero perpendicularis ad C D, & angulum C A E bifariam dividat F A linea. Dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineæ C D ad punctum A inclinatorum extensum per F A esse, in quo tempore omnium brevissimo fiat descensus. Ducatur F G ipsi A E parallela, erunt anguli G F A, F A E coalterni æquales: est autem E A F ipsi F A G æqualis: ergo trianguli latera F G, G A æqualia erunt. Si itaque centro G intervallo G A circulus describatur, transibit per F, & horizontalem, & inclinatam tanget in punctis A F: est enim angulus G F C rectus, cum G F ipsi A E sit æquidistans: ex quo constat lineas omnes usque ad inclinatam ex puncto A productas extra circumferentiam extendi, & quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi, quam per F A. Quod erat demonstrandum.

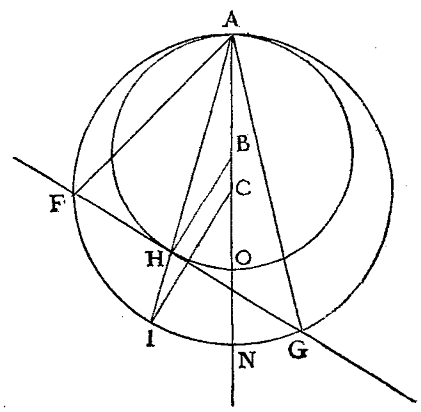


LEMMA.

Si duo circuli sese intus contingant, quorum interiorem qualibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineæ à contactu

tactu circulorum ad tria puncta rectæ lineæ tangentis, nempe ad contactum interioris circuli, & ad sectiones exterioris protractæ angulos in contactu circulorum æquales continebunt.

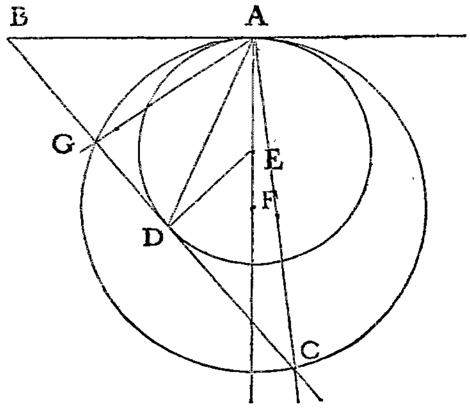
Tangant se intus in puncto A duo circuli, quorum centra B minoris: C majoris: interiorem vero circulum contingat recta quælibet linea F G in puncto H, majorem autem secet in punctis F G, & connectantur tres lineæ A F, A H, A G. Dico, angulos ab illis contentos F A H, G A H esse æquales. Extendatur A H usque ad circumferentiam in I, & ex centris producantur B H, C I, & per eadem centra ducta sit B C, quæ extensa cadet in contactum A, & in circumferentias circulorum in O, & N. Et quia anguli I C N, H B O æquales sunt, cum quilibet ipsorum duplus sit anguli I A N, erunt lineæ B H, C I parallelæ. Cumque B H ex centro ad contactum sit perpendicularis ad F G, erit quoque ad eandem perpendicularis C I, & arcus F I arcui I G æqualis, & quod consequens est, angulus F A I, angulo I A G. Quod erat ostendendum.



THEOR. XXI. PROPOS. XXXII.

Si in horizonte sumantur duo puncta, & ab altero ipsorum quælibet linea versus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens æqualem ei, quæ inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur, quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem, quæ per *angulos æquales hinc inde ab hac distiterint, casus fiunt temporibus inter se æqualibus.*

Sint in horizonte duo puncta A B, & ex B inclinetur recta B C, in qua ex termino B sumatur B D ipsi B A æqualis, & jungatur A D. Dico, casum per A D velocius fieri, quam per quamlibet ex A ad inclinatam B C productam. Ex punctis enim A D ad ipsas B A, B D, perpendiculares ducantur A E, D E, se se in E secantes; & quia in triangulo æquicruri A B D, anguli B A D, B D A sunt æquales, erunt reliqui ad rectos D A E, E D A æquales; ergo centro E intervallo E A descriptus circulus per D quoque transibit: & lineas B A, B D, tanget in punctis A D. Et cum A sit terminus perpendiculi A E, casus per A D citius absolvetur, quam per quamcunque aliam ex eodem termino A usque ad lineam B C ultra circumferentiam circuli extensam; quod erat primo ostendendum.



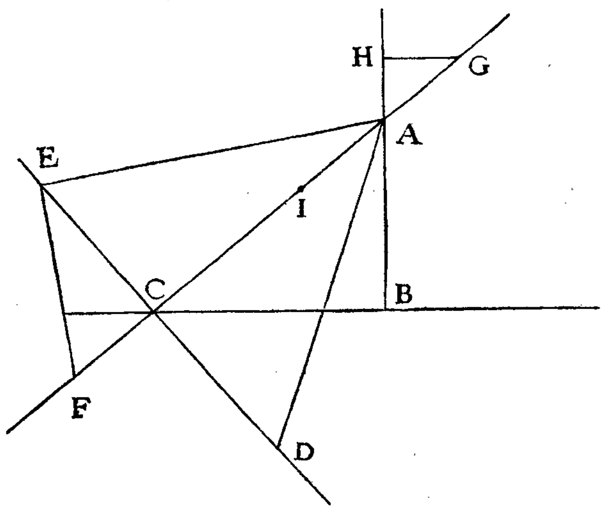
Quod si extenso perpendiculo A E, in eo sumatur quodvis centrum F, & secundum intervallum F A circulus A G C describatur tangentem lineam in punctis G C secans: junctæ A G, A C per angulos æquales à media A D ex ante demonstratis dirimentur, & per ipsas lationes temporibus æqualibus absolventur, cum ex puncto sublimi A ad circumferentiam circuli A G O terminentur.

PROBL. XII. PROPOS. XXXIII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo,

altitudo, idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur Mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculum, & planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, A B, A C. Oportet in perpendiculo B A, producto ex parte A, punctum reperire, ex quo descendens Mobile conficiat spatium A C eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum A B ex quiete in A. Ponatur D C E ad



angulos rectos ad A C, & secetur C D æqualis A B, & jungatur A D: erit angulus A D C major angulo C A D. (est enim C A major quam A B, seu C D.) fiat angulus D A E æqualis angulo A D E, & ad ipsam A E perpendicularis sit E F plano inclinato & utrinque extenso occurrens in F, & utraque A I, A G ponatur ipsi C F æqualis, & per G ducatur G H horizonti æquidistans. Dico, H esse punctum, quod quæritur.

 Intelli-

Intelligatur enim tempus casus per perpendiculum A B, esse A B, erit tempus per A C, ex quiete in A, ipsamet A C. Cumque in triangulo rectangulo A E F ab angulo recto E perpendicularis ad basim A F, sit acta E C, erit A E media inter F A, A C, & C E media inter A C, C F, hoc est, inter C A, A I. & cum ipsius A C tempus ex A, sit A C; erit A E tempus totius A F, & E C tempus ipsius A I. Quia vero in triangulo æquicruri A E D, latus A E est æquale lateri E D, erit E D tempus per A F, & est E C tempus per A I. Ergo C D, hoc est A B, erit tempus per I F ex quiete in A, quod idem est ac si dicamus, A B esse tempus per A C ex G, seu ex H. quod erat faciendum.

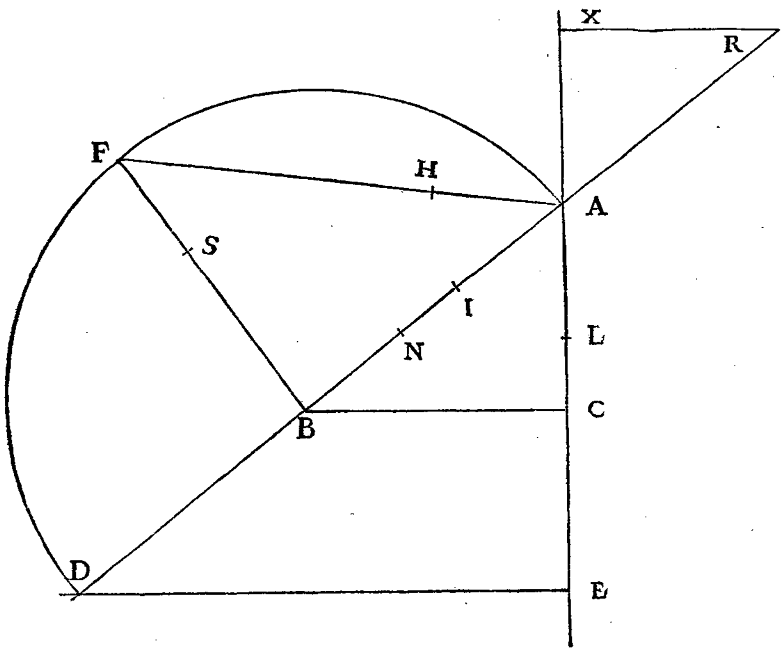
PROBL. XIII. PROPOS. XXXIV.

Dato plano inclinato, & perpendiculo, quorum idem sit sublimis terminus, punctum sublimius in perpendiculo extenso reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum inclinatum conversum, utrumque conficiat tempore eodem, ac solum planum inclinatum ex quiete in ejus superiori termino.

Sint planum inclinatum, & perpendiculum, A B, A C, quorum idem sit terminus A. Oportet in perpendiculo ad partes A extenso punctum sublime reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum A B conversum, partem assumptam perpendiculi, & planum A B, conficiat tempore eodem, ac solum planum A B ex quiete in A.

Sit horizontalis linea B C, & secetur A N æqualis A C: & ut A B ad B N; ita fiat A L ad L C: & ipsi A L ponatur æqualis A I, & ipsarum A C, B I, tertia proportionalis sit C E in perpendiculo A C producto signata. Dico, C E esse spatium quæsitum: adèo ut extenso perpendiculo supra A, & assumpta parte A X ipsi C E æquali, Mobile ex X conficiet utrumque spatium X A B æquali tempore, ac solum A B ex A. Ponatur horizontalis X R æquidistans B C, cui occurrat B A extensa in R, deinde producta A B in D, ducatur E D æquidistans C B, & supra A D semicirculus describatur, & ex B ipsi D A perpendicularis

dicularis erigatur B F usque ad circumferentiam. Patet F B esse mediam inter A B, B D, & ductam F A mediam inter D A, A B. Ponatur B S æqualis B I, & F H æqualis F D. Et quia, ut A B ad B D, ita A C ad C E, estque B F media inter A B, B D, & B I media inter A C, C E; erit ut B A ad A C, ita F B ad B S. Et



cum sit ut B A ad A C, seu ad A N; ita F B ad B S, erit per conversionē rationis B F ad F S, ut A B ad B N, hoc ést, A L ad L C. rectangulum igitur sub F B, C L, æquatur rectangulo sub A L, S F; hoc autem rectangulum A L, S F, est excessus rectanguli sub A L, F B, seu A I, B F, super rectangulo A I, B S, seu A I B; rectangulum vero F B, L C est excessus rectanguli A C, B F, super rectangulo A L, B F; rectangulum autem A C, B F, æquatur rectangulo A B I. (est enim ut B A ad A C, ita F B, ad B I) excessus

cessus igitur rectanguli A B I, super rectangulo A I, B F, seu A I, F H, æquatur excessui rectanguli A I, F H, super rectangulo A I B; ergo bina rectangula A I, F H, æquantur duobus A B I, A I B: nempe binis A I B, cum quadrato B I. Commune sumatur quadratum A I, erunt bina rectangula A I B, cum duobus quadratis A I, I B; nempe quadratum ipsum A B, æquale binis rectangulis A I, F H, cum quadrato A I communiter rursus assumpto quadrato B F: erunt duo quadrata A B, B F; nempe unicum quadratum A F, æquale binis rectangulis A I, F H, cum duobus quadratis A I, F B, id est A I, F H. Verum idem quadratum A F, æquale est binis rectangulis A H F, cum duobus quadratis A H, H F; ergo bina rectangula A I, F H, cum quadratis A I, F H, æqualia sunt binis rectangulis A H F, cum quadratis A H, H F; & dempto communi quadrato H F bina rectangula A I, F H, cum quadrato A I erunt æqualia binis rectangulis A H F cum quadrato A H. Cumque rectangulorum omnium F H sit latus commune, erit linea A H æqualis lineæ A I. si enim major, vel minor esset, rectangula quoque F H A, & quadratum H A, majora vel minora essent rectangulis F H, I A, & quadrato I A; contra id, quod demonstratum est.

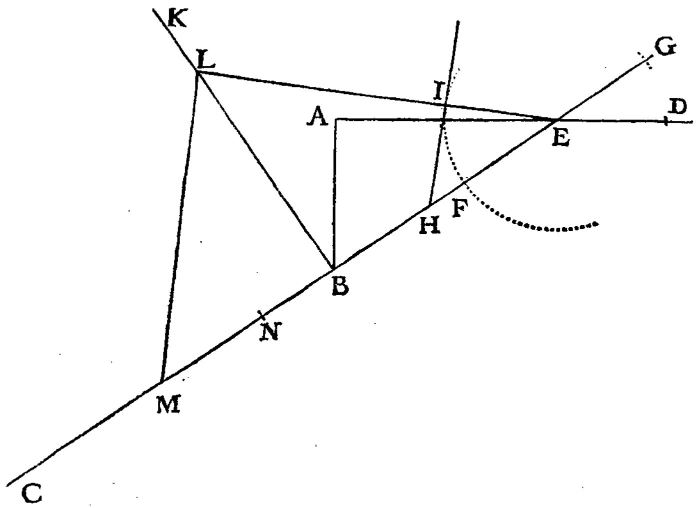
Modo si intelligamus tempus casus per A B esse ut A B, tempus per A C, erit ut A C, & ipsa I B media inter A C, C E, erit tempus per C E, seu per X A ex quiete in X, cumque inter D A, A B, seu R B, B A media sit A F, inter vero A B, B D, id est, R A, A B, media sit B F, cui æquatur F H, erit ex prædemonstratis excessus A H, tempus per A B ex quiete in R, seu post casum ex X; dum tempus ejusdem A B ex quiete in A, fuerit A B. Tempus igitur per X A, est I B; per A B vero post R A, seu post X A, est A I; ergo tempus per X A B erit, ut A B, idem nempe cum tempore per solam A B ex quiete in A. Quod erat propositum.

PROBL.

PROBL. XIV. PROPOS. XXXV.

Data inflexa ad datum perpendiculum, partem in inflexa accipere, in qua sola ex quiete fiat motus eodem tempore, atque in eadem cum perpendiculo.

Sit perpendiculum A B; & ad ipsum inflexa B C. Oportet in B C partem accipere, in qua sola ex quiete fiat motus eodem tempore, ac in eadem cum perpendiculo A B. Duca-

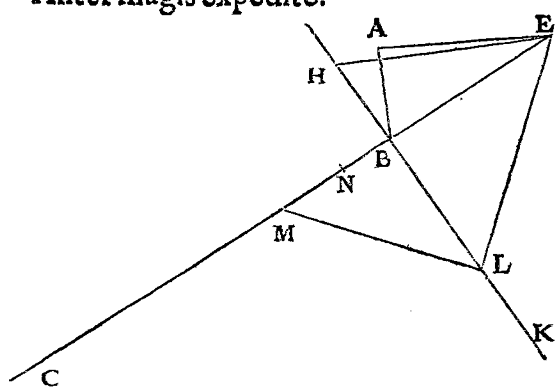


tur horizon A D, cui inclinata C B extensa occurrat in E; ponaturque B F æqualis B A & centro E intervallo E F. circulus describatur F I G; & F E ad circumferentiam usque protrahatur in G; & ut G B ad B F, ita fiat B H ad H F; & H I circulum tangat in I. Deinde ex B perpendicularis ad F C erigatur B K; cui occurrat in L linea E I L. tandem ipsi E L perpendicularis ducatur L M, occurrens B C in M. Dico, in linea B M ex quiete in B fieri motum eodem tempore, ac ex quiete in A per ambas A B, B M. Ponatur E N, æqualis E L. Cumque ut G B ad B F, ita sit B H ad H F; erit permutando, ut G B ad B H, ita B F ad F H; & dividendo, G H

 ad H B,

ad H B, ut B H ad H F. Quare rectangulum G H F quadrato H B erit æquale : sed idem rectangulum æquatur quoque quadrato H I. ergo B H ipsi H I est æqualis. Cumque in quadrilatero I L B H latera H B, H I, sint æqualia, & anguli B, I, recti, erit latus quoque B L ipsi L I æquale : est autem E I æqualis E F; ergo tota L E, seu N E, duabus L B, E F, est æqualis : auferatur communis E F; erit reliqua F N, ipsi L B æqualis. at posita est F B æqualis ipsi B A : ergo L B duabus A B, B N æquatur. Rursus si intelligatur, tempus per A B esse ipsam A B; erit tempus per E B ipsi E B æquale: tempus autem per totam E M erit E N, media scilicet inter M E, E B. quare reliquæ B M tempus casus post E B, seu post A B, erit ipsa B N. Positum autem est, tempus per A B esse A B: ergo tempus casus per ambas A B M est A B N. cum autem tempus per E B ex quiete in E sit E B; tempus per B M ex quiete in B erit media proportionalis inter B E, B M. hæc autem est B L. tempus igitur per ambas A B M ex quiete in A est A B N; tempus verò per B M solam ex quiete in B est B L. ostensum autem est, B L esse æqualem duabus A B, B N. ergo patet propositum.

Aliter magis expedite.

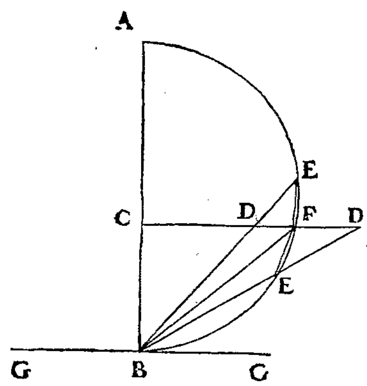


Sit B C planum inclinatum, B A perpendiculum. Ducta perpendiculari per B ad E C, & utrinque extensa, ponatur B H æqualis excessui B E super B A: & angulo B H E ponatur æqualis angulus H E L : ipsa verò E L extensa occurrat B K in L; & ex

L; & ex L excitetur perpendicularis ad E L, L M, occurrens B C in M. Dico, B M esse spatium in plano B C quæsitum. Quia enim angulus M L E rectus est, erit B L media inter M B, B E; & L E media inter M E, E B. cui E L secetur æqualis E N; & erunt tres lineæ N E, E L, L H, æquales: & H B erit excessus N E, super B L. Verum eadem H B est etiam excessus N E super N B, B A. ergo duæ N B, B A, æquales sunt B L. Quòd si ponatur, E B esse tempus per E B; erit B L tempus per B M ex quiete in B; & B N erit tempus ejusdem post E B, seu post A B; & A B erit tempus per A B. ergo tempora per A B M, nempe A B N, æqualia sunt tempori per solam B M ex quiete in B. quod est intentum.

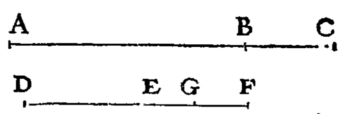
L E M M A.

Sit D C ad diametrum B A perpendicularis, & à termino B educatur B E D utcunque, & connectatur F B. Dico, F B inter D B, B E, esse mediam. Connectatur E F: & per B ducatur tangens B G; quæ erit ipsi C D parallela: quare angulus D B G angulo F D B erit æqualis. at eidem G B D æquatur quoque angulus E F B in proportione alterna: ergo similia sunt triangula F B D, F E B; &, ut B D ad B F, ita F B ad B E.



L E M M A.

Sit linea A C major ipsa D F; & habeat A B ad B C majorem rationem, quam D E ad E F. Dico, A B ipsa D E esse majorem. Quia enim A B ad B C majo-

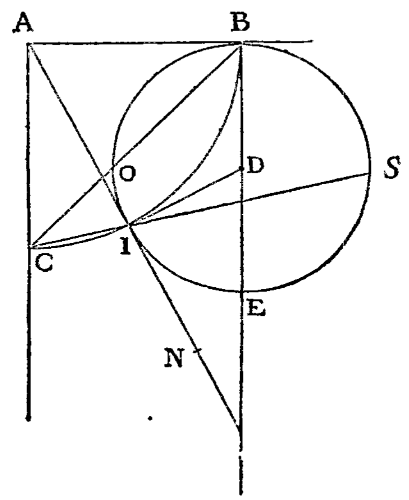


 rem

rem rationem habet, quam DE ad EF; quam rationem habet AB ad BC, hanc habebit DE ad minorem quam EF habeat ad EG: &, quia AB ad BC est, ut DE ad EG, erit componendo, & per conversionem rationis, ut CA ad AB, ita GD ad DE: est autem CA major GD: ergo BA ipsa DE major erit.

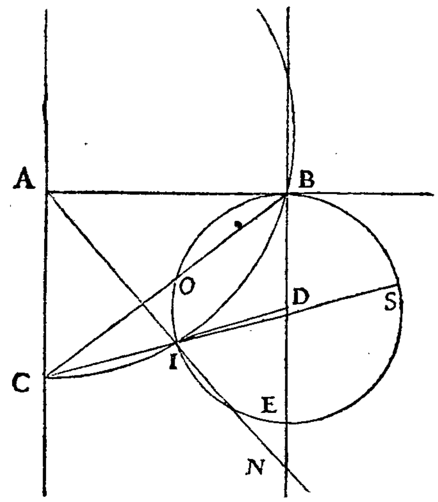
LEMMA.

Sit circuli quadrans ACIB; & ex B ipsi AC parallela BE; & ex quovis centro in ea sumpto circulus BOES descriptus tangens AB in B, & secans circunferentiam quadrantis in I; & juncta sit CB, & CI usque ad S extensa. Dico, lineam CI minorem semper esse ipsa CO. Jungatur AI; quæ circulum BOE tanget. Si enim ducatur DI; erit æqualis ipsi DB. cum verò DB quadrantẽ tangat, tanget etiam eumdem DI; & ad diametrum AI erit perpendicularis. Quare & ipsa AI circulum BOE tanget in I. Et, quia angulus AIC major est angulo ABC, cum majori insistat peripheriæ: ergo angulus quoque SIN ipso ABC major erit: quare portio IES major est portione BO; & linea CS centro vicinior major ipsa CB: quare & CO major CI; cum SC ad CB sit, ut OC ad CI.



Idem autem magis accidet, si (ut in altera figura) BIC quadrante

drante fuerit minor. nam perpendicularis D B circulum secabit C I B: quare D I quoque, cum ipsi D B sit æqualis. & angulus D I A erit obtusus, & ideo A I N circulum quoque B I N secabit: cumque angulus A B C minor sit angulo A I C, qui æquatur ipsi S I N; iste autem est adhuc minor eo, qui ad contactum in I fieret per lineam S I; ergo portio S E I est longè major portione B O. unde & quod erat demonstrandum.

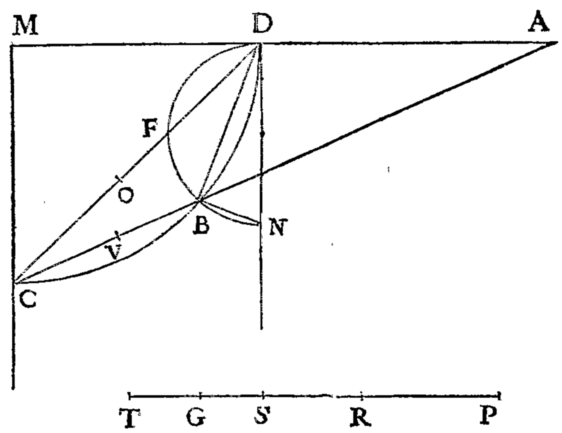


THEOR. XXII. PROPOS. XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto elevetur planum non majorem subtendens circunferentiam quadrante, à terminis cujus duo alia plana ad quodlibet circunferentiæ punctum inflectantur; descensus in planis ambobus inflexis breviori tempore absolvetur, quam in solo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.

Sit circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C circunferentia C B D, non major quadrante, in qua sit planum elevatum C D, & duo plana à terminis D, C, inflexa ad quodlibet punctum B in circunferentia sumptum: Dico, tempus descensus per ambo plana D B C brevius esse tempore descensus per solum D C, vel per unicum B C ex quiete in B. Ducta sit per D horizontalis M D A; cui C B extensa occurrat in A: sintque D N, M C; & B N ad B D perpendiculares: &

circa triangulum rectangulum D B N semicirculus describatur D F B N, secans D C in F: & ipsarum C D, D F, media sit proportionalis D O; ipsarum autem C A, A B, media sit A V. Sit autem P S tempus, quo peragitur tota D C, vel B C. (constat enim, tempore eodem peragi utramque.) & quam rationem habet C D ad D O, hanc habeat tempus S P ad tempus P R: erit tempus P R id, in quo Mobile ex D peragit D F; R S verò id, in quo reliquum F C. Cum vero P S sit quoque tempus, quo Mobile ex B peragit B C; si fiat ut B C ad C D, ita S P ad P T; erit P T tempus casus ex A in C; cum D C media sit inter A C, C B, ex ante demonstratis. Fiat tandem, ut C A ad A V, ita T P ad P G; erit P G tempus, quo Mobile ex A venit in B; G T verò tempus residuum motus B C consequentis post motum ex A in B. Cum verò D N circuli D F N diameter ad horizontem sit erecta, temporibus æqualibus pera-



gentur D F & D B lineæ. Quare si demonstratum fuerit, Mobile citius permeare B C post casum D B, quam F C post peractam D F; habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit Mobile veniens ex D per D B ipsam B C;

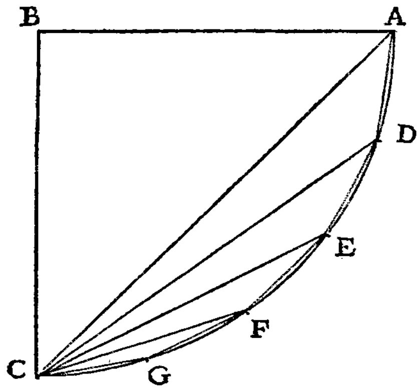
ac si

ac ſi venerit ex A per A B; cum ex utroque caſu D B, A B, ęqualia accipiat velocitatis momenta. Ergo demonſtrandum erit, breviori tempore peragi B C poſt A B quam F C poſt D F. Explicatum eſt autem, tempus, quo peragitur B C poſt A B, eſſe G T; tempus verò ipſius F C poſt D F eſſe R S. Oſtendendum itaque eſt, R S majus eſſe, quam G T. quod ſic oſtenditur; quia ut S P ad P R, ita C D ad D O, per converſionem rationis; & convertendo, ut R S ad S P, ita O C ad C D: ut autem S P ad P T, ita D C ad C A: &, quia eſt ut T P ad P G, ita C A ad A V; per converſionem rationis erit quoque, ut P T ad T G; ita A C ad C V. ergo ex æquali, ut R S ad G T, ita O C ad C V. eſt autem O C major quam C V; ut mox demonſtrabitur. ergo tempus R S majus eſt tempore G T. quod demonſtrare oportebat. Cum verò C F major ſit C B, F D verò minor B A; habebit C D ad D F majorem rationem, quam C A ad A B; ut autem C D ad D F, ita quadratum C O ad quadratum O F; cum ſint C D, D O, D F, proportionales. ut verò C A ad A B, ita quadratum C V ad quadratum V B. ergo C O ad O F majorem rationem habet quam C V ad V B. igitur, ex Lemmate prædicto, C O major eſt quam C V. Conſtat inſuper, tempus per D C ad tempus per D B C, eſſe, ut D O C ad D O cum C V.

SCHOLIUM.

Ex his, quæ demonſtrata ſunt, colligi poſſe videtur, lationem omnium velociſſimam ex termino ad terminum non per breviſſimam lineam, nempe per rectam, ſed per circuli portionem fieri. In quadrante enim B A E C, cujus latus B C ſit ad horizontem erectum, diviſus ſit arcus A C in quotcunque partes æquales, A D, D E, E F, F G, G C; & ductæ ſint rectæ ex C ad puncta A, D, E, F, G; & junctæ ſint rectæ quoque A D, D E, E F, F G, G C. Manifeſtum eſt, lationem per duos A D C citius abſolvi, quam per unam A C, vel

vel D C ex quiete in D: sed ex quiete in A citius absolvitur D C, quam duæ A D C: sed per duas D E C ex quiete in A verisimile est citius absolvi descensum quam per solã C D. Ergo descensus per tres A D E C absolvitur citius quã per duas A D C. Verum similiter præcedente descensu per A D E, citius fit latio per duas E F C quam per solam F C. Ergo per quatuor A D E F C



citius fit motus quam per tres A D E C. Ac tandem per duas F G C post præcedentem descensum per A D E F citius absolvitur latio quam per solam F C. Ergo per quinque A D E F G C breviori adhuc tempore fit descensus, quam per quatuor A D E F C. Quò igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eò citius absolvitur motus inter duos terminos signatos A C.

Quod autem in quadrante explicatum est, contingit etiam in circumferentia quadrante minori; & idem est ratiocinium.

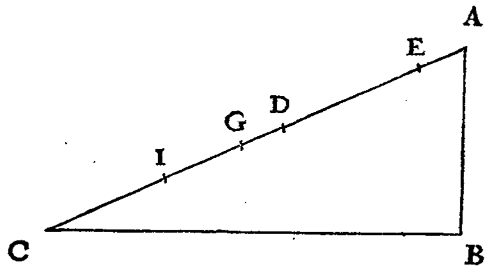
PROBL. XV. PROPOS. XXXVII.

Dato perpendiculo, & plano inclinato, quorum eadem sit elevatio: partem in inclinato reperire, quæ sit æqualis perpendiculo, & conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint A B perpendiculum, & A C planum inclinatum. Oportet in inclinato partem reperire æqualem perpendiculo A B, quæ post quietem in A conficiatur tempore æquali tempori quo conficitur perpendiculum. Ponatur A D æqualis A B; & reliqua D C bifariam secetur in I; & ut A C ad

C I, ita

C I, ita fiat C I ad aliam A E; cui ponatur æqualis D G. Patet, E G æqualẽ eſſe A D & A B. Dico inſuper, hanc E G eam eſſe, quæ conficitur à mobili veniente ex quiete in A tempore æquali tempori quo Mobile cadit per A B. Quia enim, ut A C ad C I, ita C I ad A E, ſeu I D ad D G; erit per converſionẽ rationis, ut G A ad A I, ita D I ad I G. Cum itaque ſit ut totũ C A



ad totum A I, ita ablatum C I ad ablatum I G; erit reliquum I A, ad reliquum A G, ut totum C A ad totum A I. Eſt itaque A I media inter C A, A G; & C I media inter C A, A E. Si itaque ponatur, tempus per A B eſſe ut A B; erit A C tempus per A C & C I; ſeu I D tempus per A E. cumque A I media ſit inter C A, A G; ſitque C A tempus per totam A C; erit A I tempus per A G; & reliquum I C per reliquum G C: fuit autem D I tempus per A E: ſunt itaque D I, I C, tempora per utraſque, A E, C G. ergo reliquum D A erit tempus per E G, æquale nempe tempori per A B. Quod faciendum fuit.

COROLLARIUM.

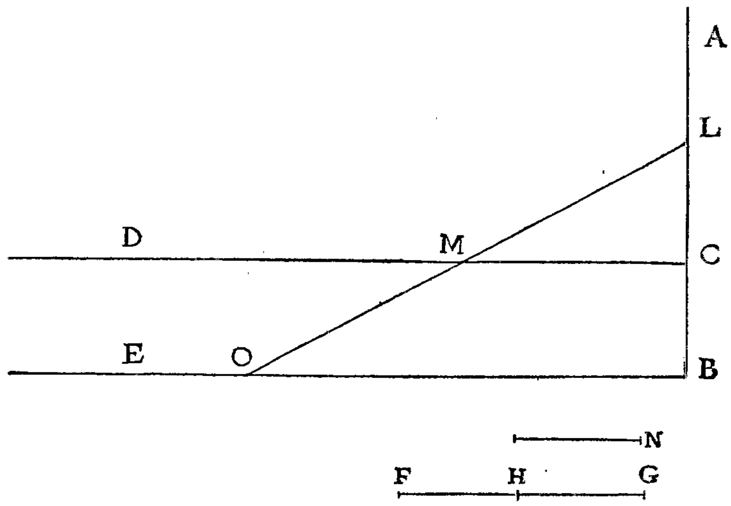
Ex his conſtat, ſpatium quæſitum eſſe intermedium inter partes ſuperam & inferam quæ temporibus æqualibus conficiuntur.

PROBL. XVI. PROPOS. XXXVIII.

Datis duobus planis horizontalibus à perpendiculo ſectis: in perpendiculo punctum ſublime reperire, ex quo cadentia Mobilia, & in planis horizontalibus reflexa, conficiant in temporibus æqualibus temporibus caſuum in iiſdem horizontali-

bus, in superiore nempe, atque in inferiore, spatia, quæ inter se habeant quamcunque datam rationem minoris ad majorem.

Secta sint plana horizontalia, C D, B E, à perpendiculo A C B, sitque data ratio minoris ad majorem N ad F G. Oportet in perpendiculo A B punctum sublime reperire, ex quo Mobile cadens, & in plano C D reflexum tempore æquali tempori sui casus, spatium conficiat, quod ad spatium confe-



ctum ab altero Mobili ex eodem puncto sublimi veniente tempore æquali tempori sui casus, motu reflexo per B E planum, habeat rationem eamdem cum data N ad F G. Ponatur G H, æqualis ipsi N; & ut F H ad H G, ita fiat B C ad C L. Dico, L esse punctum sublime quæsitum: Accepta enim C M dupla ad C L, ducatur L M, plano B E occurrens in O. erit B O dupla B L. Et quia, ut F H ad H G, ita B C ad C L; erit componendo & convertendo, ut H G, hoc est, N, ad G F, ita C L ad L B, hoc est C M ad B O. Cum autem C M dupla sit ad L C, ad L C; fit, spatium C M esse illud, quod à Mobili veniente ex L post casum L C conficitur in plano C D; & eadem ratione B O esse illud, quod conficitur post casum L B in tempore æquali tempori casus per L B; cum B O sit dupla ad B L. ergo patet propositum.

Sagr. *Parmi veramente che conceder si possa al nostro Accademico che egli senza jattanza habbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci vna nuoua scienza intorno a vn suggetto antichissimo. Et il vedere con quanta facilità, e chiarezza da vn solo semplicissimo principio ei deduca le dimostrazioni di tante proposizioni, mi fa non poco marauigliare come tal materia sia passata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide, e tanti altri Matematici, e Filosofi illustri: e massime che del Moto si trouano scritti volumi grandi, e molti.*

Salu. *Si vede vn poco di fragmento d'Euclide intorno al Moto, ma non vi si scorge vestigio che egli s'incaminasse all'investigazione della proporzione dell' accelerazione; e delle sue diuersità sopra le diuerse inclinazioni. Tal che veramente si può dire essersi non prima che hora aperta la porta ad vna nuoua contemplazione piena di conclusioni infinite, & ammirande, lequali ne i tempi auenire potranno esercitare altri ingegni.*

Sagr. *Io veramente credo, che si come quelle poche passioni (dirò per esempio) del Cerchio dimostrate nel terzo de' suoi Elementi da Euclide sono l'ingresso ad innumerabili altre più recondite, così le prodotte, e dimostrate in questo breue trattato, quando passasse nelle mani di altri ingegni specolatiui, sarebbe strada ad altre, ed altre più marauigliose; & è credibile che così seguirebbe mediante la nobiltà del soggetto sopra tutti gl'altri naturali.*

Lunga & assai laboriosa giornata è stata questa d'oggi; nella quale hò gustato più delle semplici proposizioni, che delle loro dimostrazioni: molte delle quali credo che per ben capirle mi porteranno via più d'vn hora per ciascheduna: studio, che mi riserbo à farlo con quiete, lasciandomi V. S. il libro nelle mani, dopo che hau-

remo veduto questa parte che resta intorno al Moto de i Proietti; che sarà, se così gli piace, nel seguente giorno.

Salu. *Non mancherò d'esser con lei.*

Finisce la terza Giornata.

GIORNATA QUARTA.

Salu. *A Ttempo arriua ancora il S. Simplicio, però senza interpor quiete venghiamo al Moto, & ecco il Testo del nostro Autore.*

DE MOTV PROIECTORVM.

Quæ in Motu æquabili contingunt accidentia, itemque in Motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, præcipua quædam symptomata, eaque scitu digna in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quæ Mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, æquabili nempe, & naturaliter accelerata, movetur: hujusmodi autem videtur esse Motus ille, quem de Proiectis dicimus: cujus generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento: jam constat ex his quæ fusius alibi dicta sunt illius motum æquabilem, & perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur: si vero terminatum, & in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate præditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, æquabili, atque indelebili priori lationi superaddet illam, quam à pro-

propria gravitate habet deorſum propenſionem, indeque motus quidam emerget compoſitus ex ęquabili horizontali, & ex deorſum naturaliter accelerato: quem Projectionem voco. Cujus accidentia nonnulla demonſtrabimus; quorum primum ſit

THEOR. I. PROPOS. I.

Projectum dum fertur motu compoſito ex horizontali æquabili, & ex naturaliter accelerato deorſum, lineam ſemiparabolicam deſcribit in ſua latione.

Sagr. *E' forza S. Salu. in gratia di me, & anco credo io del S. Simpl. far qui vn poco di pauſa; auuenga che io non mi ſon tanto inoltrato nella Geometria ch' io habbia fatto ſtudio in Apollonio, ſe non in quanto sò ch'ei tratta di queste Parabole e dell' altre ſezzioni coniche, ſenza la cognizione delle quali, e delle lor paſſioni, non credo che intenderſi poſſano le dimostrazioni di altre propoſizioni à quelle aderenti. E perche già nella bella prima propoſizione ci vien propoſto dall' Autore douerſi dimoſtrare la linea deſcritta dal Projetto eſſer Parabolica, mi vò imaginando, che, non douendoſi trattar d'altro che di tali linee, ſia aſſolutamente neceſſario hauere vna perfetta intelligenza, ſe non di tutte le paſſioni di tali Figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle, che per la preſente ſcienza ſon neceſſarie.*

Salu. *V. S. ſi humilia molto, volendoſi far nuouo di quelle cognizioni, le quali non è gran tempo che ammeſſe come ben ſapute: allora dico che nel trattato delle Reſiſtenze hauemmo biſogno della notizia di certa propoſizione d'Apollonio, ſopra la quale ella non moſſe difficoltà.*

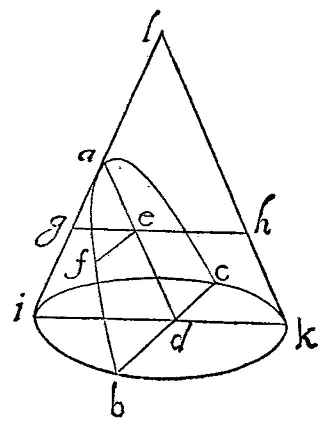
Sagr. *Può eſſere ò che io la ſapeſſi per ventura, ò che io la ſupponeſſe per vna volta, tanto che ella mi biſognò in tutto quel trattato: mà qui doue mi imagino d'hauere à ſentir tutte le dimostrazioni circa tali linee, non biſogna, come ſi dice, beuer groſſo, buttando via il tempo e la fatica.*

Simp. *E' poi rispetto à me, quando bene, come credo, il S. Sagr. fusse ben corredato di tutti i suoi bisogni, à me commiciano già à giugner come nuoui gli stessi primi termini: perche se bene i nostri Filosofi hanno trattata questa materia del Moto de' Proietti, non mi souuien che si siano ristretti à definire quali siano le linee da quelli descritte, saluo che assai generalmente sian sempre linee curue, eccetto che nelle proiezzioni perpendicolari sursum. Però quando quel poco di Geometria che io hò appreso da Euclide da quel tempo in qua che noi hauemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognizioni necessarie per l'intelligenza delle seguenti dimostrazioni, mi conuerrà contentarmi delle sole proposizioni credute, mà non sapute.*

Salu. *Anzi voglio io che le sappiate mercè dell' istesso autor dell' opera, il quale quando già mi concesse di veder questa sua fatica, perche io ancora in quella volta non haueuo in pronto i libri di Apollonio, s'ingegnò di dimostrarmi due passioni principalissime di essa Parabola senza veruna altra precognizione, delle quali sole siamo bisognosi nel presente trattato; le quali son ben' anco prouate da Apollonio, mà dopo molte altre, che lungo sarebbe a vederle; & io voglio che abbreuiamo assai il viaggio, cauando la prima immediamente dalla pura, e semplice generazione di essa Parabola, e da questa poi pure immediatamente la dimostrazione della seconda. Venendo dunque alla prima;*

Intendasi il Cono retto, la cui base sia il cerchio ibkc, *e vertice il punto* l. *nel quale, segato con vn piano parallelo al lato* lk, *nasca la sezzione* bac *detta Parabola; la cui base* bc *seghi ad angoli retti il diametro* ik *del cerchio* ibkc. *e sia l'asse della Parabola* ad *parallelo al lato* lk; *e preso qualsiuoglia punto* f *nella linea* bfa, *tirisi la retta* fe *parallela alla* bd. *Dico che il quadrato della* bd *al quadrato della* fe, *hà la medesima proporzione che l'asse* da *alla parte* ae. *Per il punto* e *intendasi passare vn piano parallelo al cerchio* ibkc, *il quale farà nel Cono vna sezzione circolare, il cui diametro sia la linea* geh. *E perche sopra il diametro*

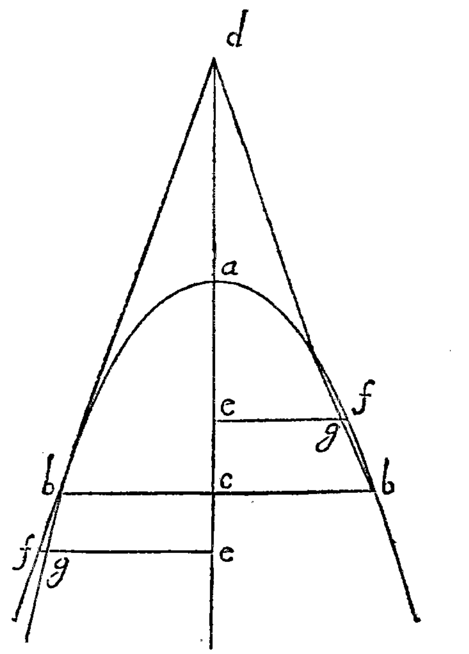
ik *del*



ik *del cerchio* ibk *la* bd *è perpendicolare, sarà il quadrato della* bd *eguale al rettangolo fatto dalle parti* id, dk. *e parimente nel cerchio superiore, che s'intende passare per i punti* gfh, *il quadrato della linea* fe *è eguale al rettangolo delle parti* geh. *adunque il quadrato della* bd *al quadrato della* fe *hà la medesima proporzione che il rettangolo* idk *al rettangolo* geh. *E perche la linea* ed *è parallela alla* hk, *sarà la* eh *eguale alla* dk, *che pur son parallele: e però il rettangolo* idk *al rettangolo* geh *harà la medesima proporzione che la* id *alla* ge, *cioè, che la* da *alla* ae. *adunque il rettangolo* idk *al rettangolo* geh, *cioè, il quadrato* bd *al quadrato* fe, *hà la medesima proporzione che l'asse* da *alla parte* ae. *che bisognaua dimostrare.*

L'altra proposizione pur necessaria al presente trattato così faremo manifesta. Segniamo la Parabola, della quale sia prolungato fuori l'asse ca *in* d. *e preso qualsiuoglia punto* b, *per esso intendasi prodotta la linea* bc *parallela alla base di essa Parabola. E posta la* da *eguale alla parte dell'asse* ca, *dico, che la retta tirata per i punti* d, b, *non cade dentro alla Parabola, mà fuori, sì che solamente la tocca nell'istesso punto* b. *Imperò che, se è possibile, caschi dentro se-*

tro segandola sopra, ò prolungata segandola sotto. Et in essa sia preso qualsiuoglia punto g *per il quale passi la retta* f g e. *E perche il quadrato* f e *è maggiore del quadrato* g e, *maggior proporzione haurà esso quadrato* f e *al quadrato* b c, *che'l quadrato* g e *al medesimo* b c. *E perche per la precedente il quadrato* f e *al quadrato* b c *stà come la* e a *alla* a c, *adunque maggior proporzione hà la* e a *alla* a c, *che'l quadrato* g e *al quadrato* b c, *cioè, che'l quadrato* e d *al quadrato* d c. (*essendo che nel triangolo* d g e *come la* g e *alla parallela* b c, *così stà* e d *a* d c.) *mà la linea* e a *alla* a c, *cioè, alla* a d, *hà la medesima proporzione, che* 4 *rettangoli* e a d *a* 4 *quadrati di* a d, *cioè al quadrato* c d *(che è eguale a* 4 *quadrati di* a d.*) adunque* 4 *rettangoli* e a d *al quadrato* c d *haranno maggior proporzione che il quadrato* e d *al quadrato* d c. *adunque* 4 *rettangoli* e a d *saranno maggiori del quadrato* e d: *il che è falso, perche son minori: imperò che le parti* e a, a d, *della linea* e d, *non sono eguali. Adunque la linea* d b *tocca la Parabola in* b, *e non la sega. il che si doueua dimostrare.*



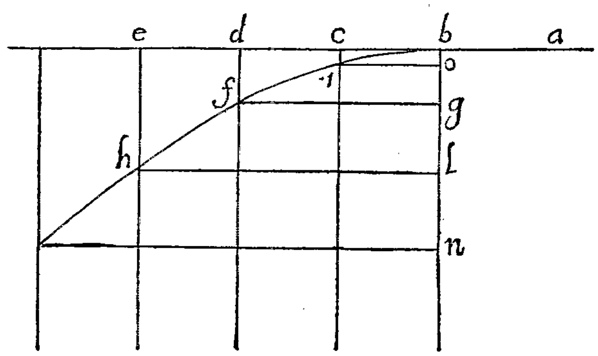
Simpl. *Voi procedete nelle vostre dimostrazioni troppo alla grande; & andate sempre, per quanto mi pare, supponendo che tutte*

tutte le proposizioni d'Euclide mi siano così familiari, e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur hora l'uscirmi addosso che 4 rettangoli e a d *son minori del quadrato* d e, *perche le parti* e a, a d, *della linea* e d, *non sono equali, non mi quieta, mà mi lascia sospeso.*

Salu. *Veramente tutti i Matematici non vulgari suppongono, che il lettore habbia prontissimi al meno gl' Elementi d'Euclide: e qui per supplire al vostro bisogno basterà ricordarui vna proposizione del secondo, nella quale si dimostra, che, quando vna linea è segata in parti eguali, & in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti eguali (cioè, del quadrato della metà) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segamenti. Onde è manifesto che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metà, è maggiore di 4 rettangoli delle parti diseguali. Hora di queste due proposizioni dimostrate, prese da gl' Elementi Conici, conuiene che tenghiamo memoria: per l'intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: che di queste sole, e non di più si serue l'Autore. Hora possiamo ripigliare il testo per vedere in qual maniera ei vien dimostrando la sua prima proposizione, doue egli intende di prouarci, la linea descritta dal Mobile graue, che mentre ci descende con moto composto dell'equabile Orizontale, e del naturale descendente, sia vna Semiparabola.*

Intelligatur horizontalis linea, seu Planum *a b* in sublimi positum: super quo ex *a* in *b* motu æquabili feratur mobile: deficiente vero plani fulcimento in *b* superveniat ipsi mobili à propria gravitate motus naturalis deorsum juxta perpendicularem *b n*. Intelligatur insuper plano *a b* in directum posita linea *b e*, tanquam temporis effluxus, seu mensura, super qua ad libitum notentur partes quotlibet temporis æquales, *b c*, *c d*, *d e*. atque ex punctis *b*, *c*, *d*, *e*, intelligantur productæ lineæ perpendiculo *b n* æquidistantes: in quarum prima accipiatur quælibet pars *c i*: cujus quadrupla sumatur in sequenti *d f*, nonupla *e h*, & consequenter in reliquis secundum rationem

tionem quadratorum ipſarum, *c b*, *d b*, *e b*, ſeu dicamus, in ratione earundem linearum duplicata. Quod ſi mobili ultra *b* verſus *c* æquabili latione lato deſcenſum perpendicularem ſecundum quantitatem *c i* ſuperadditum intelligamus, reperietur tempore *b c* in termino *i* conſtitutum. Vlterius autem



procedendo, tempore *d b*, duplo ſcilicet *b c*, ſpatium deſcenſus deorſum, erit ſpatii primi *c i* quadruplum: demonſtratum enim eſt in primo tractatu, ſpatia peracta à gravi motu naturaliter accelerato eſſe in duplicata ratione temporum. Pariterque conſequenter ſpatium *e h*, peractum tempore *b c*, erit ut 9. adeo ut manifeſtè conſtet, ſpatia *e h*, *d f*, *c i*, eſſe inter ſe ut quadrata linearum *e b*, *d b*, *c b*. Ducantur modò à punctis *i*, *f*, *h*, rectæ *i o*, *f g*, *h l*, ipſi *e b* æquidiſtantes; erunt *h l*, *f g*, *i o*, lineæ lineis *e b*, *d b*, *c b*, ſingulæ ſingulis æquales; nec non ipſæ *b o*, *b g*, *b l*, ipſis *c i*, *d f*, *e h* æquales. Eritque quadratum *h l* ad quadratum *f g*, ut linea *l b* ad *b g*: & quadratum *f g* ad quadratum *i o*, ut *g b* ad *b o*. Ergo puncta *i*, *f*, *h*, ſunt in una eademque linea Parabolica. Similiterque demonſtrabitur, aſſumptis quibuſcunque temporis particulis æqualibus cujuſlibet magnitudinis, loca mobilis, ſimili motu compoſito lati, iiſdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri. ergo patet propoſitum.

Salu-

Salu. *Questa conclusione si raccoglie dal conuerso della prima delle due proposizioni poste di sopra, imperò che descritta per esempio la Parabola per li punti* b h, *se alcuno delli* 2 f, i, *non fusse nella descritta linea parabolica, sarebbe dentro, ò fuori; e per conseguenza la linea* f g *sarebbe ò minore, ò maggiore, di quella che andasse a terminare nella linea Parabolica: onde il quadrato della* h l *non al quadrato della* f g, *ma ad altro maggiore, ò minore harebbe la medesima proporzione che hà la linea* l b *alla* b g, *ma la hà al quadrato della* f g. *adunque il punto* f *è nella Parabolica; e così tutti gl' altri, &c.*

Sagr. *Non si può negare che il discorso sia nuouo, ingegnoso e concludente, argomentando ex suppositione, supponendo cioè, che il moto trauersale si mantenga sempre equabile, e che il naturale deorsum parimente mantenga il suo tenore d'andarsi sempre accelerando secondo la proporzion duplicata de i tempi: e che tali moti, e loro velocità nel mescolarsi non si alterino, perturbino, & impedischino, sì che finalmente la linea del Proietto non vadia nella continuazion del moto à degenerare in vn' altra spezie; cosa che mi si rappresenta come impossibile. Imperò che, stante che l'asse della Parabola nostra, secondo 'l quale noi supponghiamo farsi il moto naturale de i graui, essendo perpendicolare all' Orizonte, va à terminar nel centro della Terra, & essendo che la linea Parabolica si và sempre slargando dal suo asse, niun Proietto andrebbe già mai à terminar nel centro, ò se vi andrebbe, come par necessario, la linea del Proietto tralignerebbe in altra diuersissima dalla Parabolica.*

Simpl. *Io a queste difficoltà ne aggiungo dell' altre: vna delle quali è che noi supponghiamo, che il piano orizontale il quale non sia nè accliue, nè decliue, sia vna linea retta; quasi che vna simil linea sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro, il che non è vero; perche partendosi dal suo mezo và verso le estremità sempre più, e più allontanandosi dal centro, e però ascendendo sempre; il che si tira in conseguenza essere impossibile, che il moto si perpetui, anzi che nè pur per qualche spazio si mantenga equabile, mà* *ben ſempre vadia languendo. In oltre è per mio credere impoſſibile lo ſchiuar l'impedimento del mezo, ſi che non leui l'equabilità del moto traſuerſale, e la regola dell' accelerazione ne i graui cadenti. Dalle quali tutte difficoltà ſi rende molto improbabile, che le coſe dimoſtrate con tali ſuppoſizioni inconſtanti poſſano poi nelle praticate eſperienze verificarſi.*

Salu. *Tutte le promoſſe difficoltà, e inſtanze ſon tanto ben fondate, che ſtimo eſſere impoſſibile il rimuouerle; & io per me le ammetto tutte, come anco credo che il noſtro Autore eſſo ancora le ammetterebbe. E concedo che le concluſioni così in aſtratto dimoſtrate ſi alterino in concreto, e ſi falſifichino à ſegno tale, che nè il moto traſuerſale ſia equabile, nè l'accelerazione del naturale ſia con la proporzion ſuppoſta, nè la linea del Proietto ſia Parabolica, &c. Ma ben' all' incontro domando che elle non contendano al noſtro Autor medeſimo quello che altri grandiſſimi huomini hanno ſuppoſto, ancor che falſo. E la ſola autorità d' Archimede può quietare ogn'uno: il quale nelle ſue Mecaniche, e nella prima quadratura della Parabola, piglia come principio vero l'ago della bilancia, ò ſtadera eſſere una linea retta in ogni ſuo punto equalmente diſtante dal centro commune de i graui; e le corde alle quali ſono appeſi i graui eſſer tra di loro parallele. La qual licenza viene da alcuni ſcuſata, perche nelle noſtre pratiche gli ſtrumenti noſtri, e le diſtanze le quali vengono da noi adoperate ſon così piccole in comparazione della noſtra gran lontananza dal centro del Globo terreſtre, che ben poſſiamo prendere vn minuto di vn grado del cerchio maſſimo, come ſe fuſſe vna linea retta, e due perpendicoli che da i ſuoi eſtremi pendeſſero, come ſe fuſſero paralleli. Che quando nelle opere praticali ſi haueſſe à tener conto di ſimili minuzie, biſognerebbe cominciare à riprendere gl' Architetti, li quali col perpendicolo ſuppongono d'alzar le altiſſime torri tra linee equidiſtanti. Aggiungo qui, che noi poſſiamo dire, che Archimede, e gl'altri ſuppoſero nelle loro contemplazioni eſſer coſtituiti per infinita lontananza remoti dal centro: nel qual caſo i loro aſſunti non erano falſi; e che però concludé-*

cludeuano con assoluta dimostrazione. Quando poi noi vogliamo praticar' in distanza terminata le conclusioni dimostrate, col suppor lontananza immensa, douiamo diffalcar dal vero dimostrato quello, che importa il non esser la nostra lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale, che domandar si può immensa in comparazione della piccolezza de gl'artificii praticati da noi, il maggior de i quali sarà il tiro de i Proietti, e di questi quello solamente dell' Artiglierie; il quale per grande che sia non passerà 4. miglia, di quelle, delle quali noi siamo lontani dal centro quasi altrettante migliara: & andando questi à terminar nella superficie del Globo terrestre ben potranno solo insensibilmente alterar quella figura parabolica, la quale si concede che sommamente si trasformerebbe nell' andare à terminar nel centro. Quanto poi al perturbamento procedente dall impedimento del mezo, questo è più considerabile, e per la sua tanto moltiplice varietà incapace di poter sotto regole ferme esser compreso, e datone scienza; atteso che, se noi metteremo in considerazione il solo impedimento che arreca l'aria a i moti considerati da noi, questo si trouerà perturbargli tutti; e perturbargli in modi infiniti, secondo che in infiniti modi si variano le figure, le grauità, e le velocità de i mobili. Imperò che quanto alla velocità, secondo che questa sarà maggiore, maggiore sarà il contrasto fattogli dall'aria: la quale anco impedirà più i mobili secondo che saranno men graui: talche se bene il graue descendente dourebbe andare accelerandosi in duplicata proporzione della durazion del suo moto, tuttauia per grauissimo che fusse il mobile, nel venir da grandissime altezze, sarà tale l'impedimento dell'aria, che gli torrà il poter crescere più la sua velocità, e lo ridurrà ad vn moto vniforme, & equabile: e questa adequazione tanto più presto, & in minori altezze si otterra, quanto il mobile sarà men graue. Quel moto anco che nel piano orizontale, rimossi tutti gl'altri ostacoli, deurebbe essere equabile e perpetuo, verrà dall' impedimento dell'aria alterato, e finalmente fermato: e qui ancora tanto più presto, quanto il Mobile sarà più leggiero. De i quali accidenti di gra-

uità, di velocità, & anco di figura, come variabili in modi infiniti, non si può dar ferma scienza. E però per poter scientificamente trattar cotal materia bisogna astrar da essi; e ritrouate, e dimostrate le conclusioni astratte da gl'impedimenti, seruircene nel praticarle con quelle limitazioni, che l'esperienza ci verrà insegnando. E non però piccolo sarà l'utile, perche le materie, e lor figure saranno elette le men sogette a gl'impedimenti del mezo; quali sono le grauissime, e le rotonde: e gli spazii, e le velocità per lo più non saranno si grandi, che le loro esorbitanze non possano con facil tara esser ridotte à segno. Anzi pure ne i Proietti praticabili da noi, che siano di materie graui, e di figura rotonda, & anco di materie men graui, e di figura cilindrica, come frecce, lanciati con frombe, ò archi, insensibile sarà del tutto lo suario del lor moto dall' esatta figura Parabolica. Anzi (e voglio pigliarmi alquanto più di licenza) che ne gl' artifizii da noi praticabili la piccolezza loro renda pochissimo notabili gl'esterni, & accidentarii impedimenti, trai quali quello del mezo è il più considerabile, vi posso io con due esperienze far manifesto. Io farò considerazione sopra i mouimenti fatti per l'aria, che tali son principalmente quelli de i quali noi parliamo: contro i quali essa aria in due maniere esercita la sua forza. L'una è coll' impedir più i mobili men graui, che i grauissimi. L'altra è nel contrastar più alla velocità maggiore, che alla minore dell' istesso mobile. Quanto al primo; il mostrarci l'esperienza che due palle di grandezza eguali, mà di peso l'una 10. *o* 12. *volte più graue dell' altra, quali sarebbero per esempio, vna di piombo, e l'altra di rouere, scendendo dall' altezza di* 150. *ò* 200. *braccia con pochissimo differente velocità arriuano in terra, ci rende sicuri che l'impedimento, e ritardamento dell' aria in amendue è poco; che se la palla di piombo partendosi nell' istesso momento da alto con l'altra di legno, poco fusse ritardata, e questa molto per assai notabile spazio, deurebbe il piombo nell' arriuare in terra lasciarsi a dietro il legno, mentre è* 10. *volte più graue; il che tutta via non accade; anzi la sua anticipazione non sarà nè anco la centesima parte di tutta l'al-*

tal' altezza. E tra vna palla di piombo, & vna di pietra, che di quella pesasse la terza parte, ò la metà, appena sarebbe osseruabile la differenza del tempo delle lor giunte in terra. Hora perche l'impeto che acquista vna palla di piombo nel cadere da vn' altezza di 200. *braccia (il quale è tanto, che continuandolo in moto equabile scorrerebbe braccia* 400. *in tanto tempo quanto fù quello della sua scesa) è assai considerabile rispetto alle velocità, che noi con archi, ò altre machine conferiamo a i nostri Proietti (trattone gl'impeti dependenti dal fuoco) possiamo senza errore notabile concludere, e reputar come assolutamente vere le proposizioni, che si dimostreranno senza il riguardo dell' alterazion del mezo. Circa poi all' altra parte, che è di mostrare, l'impedimento che l'istesso Mobile riceue dall' aria, mentre egli con gran velocità si muoue, non esser grandemente maggiore di quello che gli contrasta nel muouersi lentamente, ferma certezza ce ne porge la seguente esperienza. Sospendansi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di* 4. *ò* 5. *braccia due Palle di piombo eguali; e attaccati i detti fili in alto, si rimuouano amendue le Palle dallo stato perpendicolare; mà l'una si allontani per* 80. *ò più gradi, e l'altra non più che* 4. *ò* 5; *si che lasciate in libertà l'una scenda, e trapassando il perpendicolo descriua archi grandissimi di* 160. 150. 140. *gradi &c. diminuendogli a poco a poco: mà l'altra scorrendo liberamente passi archi piccoli di* 10. 8. 6. *&c. diminuendogli essa ancora a poco, a poco. Qui primieramente dico, che in tanto tempo passerà la prima li suoi gradi* 180. 160. *&c. in quanto l'altra li suoi* 10. 8. *&c. Dalche si fa manifesto, che la velocità della prima Palla sarà* 16. *e* 18. *volte maggiore della velocità della seconda: si che quando la velocità maggiore più douesse essere impedita dall' aria che la minore, più rade deuriano esser le vibrazioni ne gl' archi grandissimi di* 180. *ò* 160. *gradi, &c. che ne i piccolissimi di* 10. 8. 4. *& anco di* 2. *e di* 1. *mà a questo repugna l'esperienza: imperò che, se due compagni si metteranno a numerare le vibrazioni, l'uno le grandissime, e l'altro le piccolissime, vedranno che ne numereranno non pur le decine, mà le centinaia ancora,*

cora, senza discordar d'una sola, anzi d'un sol punto. E questa osseruazione ci assicura congiuntamente delle 2. proposizioni, cioè che le massime, e le minime vibrazioni si fanno tutte à vna à vna sotto tempi eguali, e che l'impedimento e ritardamento dell'aria non opera più ne i moti velocissimi che ne i tardissimi; contro à quello che pur dianzi pareua che noi ancora comunemente giudicassimo.

Sagr. *Anzi, perche non si può negare che l'aria impedisca questi, e quelli, poi che e questi, e quelli vanno languendo, e finalmente finiscono, conuien dire che tali ritardamenti si facciano con la medesima proporzione nell' vna, e nell' altra operazione. Ma chè? L'hauere à far maggior resistenza vna volta, che vn' altra, da che altro proced'egli fuor che dall' esser' assalito vna volta con impeto, e velocità maggiore, & vn' altra con minore? E se questo è; la quantità medesima della velocità del Mobile è cagione, & insieme misura della quantità della resistenza. Adunque tutti i Moti, siano tardi ò veloci, son ritardati, e impediti con l'istessa proporzione; noti a par' a me non disprezzabile.*

Salu. *Possiam per tanto anco in questo secondo caso concludere, che le fallacie nelle conclusioni, le quali astraendo da gl' accidenti esterni si dimostreranno, siano ne gl' artifizii nostri di piccola considerazione, rispetto a i moti di gran velocità de i quali per lo più si tratta, & alle distanze che non sono se non piccolissime in relazione alla grandezza del semidiametro e de i cerchi massimi del Globo terrestre.*

Simp. *Io volentieri sentirei la cagione per la quale V. S. sequestra i Proietti dall' impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della poluere, da gl'altri proietti con frombe, archi, ò balestre, circa 'l non essere nell'istesso modo soggetti all'alterazione, & impedimento dell'aria.*

Salu. *Muouemi l'eccessiua, e per via di dire, furia soprannaturali, con la quale tali Proietti vengono cacciati; che bene anco fuora d'Iperbole mi par che la velocità con la quale vien cacciata la palla fuori d'un moschetto, ò d'una artiglieria, si possa chiamar soprana-*

pranaturali. Imperoche scendendo naturalmente per l'aria da qualche altezza, immensa vna tal Palla, la velocità sua, merce del contrasto dell'aria, non si andrà accrescendo perpetuamente; mà quello che ne i cadenti poco graui si vede in non molto spazio accadere, dico di ridursi finalmente a vn moto equabile, accaderà ancora dopo la scesa di qualche migliara di braccia in vna palla di ferro, ò di piombo, e questa terminata, & vltima velocità si può dire esser la massima, che naturalmente può otter tal graue per aria; la qual velocità io reputo assai minor di quella, che alla medesima palla viene impressa dalla poluere accesa. Del che vna assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da vn' altezza di cento, ò più braccia vn' Archibuso con palla di piombo, all' in giù perpendicolarmente sopra vn pauimento di pietra; e col medesimo si tiri contro vna simil pietra in distanza d'un braccio ò 2. e veggasi poi qual delle 2. palle si troui esser più ammaccata; imperò che se la venuta da alto si trouerà meno schiacciata dell'altra, sarà segno, che l'aria gl'haurà impedita, e diminuita la velocità conferitagli dal fuoco nel principio del moto; e che per conseguenza vna tanta velocità non gli permetterebbe l'aria che ella guadagnasse già mai venendo da quanto si voglia subblime altezza: che quando la velocità impressagli dal fuoco, non eccedesse quella che per se stessa naturalmente scendendo potesse acquistare, la botta all'ingiù deurebbe più tosto esser più valida, che meno. Io non ho fatto tale esperienza, mà inclino à credere, che vna palla d'archibuso ò d' Artiglieria cadendo da vn'altezza quanto si voglia grande, non farà quella percossa che ella fà in vna muraglia in lontananza di poche braccia, cioè di così poche che 'l breue sdrucito, ò vogliam dire scissura da farsi nell'aria, non basti a leuar l'eccesso della furia sopranaturale impressagli dal fuoco. Questo souerchio impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformità nella linea del Proietto, facendo 'l principio della Parabola meno inclinato, e curuo, del fine. Ma questo poco ò niente può esser di progiudizio al nostro Autore nelle praticali operazioni; trà le quali principale è la composizione d'una Tauola per i tiri, che dicono

 di Vo-

di Volata, la quale contenga le lontananze delle cadute delle Palle tirate ſecondo tutte le diuerſe eleuazioni. E per che tali proiezzioni ſi fanno con Mortari, e con non molta carica; in queſti non eſſendo ſopranaturale l'impeto, i tiri ſegnano le lor linee aſſai eſattamente.

Ma in tanto procediamo auanti nel trattato, doue l'Autore ci vuole introdurre alla contemplazione, & inveſtigazione dell'impeto del Mobile, mentre ſi muoue con moto compoſto di due. E prima del compoſto di due equabili: l'uno Orizontale, e l'altro perpendicolare.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si aliquod Mobile duplici motu æquabili moueatur, nempe Orizontali, & perpendiculari, impetus ſeu momentum lationis ex utroque motu compoſitæ erit potentia æqualis ambobus momentis priorum motuum.

Moveatur enim aliquod Mobile æquabiliter duplici latione: & mutationi perpendiculari reſpondeat ſpatium *a b*; lationi vero horizontali eodem tempore confectæ reſpondeat *b c*. Cum igitur per motus æquabiles conficiantur eodem tempore, ſpatia *a b*, *b c*, erunt harum lationum momenta inter ſe, ut ipſæ *a b*, *b c*. Mobile verò, quod ſecundum haſce duas mutationes movetur, deſcribit diagonalem *a c*. erit momentum ſuæ velocitatis ut *a c*.

Verum *a c* potentia æquatur ipſis *a b*, *b c*. ergo momentum compoſitum ex utriſque momentis *a b*, *b c*, eſt potentia tantum illis ſimul ſumptis æquale. quod erat oſtendendum.

Simpl. *E' neceſſario leuarmi vn poco di ſcrupolo che qui mi naſce, parendomi che queſto che hora ſi conclude repugni ad vn' altra propoſizione del trattato paſſato; nella quale ſi affermaua, l'impeto del mobile venente dall'* a *in* b *eſſere eguale al venente dall'* a *in* c. *& hora ſi conclude l'impeto in* c *eſſer maggiore che in* b.

Salu.

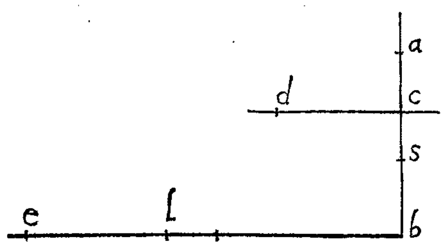
Salu *Le propoſizioni S. Simpl. ſono amendue vere, ma molto diverſe tra di loro. Qui ſi parla d'un ſol Mobile moſſo d'un ſol moto, mà compoſto di due amendue equabili; e la ſi parla di 2 mobili moſſi di moti naturalmente accelerati, vno per la perpendicolare* a b, *e l'altro per l'inclinata* a c. *in oltre i tempi quiui non ſi ſuppongono eguali, mà il tempo per l'inclinata* a c *e maggiore del tempo per la perpendicolare* a b. *mà nel moto del quale ſi parla al preſente, i moti per le* a b, b c, a c, *s'intendono equabili, e fatti nell' iſteſſo tempo.*

Simp. *Mi ſcuſino, e ſeguano auanti, che reſto acquietato.*

Salu. *Seguita l'Autore per incaminarci à intender quel che accaggia intorno all' impeto d'un Mobile, moſſo pur d'un moto compoſto di 2. vno, cioè orizontale, & equabile, e l'altro perpendicolare, mà naturalmente accelerato, de i quali finalmente è compoſto il moto del Proietto, e ſi deſcriue la linea Parabolica: in ciaſchedun punto della quale ſi cerca di determinare quanto ſia l'impeto del Proietto: per la cui intelligenza ci dimoſtra l'Autore il modo, ò vogliam' dir metodo, di regolare, e miſurar cotale impeto ſopra l'iſteſſa linea nella quale ſi fa il Moto del graue deſcendente con moto naturalmente accelerato partendoſi dalla quiete: dicendo.*

THEOR. III. PROPOS. III.

Fiat Motus per lineam *a b* ex quiete in *a*, & accipiatur in ea quodlibet punctum *c*; & ponatur ipſamet *a c* eſſe tempus, ſeu temporis menſura caſus ipſius per ſpatium *a c*, necnon menſuram quoque impetus, ſeu momenti in puncto *c* ex deſcenſu *a c* acquiſiti. Modo ſumatur in eadē linea *a b* quodcunque aliud punctū, utputa *b*. in quo determinandum eſt de impetu acquiſito à Mobili per deſcenſum

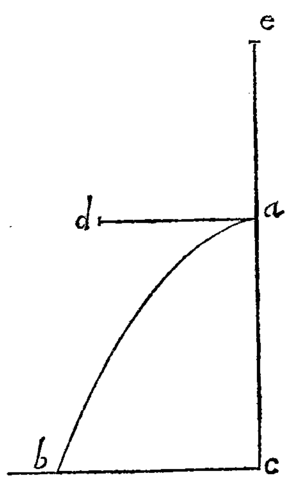


ab, in ratione ad impetum, quem obtinuit in *c*, cujus mensura posita est *ac*. Ponatur *as*, media proportionalis inter *ba*, *ac*. Demonstrabimus, impetum in *b* ad impetum in *c* esse ut lineam *sa* ad *ac*. Sumantur horizontales *cd*, dupla ipsius *ac*; *be* verò dupla *ba*. Constat ex demonstratis, Cadens per *ac*, conversum in horizonte *cd*, atque juxta impetum in *c* acquisitum, motu æquabili delatũ, conficere spatium *cd* æquali tempore atque ipsum *ac* motu accelerato confecit; similiterque *be* confici eodem tempore atque *ab*. Sed tempus ipsius descensus *ab* est *as*. ergo horizontalis *be* conficitur tempore *as*. Fiat ut tempus *sa* ad tempus *ac*, ita *eb* ad *bl*. Cumque motus per *be* sit æquabilis, erit spatium *bl* peractum tempore *ac* secundum momentum celeritatis in *b*. Sed tempore eodem *ac* conficitur spatium *cd* secundum momentum celeritatis in *c*: momenta autem celeritatis sunt inter se ut spatia quæ juxta ipsa momenta eodẽ conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in *c* ad momentum celeritatis in *b*, est ut *dc* ad *bl*. Quia vero ut *dc* ad *be*, ita ipsarum dimidia, nempe *ca* ad *ab*; ut autem *eb* ad *bl*, ita *ba* ad *as*: ergo ex æquali, ut *dc* ad *bl*, ita *ca* ad *as*. hoc est, ut momentum celeritatis in *c* ad momentum celeritatis in *b*, ita *ca* ad *as*; hoc est, tempus per *ca* ad tempus per *ab*. Patet itaque ratio mensurandi impetum, seu celeritatis momentum super linea in qua fit motus descensus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, præmonendum est, quod cum de motu composito ex æquabili horizontali, & ex naturaliter accelerato deorsum futurus sit sermo; (ex tali enim mixtione conflatur, ac designatur linea Projecti, nempe Parabola;) necesse habemus definire aliquam communem mensuram, juxta quam utriusque Motus velocitatem, impetũ, seu momentum dimetiri valeamus. Cumque lationis æquabilis innumeri sint velocitatis gradus, quorum

non

non quilibet fortuitò, ſed unus ex illis innumeris cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquiſito ſit conferendus, & conjungendus; nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo, atque determinando, quam alium ejuſdem generis aſſumendo. Vt autem clarius me explicem; intelligatur perpendicularis *a c* ad horizontalem *c b*: *a c* vero eſſe altitudinem: *c b* autem amplitudinem Semiparabolæ *a b*; quæ deſcribitur à compoſitione duarum lationum; quarum una eſt Mobilis deſcendentis per *a c* motu naturaliter accelerato ex quiete in *a*; altera eſt motus tranſverſalis æquabilis juxta horizontalem *a d*. Impetus acquiſitus in *c* per deſcenſum *a c* determinatur à quantitate ejuſdem altitudinis *a c*. unus enim atque idem eſt ſemper impetus Mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, ſed innumeri aſſignari poſſunt gradus velocitatis motuum æquabilium; ex quorum multitudine, ut illum quem elegero à reliquis ſegregare, & quaſi digito monſtrare poſſim, altitudinem *c a* in ſublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, ſublimitatem *a e* firmabo: ex qua ſi cadens ex quiete in *e* mente concipiam, patet, impetum ejus in termino *a* acquiſitum unum eſſe, cum quo idem Mobile, per horizontalem *a d* converſum, ferri concepero; ejuſque gradum celeritatis eſſe illum, quo in tempore deſcenſus per *e a* ſpatium in horizontali duplum ipſius *e a* conficiet. Hæc præmonere neceſſarium viſum eſt.



Advertatur inſuper, ſemiparabolæ *a b* Amplitudinem à me vocari horizontalem *c b*;

Altitudinem, *a c* nempe, ejusdem Parabolæ axem.

Lineam verò *e a*, ex cujus descensu determinatur impetus horizontalis, Sublimitatem appello.

His declaratis, ac definitis, ad demonstrandum me confero.

Sagr. *Fermate in grazia per che qui mi par che conuenga adornar questo pensiero dell' Autore con la conformità del concetto di Platone intorno al determinare le diuerse velocità de i Moti equabili delle conuersioni de i Moti Celesti; il quale hauendo per auuentura hauto concetto non potere alcun Mobile passare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocità, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarsi, se non col passare per tutti gl'altri gradi di velocità minori, ò vogliam dire di tardità maggiori, che trà l'assegnato grado, e l'altissimo di tardità, cioè della quiete, intercedono, disse che Iddio dopo hauer creati i corpi mobili celesti per assegnar loro quelle velocità, cõ le quali poi douessero con moto circolare equabile perpetuamente muouersi, gli fece, partendosi loro dalla quiete, muouer per determinati spazii di quel moto naturale, e per linea retta secondo 'l quale noi sensatamente veggiamo i nostri mobili muouersi dallo stato di quiete accelerandosi successiuamente. E soggiugne, che hauendogli fatto guadagnar quel grado, nel quale gli piacque, che poi douessero matenersi perpetuamente, conuertì il moto loro retto in circolare; il quale solo è atto a conseruarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi, ò auuicinarsi à qualche prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto più da stimarsi quanto i fondamenti taciuti da quello, e scoperti dal nostro Autore con leuargli la maschera, ò sembianza poetica lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile che hauendo noi per le dottrine Astronomiche assai competente notizia delle grandezze de gl' Orbi, de i Pianeti, e delle distanze loro dal centro, intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocità, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) hauer tal volta per sua curiosità hauto*

pensiero

pensiero d'andare investigando, se si potesse assegnare una determinata sublimità dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i Pianeti, e mossisi per certi spazii di moto retto, e naturalmente accelerato, conuertendo poi la velocità acquistata in moti equabili, si trouassero corrispondere alle grandezze de gl'orbi loro, e à i tempi delle loro reuoluzioni.

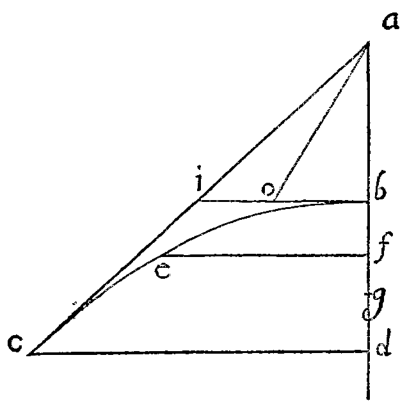
Salu. *Mi par souuenire che egli già mi dicesse haver vna volta fatto il computo, & anco trouatolo assai acconciamente rispondere alle osseruazioni; ma non hauerne voluto parlare, giudicando che le troppe nouità da lui scoperte, che lo sdegno di molti gl'hanno prouocato, non accendessero nuoue scintille. Ma se alcuno haurà simil desiderio, potrà per se stesso con la dottrina del presente trattato sodisfare al suo gusto. Ma seguitiamo la nostra materia; che è di dimostrare.*

PROBL. I. PROPOS. IV.

Quomodo in datæ Parabolæ à Proiecto descriptæ punctis singulis impetus sit determinandus.

Sit Semiparabola *b e c*, cujus amplitudo *c d*, altitudo *d b*, quæ extensa in sublimi occurrat tangenti Parabolam *c a* in *a*, & per verticem *b* sit horizonti & *c d* parallela *b i*. Quod si amplitudo *c d* sit æqualis toti altitudini *d a*, erit *b i* æqualis *b a* & *b d*. Et si temporis casus per *a b*, & momenti velocitatis acquisiti in *b* per descensum *a b* ex quiete in *a*, ponamus mensuram esse ipsammet *a b*; erit *d c* (dupla nempe *b i*) spatium, quod per impetum *a b*, per horizontalem conuersum conficiet eodē tempore. Sed eodem tempore cadens per *b d*, ex quiete in *b*, conficit altitudinem *b d*: ergo mobile cadens ex quiete in *a*, per *a b* conversum cum impetu *a b*, per horizontalem conficit spatium æquale *d c*. Superveniente vero casu per *b d*, conficit altitudinem *b d*; & Parabola *b c* designatur: cujus impetus in termino *c* est compositus ex æquabili transversali; cujus momentū est ut *a b*, & ex altero momento acquisito in descensu

descensu *b d* in termino *d* seu *c*; quæ momenta æqualia sunt. Si ergo intelligamus, *a b* alterius illorum esse mensuram, ut puta transversalis æquabilis: *b i* vero, quæ ipsi *b d* est æqualis, esse mensuram impetus acquisiti in *d* seu *c*: subtensa *i a* erit quantitas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quãtitas, seu mensura integri momenti, quo Projectum veniẽs per Parabolam *b c* impetum facit in *c*. His retentis, accipiatur in Parabola quodlibet punctum *e*, in quo de impetu Projecti determinandum sit. Ducatur horizontalis *e f*: & accipiatur *b g* media proportionalis inter *b d*, *b f*. Cumque



posita sit *a b* seu *b d* esse mensura temporis, & momenti velocitatis in casu *b d* ex quiete in *b*; erit *b g* tempus, seu mensura temporis, & impetus in *f*, venientis ex *b*. Si igitur ponatur *b o* æqualis *b g*; juncta diagonalis *a o* erit quantitas impetus in puncto *e*. est enim *a b* determinatrix posita temporis, & impetus in *b*, qui conversus in horizontali, semper servatur idem: *b o* vero determinat impetum in *f* seu *e* per descensum ex quiete in *b*, in altitudine *b f*. his autem, *a b*, *b o*, potentia æquipollet *a o*. Patet ergo quod quærebatur.

Sagr. *La contemplazione del componimento di questi impeti diuersi, e della quantità di quell' impeto, che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuoua, che mi lascia la mente in non piccola confusione. Non dico della mistione di due mouimenti equabili, benche trà di loro diseguali, fatti vno per la linea orizontale, e l'altro per la perpendicolare, che di questi resto capacissimo farsi vn moto in potenza eguale ad amendue i componẽti, mà mi nasce confusione nel mescolamento dell' orizontale equabile perpendicolare naturalmente*

mente accelerato. Però vorrei che insieme digerissimo meglio questa materia.

Simp. *Et io tanto più ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna, nelle proposizioni, che sono come primi fondamenti dell' altre che gli seguono appresso. Voglio inferire, che anco nella mistione de i due Moti equabili orizontale, e perpendicolare vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Hora S. Salu. V. S. intende il nostro bisogno, e desiderio.*

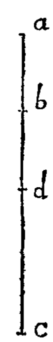
Salu. *Il desiderio è molto ragioneuole: e tenterò se l'hauer' io più lungo tempo potuto pensarui sopra può ageuolare la vostra intelligenza. Ma conuerrà comportarmi, e scusarmi, se nel discorrere andrò replicãdo buona parte delle cose sin qui poste dall' Autore.*

Discorrer determinatamente circa i mouimenti, e lor velocità, ò impeti, siano quelli ò equabili, ò naturalmente accelerati, non possiamo noi senza prima determinar della misura, che vsar vogliamo per misurar tali velocità, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, già habbiamo la comunemente riceuuta per tutto delle hore, minuti primi, e secondi, &c. e come per misura del tempo ci è la detta comune riceuuta da tutti, così bisogna assegnarne vna per le velocità, che appresso tutti sia comunemente intesa, e riceuuta; cioè che appresso tutti sia l'istessa. Atta per tale vso ha stimato l' Autore, come si è dichiarato, esser la velocità de i graui naturalmente descendenti; de i quali le crescenti velocità in tutte le parti del mondo serbano l'istesso tenore. Si che quel grado di velocità che (per esempio) acquista vna Palla di piombo d'una libra nell' esser, partendosi dalla quiete, scesa perpendicolarmente quanto è l'altezza di vna picca, è sempre, e in tutti i luoghi il medesimo, e per ciò accomodatissimo per esplicar la quantità dell' impeto deriuante dalla scesa naturale. Resta poi il trouar modo di determinare anco la quantità dell' impeto in vn moto equabile in guisa tale, che tutti coloro, che circa di quello discorrino, si formino l'istesso concetto della grandezza, e velocità sua; si che vno non se lo figuri più ve-

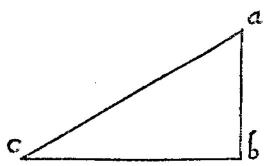
loce, e vn altro meno; onde poi nel congiugnere, e meſcolar queſto da ſe concepito equabile con lo ſtatuito moto accelerato, da diuerſi huomini ne vengano formati diuerſi concetti di diuerſe grandezze d'impeti. Per determinare, e rappreſentare cotal' impeto, e velocità particolare, non ha trouato il noſtro Autore altro mezo più accomodato, che 'l ſeruirſi dell' impeto, che và acquiſtando il Mobile nel moto naturalmente accelerato, del quale qualſiuoglia momento acquiſtato, conuertito in Moto equabile ritien la ſua velocità limitata preciſamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fù quello della ſceſa, paſſa doppio ſpazio dell' altezza dalla quale è caduto. Ma perche queſto è punto principale nella materia che ſi tratta, è bene con qualche eſempio particolare farſi perfettamente intendere. Ripigliando dunque la velocità, e l'impeto acquiſtato dal graue cadente, come dicemmo, dall' altezza d'una Picca, della quale velocità vogliamo ſeruirci per miſura di altre velocità, & impeti in altre occaſioni, e poſto per eſempio che il tempo di tal caduta ſia 4 minuti ſecondi d' hora; per ritrouar da queſta tal miſura quãto fuſſe l'impeto del cadente da qualſiuoglia altra altezza maggiore, ò minore, non douiamo dalla proporzione, la quale queſt' altra altezza haueſſe con l'altezza d'una Picca argomentare, e concludere la quantità dell' impeto acquiſtato in queſta ſeconda altezza: ſtimando, per eſempio, che il cadente da quadrupla altezza haueſſe acquiſtato quadrupla velocità, per che ciò è falſo: imperò che non creſce, ò cala la velocità nel moto naturalmente accelerato ſecondo la proporzione degli ſpazii, mà ben ſecondo quella de i tempi, della quale quella degli ſpazii è maggiore in duplicata proporzione, come già fu dimoſtrato. Però quando noi haueſſimo in vna linea retta aſſegnatane vna parte per miſura della velocità, & anco del tempo, e dello ſpazio in tal tempo paſſato (che per breuità tutte tre queſte grandezze con vn' iſteſſa linea ſpeſſe volte vengono rappreſentate:) per trouar la quantità del tempo, e 'l grado di velocità che il mobile medeſimo in altra diſtanza harebbe acquiſtato, ciò otterremo noi, non immediatamente da queſta ſeconda diſtanza, mà dalla

linea

linea che trà le due distanze sarà media proporzionale. Mà con vn' esempio meglio mi dichiaro. Nella linea a c *perpendicolare all' orizonte intendasi la parte* a b *essere vno spazio passato da vn graue naturalmēte descendente di moto accelerato: il tempo del qual passaggio, potēdo io rappresentarlo con qualsiuoglia linea, voglio per breuità figurarlo esser quanto la medesima linea* a b. *e parimente per misura dell' impeto, e velocità acquistata per tal moto pongo pur l'istessa linea* a b. *si che di tutti gli spazii che nel progresso del discorso si hanno a considerare, la misura sia la parte* a b. *Stabilite ad arbitrio nostro sotto vna sola grandezza* a b. *queste 3. misure di generi di quātità diuersissimi, cioè di spazii, di tempi, e di impeti, siaci proposto di douer determinare nell' assegnato spazio, e altezza* a c. *quanto sia per essere il tempo della scesa del cadente da l'* a *in* c. *e quanto l'impeto che in esso termine* c. *si trouerà hauere acquistato, in relazione al tempo, & all' impeto misurati per la* a b. *L'uno, e l'altro quesito si determinerà pigliando delle 2. linee* a c, a b. *la media proporzionale* a d. *affermando il tempo della caduta per tutto lo spazio* a c *esser quanto il tempo* a d. *in relazione al tempo* a b, *posto da principio per la quantità del tempo nella scēsa* a b. *Diremo parimente l'impeto, ò grado di velocità che otterrà 'l cadente nel termine* c, *in relazione all'impeto, che hebbe in* b, *esser quale è la medesima linea* a d, *in relazione alla* a b, *essendo che la velocità cresce con la medesima proporzione, che cresce il tempo: la qual conclusione, se ben fu presa come postulato, pur tuttauia volse l' Autore esplicarne l' applicazione di sopra alla proposizion terza.*



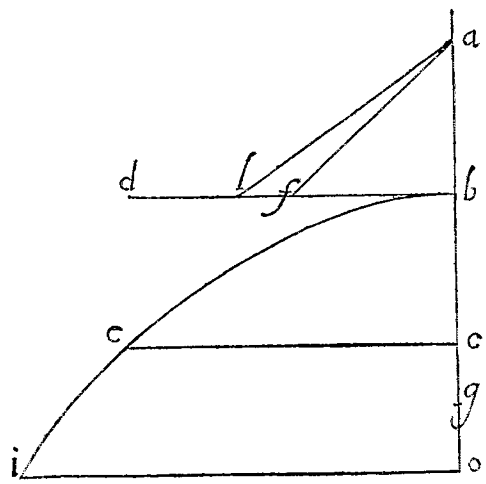
Ben compreso, e stabilito questo punto, venghiamo alla considerazione dell impeto deriuante da 2. moti composti; vno de i quali sia composto dell' orizontale, e sempre equabile, e del perpendicolare all' orizonte, e esso ancora equabile. Mà l' altro sia composto dell' orizontale pur sempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato. Se amendue saranno equabili, già s' è visto come l' impeto *resultante dalla composizione di amendue è in potenza equale ad amendue, come per chiara intelligenza esemplificheremo così. Intendasi il Mobile descendente per la perpendicolare* ab. *hauer, per esempio, 3. gradi d'impeto equabile, mà trasportato per la* ab *verso* c, *esser tal velocità, & impeto di 4. gradi, si che nel tempo medesimo che scendendo passerebbe nella perpendicolare, v. g. 3. braccia, nella orizontale ne passerebbe 4. ma nel composto di amendue le velocità viene nel medesimo tempo dal punto* a, *nel termine* c, *caminando sempre per la diagonale* ac. *la quale non è lunga 7, quanto sarebbe la composta delle 2,* ab *3, e* bc *4. mà è 5. la qual 5 è in potenza equale alle due 3 e 4. imperoche fatti li quadrati del 3 e del 4, che sono 9 e 16, e questi congiunti insieme, fanno 25 per il quadrato di* ac. *il quale alli due quadrati di* ab *e di* bc, *è eguale. onde la* ac *sarà quanto è il lato, ò vogliam dir, la radice del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma, e sicura, quando si debba assegnare la quantità dell' impeto resultante da 2. impeti dati, vno orizontale, e l'altro perpendicolare & amendue equabili, si dene di amendue fare i quadrati, e componendogli insieme estrar la radice del composto, la quale ci darà la quantità dell' impeto composto di amendue quelli. E così nell' esempio posto, quel mobile che in virtù del moto perpendicolare harebbe percosso sopra l'Orizonte con 3. gradi di forza; e col moto solo orizontale harebbe percosso in* c. *con gradi 4. percotendo con amendue gl'impeti congiunti, il colpo sarà come quello del percuziente mosso con gradi 5. di velocità, e di forza. E questa tal percossa sarebbe del medesimo valore in tutti i punti della diagonale* ac, *per esser sempre gl'impeti composti i medesimi non mai cresciuti, ò diminuiti.*



Veggiamo hora quello che accaschi nel comporre il moto orizontale equabile con vn moto perpendicolare all' Orizonte, il quale cominciando dalla quiete vadia naturalmente accelerandosi. Già è mani-

manifesto, che la diagonale, che è la linea del moto composto di questi due, non è vna linea retta, mà semiparabolica, come si è dimostrato; nella quale l'impeto và sempre crescendo, mercè del continuo crescimento della velocità del moto perpendicolare: La onde per determinar qual sia l'impeto in vn' assegnato punto di essa diagonale parabolica, prima bisogna assegnar la quantità dell' impeto vniforme orizontale, e poi inuestigar qual sia l'impeto del cadente nell' assegnato punto: il che non si può determinare senza la considerazione del tempo decorso dal principio della composizione de i 2. moti: la qual considerazione di tempo non si richiede nella composizione de i moti equabili, le velocità, & impeti de i quali son sempre i medesimi: mà quì doue entra nella mistione vn moto, che cominciando dalla somma tardità, và crescendo la velocità conforme alla continuazion del tempo; è necessario che la quantità del tempo ci manifesti la quantità del grado di velocità nell' assegnato punto: che quanto al resto poi l'impeto composto di questi 2, è (come ne i moti vniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Ma quì ancora meglio mi dichiaro con vn' esempio. Sia nella perpendicolare all' orizonte a c, *presa qualsiuoglia parte* a b; *la quale figuro che serua per misura dello spazio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo, & anco del grado di velocità ò vogliam dire de gl' impeti. E' primieramente manifesto, che se l'impeto del cadente in* b *della quiete in* a, *si conuertirà sopra la* b d *parallela all'orizonte in moto equabile, la quantità della sua velocità sarà tanta, che nel tempo* a b *passerà vno spazio doppio dello spazio* a b. *e tanta sia la linea* b d. *Posta poi la* b c *eguale alla* b a, *e tirata la parallela* c e *alla* b d, *& ad essa eguale, descriueremo per i punti* b e *la linea Parabolica* b e i. *E perche nel tempo* a b *con l'impeto* a b *si passa l'orizontale* b d, *ò* c e, *doppia della* a b, *e passasi ancora in altrotanto tempo la perpendicolare* b c *con acquisto d'impeto in* c *eguale al medesimo orizontale, adunque il mobile in tanto tempo quanto è* a b, *si trouerà dal* b *giunto in* e *per la Parabola* b e, *con vn' impeto composto di due, ciasche-*

duno eguale all' impeto ab. *E perche l'uno di essi è orizontale, e l'altro perpendicolare, l'impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di vno. Onde posta la* bf *eguale alla* ba, *e tirata la diagonale* af *l'impeto, e la percossa in* e; *sarà maggiore della percossa in* b *del cadente dall' altezza* a, *overo della percossa dell' impeto orizontale per la* bd, *secondo la proporzione di* af *ad* ab. *Ma quando, ritenendo pur sempre la* ba, *per misura dello spazio della caduta dalla quiete in* a *sino in* b, *e per misura del tempo e dell' impeto del cadente acquistato*



in b *l'altezza* bo *non fusse eguale, mà maggiore della* ab, *presa la* bg *media proporzionale tra esse* ab : bo *sarebbe essa* bg, *misura del tempo, e dell' impeto in* o *per la caduta nell' altezza* bo, *acquistato in* o. *e lo spazio per l'orizontale, il quale passato con l'impeto* ab *nel tempo* ab, *sarebbe doppio della* ab. *sarà in tutta la durazion del tempo* bg *tanto maggiore, quanto à proporzione la* bg *è maggiore della* ba. *Posta dunque la* lb *eguale alla* bg, *e tirata la diagonale* al, *hauremo da essa la quantità composta delli 2 impeti orizontale, e perpendicolare, da i quali si descriue la Parabola; de i quali l'orizontale, & equabile, è l'acquistato in* b, *per la caduta* ab; *e l'altro è l'acquistato in* o, *ò vogliam dire in* i, *per la caduta* bo; *il cui tempo fu* bg. *come anco la quantità del suo momento. E con simil discorso inuestigheremo l'impeto nel termine estremo della Parabola, quãdo l'altezza sua fusse minore della sublimità* ab, *pren-*

prendendo trà amendue la media; la quale posta nell' orizontale in luogo della b f, *è congiunta la diagonale, come* a f, *haremo da questa la quantità dell' impeto nell' estremo termine della Parabola.*

A quanto sin quì si è considerato circa questi impeti, colpi, ò vogliam dir percosse di tali Proietti, conuiẽ aggiugnere vn' altra molto necessaria considerazione; e questa è, che non basta por mente alla sola velocità del Proietto per ben determinare della forza, & energia della percossa, mà conuien chiamare a parte ancora lo stato, e condizione di quello, che riceue la percossa; nell' efficacia della quale esso per più rispetti hà gran participazione, e interesse. E prima non è chi non intenda, che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percoziente, inquanto ella se gli oppone, e frena in tutto, ò in parte il moto di quello: che se il colpo arriuerà sopra tale, che ceda alla velocità del percoziente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo: E colui che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiugnerlo accaderà, che quello si muoua fuggendo con pari velocità, non farà colpo, e l'azzione sarà vn semplice toccare senza offendere.

Mà se la percossa verrà riceuuta in vn oggetto, che non in tutto ceda al percoziente, mà solamente in parte, la percossa danneggerà mà non con tutto l'impeto; mà solo con l'eccesso della velocità di esso percoziente sopra la velocità della ritirata, e cedenza del percosso: sì che, se v. g. il percoziente arriuerà con 10. *gradi di velocità sopra'l percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi* 4. *l'impeto, e percossa sarà come di gradi* 6. *E finalmente intera, e massima sarà la percossa, per la parte del percoziente, quando il percosso nulla ceda, mà interamente si opponga, e fermi tutto 'l moto del percoziente; se però questo può accadere. Et hò detto per la parte del percoziente, per che quando il percosso si mouesse con moto contrario verso 'l percoziente, il colpo, e l'incontro si farebbe tanto più gagliardo quanto le* 2. *velocità contrarie vnite son maggiori che la sola del percoziente. Di più conuiene anco auuertire, che il ceder* *più, ò meno, può deriuare non solamente dalla qualità della materia più, ò men dura, come se sia di ferro, di piombo, ò di lana, &c. mà dalla positura del corpo, che riceue la percossa: la qual positura se sarà tale che 'l moto del percoziente la vadia à inuestire ad angoli retti, l'impeto del colpo sarà il massimo: mà se 'l moto verrà obbliquamente, e come diciam noi, à scancio, il colpo sarà più debole; e più, e più secondo là maggiore obbliquità: perche in oggetto in tal modo situato, ancor che di materia sodissima, non si spegne, e ferma tutto l'impeto, e moto del percoziente, il quale sfuggendo passa altre, continuando almeno in qualche parte à muouersi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell' impeto del Proietto nell' estremità della linea Parabolica, si deue intendere della percossa riceuuta sopra vna linea ad angoli retti ad essa Parabolica, ouero alla tangente la Parabola nel detto punto: per che se ben quel moto è composto d'un orizontale, e d'un perpendicolare, l'impeto nè sopra l'orizontale nè sopra 'l piano eretto all' orizonte, è il massimo, venendo sopra amendue riceuuto obbliquamente.*

Sagr. *Il ricordar V. S. questi colpi, e queste percosse mi hà risuegliato nella mente vn Problema, ò vogliam dire questione mecanica, della quale non hò trouato appresso autore alcuno la soluzione, nè cosa che mi scemi la marauiglia, ò al meno in parte mi quieti l'intelletto. E 'l dubio, e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa deriuare, e da qual principio possa dependere l'energia, e la forza immensa, che si vede consistere nella Percossa, mentre col semplice colpo d'un martello, che non habbia peso maggiore d'* 8. *ò* 10. *libre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso d'un graue, che senza percossa vi faccia impeto solamente calcando, e premendo, benche la grauità di quello passi molte centinaia di libre. Io vorrei pur trouar modo di misurar la forza di questa percossa, la quale non penso però che sia infinita: anzi stimo che ella habbia il suo termine da potersi pareggiare, e finalmente regolare con altre forze di grauità prementi, ò di Leue, ò di*

Viti,

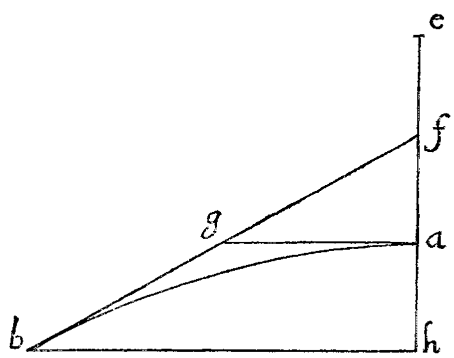
Viti, ò di altri ſtrumenti mecanici, dei quali io à ſodisfazione reſto capace della multiplicazione della forza loro.

Salu. *V. S. non è ſolo nella marauiglia dell' effetto, e nella oſcurità della cagione di così ſtupendo accidente. Io vi penſai per alcun tempo in vano, accreſcendo ſempre la confuſione: ſin che finalmente, incontrandomi nel noſtro Academico, da eſſo riceuei doppia conſolazione: prima nel ſentire come egli ancora era ſtato lungo tempo nelle medeſime tenebre; e poi nel dirmi, che dopo l'hauerui in vita ſua conſumate molte migliara di hore ſpecolando, e filoſofando, ne haueua conſeguite alcune cognizioni lontane dai noſtri primi concetti, e però nuoue, e per la nouità ammirande. E perche hormai sò che la curioſità di V. S. volentieri ſentirebbe quei penſieri, che ſi allontanano dall' opinabile, non aſpetterò la ſua richieſta; ma gli do parola, che ſpedita che hauremo la lettura di queſto trattato de i Proietti, gli ſpiegherò tutte quelle fantaſie, ò vogliam' dire, ſtrauaganze, che de i diſcorſi dell' Accademico mi ſon rimaſte nella memoria. In tanto ſeguitiamo le propoſizioni dell' Autore.*

PROPOS. V. PROBL.

In axe extenſo datæ Parabolæ punctum ſublime reperire, ex quo cadens Parabolam ipſam deſcribit.

Sit Parabola *a b.* cujus amplitudo *h b.* & axis extenſus *h e.* in quo reperienda ſit ſublimitas, ex qua Cadens, & impetum in *a* conceptum in horizontalem convertens, Parabolam *a b* deſcribat. Ducatur horizontalis *a g.* quæ erit parallela ipſi *b h.* & poſita *a f*, æquali *a h*, ducatur recta *f b.* quæ Parabolam tanget in *b*, & horizontalem *a g* in *g* ſecabit. accipiaturque ipſarum *f a, a g*, tertia proportionalis *a e*. Dico *e* eſſe punctum ſublime quæſitum, ex quo Cadens ex quiete in *e*, & conceptum impetum in *a* in horizontalē convertens ſuperveniente impetu deſcenſus in *h* ex quiete in *a*, Parabolam *a b* deſcribet. Si enim intelligamus, *e a* eſſe menſuram temporis descensus ex *e* in *a*, nec non impetus acquisiti in *a*, erit *ag* (media nempe inter *ea*, *af*) tempus, & impetus, venientis ex *f* in *a* seu ex *a* in *h*. Et quia veniens ex *e* tempore *ea*, cum impetu acquisito in *a*, conficit in latione horizontali motu æquabili duplam *ea*; ergo etiam latum eodem impetu



conficiet in tempore *ag* duplam *ga*, media nempe *bh*; (spatia enim confecta eodem motu æquabili sunt inter se ut eorundem motuum tempora;) & in perpendiculari, motu ex quiete, eodem tempore *ga*, conficitur *ah* ergo eodem tempore conficiuntur à Mobili amplitudo *hb*, & altitudo *ah*. Describitur ergo Parabola *ab* ex casu venientis à sublimitate *e*. quod quærebatur.

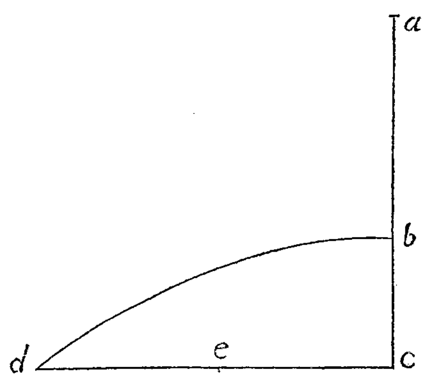
COROLLARIVM.

Hinc constat, dimidiam basim, seu Amplitudinem Semiparabolæ (quæ est quarta pars amplitudinis integræ Parabolæ) esse mediam proportionalem inter altitudinem ejus, & sublimitatem, ex qua Cadens eam designat.

PRO-

PROPOS. VI. PROBL.

Data Sublimitate, & Altitudine, Semiparabolæ Amplitudinem reperire.

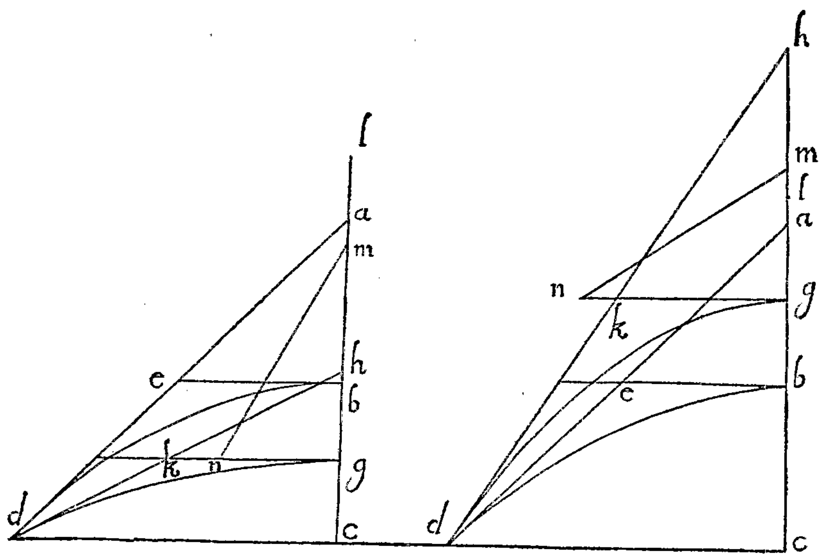


Sit ad horizontalem lineam *d c* perpendicularis *a c*. in qua data ſit altitudo *c b*, & ſublimitas *b a*. oportet in horizontali *c d* Amplitudinem Semiparabolæ reperire, quæ ex Sublimitate *b a* cum altitudine *b c* deſignatur. Accipiatur media proportionalis inter *c b*, *b a*. cujus *c d* ponatur dupla. Dico *c d* eſſe Amplitudinem quæſitam. Id autem ex præcedenti manifeſtum eſt.

THEOR. PROPOS. VII.

In Proiectis, à quibus Semiparabolæ ejuſdem Amplitudinis deſcribuntur, minor requiritur impetus in eo, quod deſcribit illam, cujus Amplitudo ſuæ Altitudinis eſt dupla, quàm in quolibet alio.

Sit enim Semiparabola *b d* cujus Amplitudo *c d* dupla ſit Altitudinis ſuæ *c b* & in axe, in ſublimi extenſo, ponatur *b a*, altitudini *b c* æqualis: & jungatur *a d*, quæ ſemiparabolam tanget in *d*; & horizontalem *b e* ſecabit in *e*. eritque *b e* ipſi *b c* ſeu *b a* æqualis. conſtat, ipſam deſcribi à Projecto, cujus impetus æquabilis horizontalis ſit, qualis eſt in *b* Cadentis ex quiete in *a*, impetus verò naturalis deorſum, qualis eſt venientis in *c* ex quiete in *b*. Ex quo conſtat, impetum ex iſtis compoſitum, quodque in termino *d* impingit, eſſe ut diagonalem *a e*, potentia nempe ipſis ambobus æqualem. Sit modò quælibet alia Semiparabola *g d*; cujus amplitudo eadem *c d*. Altitudo vero *c g* minor, vel major, altitudine *b c*; eamque tangat *h d*, ſecans horizontalem per *g*, ductam in puncto *k*. & fiat, ut *h g* ad *g k*, ita *k g* ad *g l*. erit, ex antedemonſtratis, altitudo *g l*. ex qua cadens deſcribet Parabolam *g d*. Inter *a b* & *g l* media proportionalis ſit *g m*; erit *g m* tempus, & momentum, ſive impetus in *g* Cadentis ex *l*. (poſitum enim eſt, *a b* eſſe men-



ſuram temporis & impetus.) Sit rurſus inter *b c*, *c g*, media *g n*. quæ erit temporis & impetus menſura Cadentis ex *g* in *c*. Si igitur jungatur *m n*, erit ipſa impetus menſura Projecti per Parabolam *b d*, illidentis in termino *d*. Quem quidem impetum majorem eſſe dico impetu Projecti per Parabolam

lam bd. cujus quantitas erat ut ae. Quia enim gn posita est media inter bc, cg, est autem bc æqualis be, hoc est hg: (est enim unaquæque subdupla dc:) erit ut cg ad gn, ita ng ad gk. &, ut cg seu hg ad gk, ita quadratum ng ad quadratum gk. ut autem hg ad gk, ita facta est kg ad gl. ergo ut ng ad quadratum gk, ita kg ad gl. sed ut kg ad gl, ita quadratum kg ad quadratum gm. media enim est gm inter kg, gl. ergo tria quadrata ng, kg, gm, sunt continuè proportionalia: & duo extrema ng, gm, simul sumpta, id est, quadratum mn, majus quam duplum quadrati kg, cujus quadratum ae duplum est: ergo quadratum mn majus est quadrato ae; & linea mn major linea ea. quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc apparet, quod conversim in Projecto ex termino d, per Semiparabolam db, minor impetus requiritur quam per quamcunque aliam juxta elevationem majorem, seu minorem elevatione semiparabolæ bd, quæ est juxta tangentem ad, angulum semirectum supra horizonte continentem. Quod cum ita sit, constat, quod, si cum eodem impetu fiant projectiones ex termino d, juxta diversas elevationes, maxima projectio, seu amplitudo semiparabolæ sive integræ Parabolæ erit quæ consequitur ad elevationem anguli semirecti: reliquæ verò juxta majores, sive minores angulos factæ, minores erunt.

Sagr. *Piena di marauiglia, e di diletto insieme è la forza delle dimostrazioni necessarie quali sono le sole Matematiche. Già sapeuo io per fede prestata alle relazioni di più Bombardieri, che di tutti i tiri di Volata dell' Artiglieria, ò del Mortaro, il massimo, cioè quello che in maggior lontananza caccia la Palla, era il fatto all' eleuazione di mezo angolo retto, che essi dicono, del sesto punto della squadra; mà l'intender la cagione, onde ciò auuenga supera*

 d'infini-

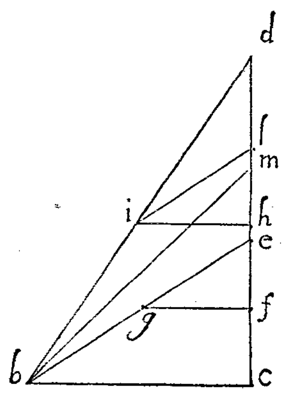
d'infinito interuallo la semplice notizia hauta dalle altrui attestazioni, & anco da molte replicate esperienze.

Salu. *V. S. molto veridicamente discorre: e la cognizione d'un solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l'intelletto a'ntendere, & assicurarci d'altri effetti, senza bisogno di ricorrere alle esperienze, come appunto auuiene nel presente caso, doue guadagnata per il discorso dimostratiuo la certezza dell' essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell' eleuazione dell' angolo semiretto, ci dimostra l'Autore quello, che forse per l'esperienza non è stato osservato; e questo è, che de gl'altri tiri, quelli sono tra di loro eguali, le eleuazioni de i quali superano, ò mancano per angoli eguali dalla semiretta: si che le Palle tirate dall' horizonte vna secondo l'eleuazione di 7. punti, e l'altra di 5. andranno à ferir su l'orizonte in lontananze eguali; e così eguali saranno i tiri di 8. e di 4. punti; di 9. e di 3. &c. Hor sentiamone la dimostrazione.*

THEOR. PROPOS. VIII.

Amplitudines Parabolarum à Projectis eodem impetu explosis factarum, juxta elevationes per angulos aequales suprà, & infra à Semirecto distantes, aequales sunt inter se.

Trianguli *m c b*, circa angulum rectum *c*, sint horizontalis *b c*, & perpendicularis *c m* aequales; sic enim angulus *m b c* semirectus erit: & extensa *c m* in *d* supra & infra diagonalem *m b*, constituantur in *b* duo anguli aequales *m b e*, *m b d*. Demonstrandum est, amplitudines Parabolarum à Projectis explosis eodem impetu ex termino *b*, juxta elevationes angulorum *e b c*, *d b c*, esse aequales. Quia enim angulus externus *b m c*, internis *m d b*, *d b m*, est aequalis, iisdem aequabitur quoque angulus *m b c*. Quod si loco anguli *d b m* ponamus *m b e*, erit idem angulus *m b c* duobus *m b e*, *b d c*, aequalis: & dempto communi *m b e*, reliquus *b d c* reliquo *e b c* erit aequalis. Sunt igitur trianguli *d c b*, *b c e* similes. Dividantur rectae *d c*, *e c*, bifa-

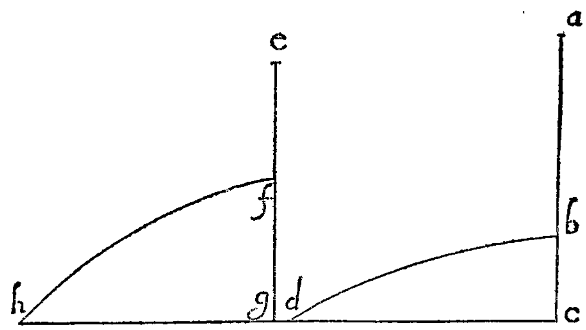


ec, bifariam in *h* & *f*; & ducantur *hi*, *fg*, horizontali *cb* æquidistãtes; & ut *dh* ad *hi*, ita fiat *ih* ad *hl*. erit triangulus *ihl* similis triangulo *ihd*. cui etiam similis est *egf*. Cumque *ih*, *gf*, sint æquales (dimidiæ nempe ipsius *bc*;) erit *fe*, id est, *fc*, æqualis *hl*: &, addita communi *fh*, erit *ch* ipsi *fl* æqualis. Si itaque intelligamus, per *h* & *b* semiparabolam esse descriptam, cujus altitudo erit *hc*, sublimitas verò *hl*: erit amplitudo ejus *cb*; quæ dupla est ad *hi*, media scilicet inter *dh* seu *ch*, & *hl*; eamque tanget *db*, æqualibus existentibus *ch*, *hd*. Quod si rursus Parabolam per *fb* descriptam concipiamus à sublimitate *fl*, cum altitudine *fc*; quarum media proportionalis est *fg*; cujus dupla & horizontalis *cb*: erit pariter *cb* ejus amplitudo: illamque tanget *eb*, cum *ef*, *fc*, sint æquales. Distant autem anguli *dbc*, *ebc*, (elevationes scilicet ipsarum) æqualiter à semirecto: ergo patet propositum.

Theor. Propos. IX.

Æquales sunt amplitudines Parabolarum, quarum altitudines, & sublimitates è contrario sibi respondent.

Parabolæ *fh* altitudo *gf* ad altitudinem *cb* Parabolæ *bd* eandem habeat rationem quam sublimitas *ba* ad sublimitatem *fe*. Dico, amplitudinem *hg*, amplitudini *dc* esse æqualem. Cum enim prima *gf* ad secundam *cb* eandem habeat rationem quam tertia *ba* ad quartam *fe*: rectangulum *gfe* primæ & quartæ æquale erit rectangulo *cba* secundæ & tertiæ. ergo quadrata, quæ hisce rectangulis æqualia sunt, æqualia erunt inter se: rectangulo verò *gfe* æquale est quadratum dimidiæ *gh*: rectangulo autem *cba* æquale est quadra-

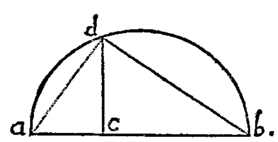


quadratum dimidiæ *c d*. ergo quadrata hæc, & eorum latera, & laterum dupla, æqualia erunt. Hæc autem ſunt Amplitudines *g b, c d*. ergo patet propoſitum.

LEMMA PRO SEQVENTI.[1]

Si recta linea ſecta fuerit utcumque, quadrata mediarum inter totam, & partes æqualia ſunt quadrato totius.

Secta ſit *a b* utcunque in *c*. Dico, quadrata linearum mediarum inter totam *a b*, & partes *a c*, *c b*, ſimul ſumpta, æqualia eſſe quadrato totius *a b*. Id autem conſtat deſcripto ſemicirculo ſuper tota *b a*, & ex *c* erecta perpendiculari *c d*, junctiſque *d a*, *d b*. Eſt enim *d a* media inter *b a*, *ac*: eſtque *d b* media inter *a b*, *b c*. ſuntque quadrata linearum *d a*, *d b*, ſimul ſumpta, æqualia quadrato totius *a b*, recto exiſtente angulo *a d b* in ſemicirculo. Ergo patet propoſitum.

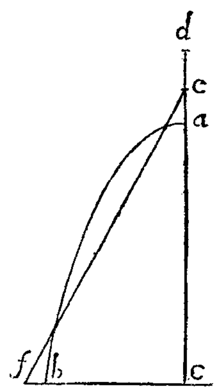


THEOR. PROPOS. X.

Impetus, ſeu Momentum cujuſlibet ſemiparabolæ, æquatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quæ tanta ſit quanta eſt compoſita ex ſublimitate, cum altitudine ſemiparabolæ.

Sit

Sit ſemiparabola *a b*. cujus ſublimitas *d a*: altitudo verò *a c*. ex quibus componitur perpendicularis *d c*. Dico, impetum Semiparabolæ in *b* eſſe æqualem momento naturaliter deſcendentis ex *d* in *c*. Ponatur ipſamet *d c* menſura eſſe temporis, & impetus: & accipiatur media proportionalis inter *c d*, *d a*: cui æqualis ponatur *c f*. Sit inſuper inter *d c*, *c a*, media *c e*. erit jam *c f* menſura temporis, & momenti deſcendentis per *d a* ex quiete in *d*, *c*. *e* vero tempus erit, & momentum deſcendentis per *a c* ex quiete in *a*. & diagonalis *e f* erit momentum ex illis compoſitum: hoc eſt Semiparabolæ in *b*. Et quia *d c* ſecta eſt utcunque in *a*, ſuntque *c f*, *c e* mediæ inter totam *c d*, & partes *d a*, *a c*: erunt harum quadrata ſimul ſumpta æqualia quadrato totius: ex Lemmate ſuperiori verò iiſdem quadratis æquatur quoque quadratum ipſius *e f*. ergo & linea *e f* ipſi *d c* æqualis eſt. Ex quo conſtat, momenta per *d c*, & per ſemiparabolam *a b*, in *c* & *b* eſſe æqualia. Quod oportebat.



COROLLARIVM.

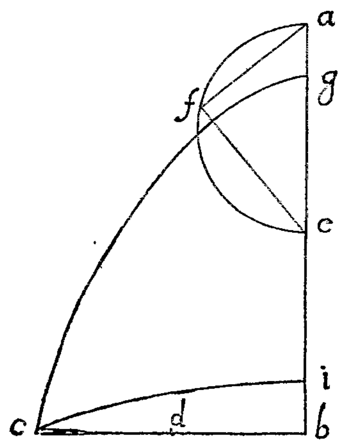
Hinc conſtat, ſemiparabolarum omnium, quarum Altitudines cum Sublimitatibus junctæ pares ſunt, impetus quoque æquales eſſe.

PROBL. PROPOS. XI.

Dato impetu, & amplitudine ſemiparabolæ, altitudinem ejus reperire.

Impetus datus definitus ſit à perpendiculo ad horizontem *a b*. amplitudo verò in horizontali ſit *b c*. Oportet ſublimitatem ſemiparabolæ reperire, cujus impetus ſit *a b*, amplituto vero *b c*. Conſtat ex jam demonſtratis, dimidiam amplitudinem

tudinem *b c* futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem ipsius Semiparabolæ, cujus impetus ex præcedenti est idem cum impetu cadentis ex quiete in *a* per totam *a b*. Est propterea *b a* ita secanda, ut rectangulum à partibus ejus contentum æquale sit quadrato dimidiæ *b c*, quæ sit *b d*. Hinc apparet, necessarium esse, quod *d b* dimidiam *b a* non superet. rectangulorum enim à partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur æquales. Dividatur itaque *b a* bifariam in *e*. Quod si ipsa *b a* æqualis fuerit *b e*, absolutum est opus: eritque semiparabolæ altitudo *b e*, sublimitas vero *e a* (& ecce Parabolæ elevationis semirectæ amplitudinē, ut supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum.) At minor sit *b d* quam dimidia *b a*. quæ ita secanda est, ut rectangulum sub partibus quadrato *b d* sit æquale. Supra *e a* semicirculus describatur: in quo ex *a* applicetur *a f* æqualis *b d*: & jungatur *f e*; cui secetur pars æqualis *e g*. Erit jam rectangulum *b g a* cum quadrato *e g* æquale quadrato *e a*. cui quoque æqualia sunt duo quadrata *a f*, *f e*. demptis itaque quadratis *g e*, *f e*, æqualibus, remanet rectangulum *b g a*, æquale quadrato *a f*, nempe *b d*; & linea *b d*, media proportionalis inter *b g*, *g a*. Ex quo patet, semiparabolæ, cujus amplitudo *b c*, impetus vero *a b*, altitudinem esse *b g*; Sublimitatem *g a*. Quod si ponatur inferius *b i* æqualis *g a*, erit hæc altitudo; *i a* verò sublimitas semiparabolæ *i c*. Ex demonstratis hucusque possumus.



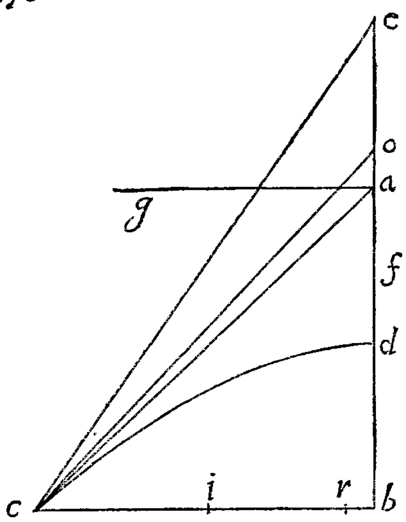
PRO-

PROBL. PROPOS. XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in Tabulas exigere, quæ à projectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex prædemonstratis, tunc parabolas à projectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates cum altitudinibus junctæ æquales conficiunt perpendiculares supra horizontem. Inter easdem ergo parallelas horizontales ha perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali *c b* perpendicularis *b a* æqualis, & connectatur diagonalis *a c*. Erit angulus *a c b* semirectus, gr. 45. Divisaque perpendiculari *b a* bifariam in *d*, semiparabola *dc* erit ea, quæ à sublimitate *a d* cum altitudine *d b* designatur: & impetus ejus in *c* tantus erit, quantus est in *b* Mobilis venientis ex quiete in *a* per lineam *a b*. Et, si ducatur *a g* æquidistans *b c*; reliquarum omnium semiparabolarum, quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus junctæ, spatium inter parallelas *a g*, *b c* explere debent. Insuper, cum jam demonstratum sit, semiparabolarum, quarum tangentes æqualiter sive supra, sive infra ab elevatione semirecta distant, amplitudines æquales esse, Calculus, quem pro majoribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus præterea numerum partium decem milia, 10000, pro maxima amplitudine projectionis semiparabolæ ad elevationem grad. 45. factæ: itaque tanta supponatur esse linea *b a*, & amplitudo semiparabolæ *b c*. Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cujus hic numerus congruit cum tangente grad. 45. Iam, ad opus accedendo, ducatur *c e*, angulum *e c b* angulo *a c b* majorem (acutum tamen) comprehendens: sitque semiparabola designanda, quæ à linea *e c* tangatur, & cujus sublimitas cum altitudine juncta ipsam *b a*

 adæquet.



adæquet. Ex tabula Tangentium per angulum datum *b c e* tangens ipſa *be* accipiatur; quæ biſariam dividatur in *f*. Deinde ipſarum *bf*, *b c* (dimidiæ *b c)* tertia proportionalis reperiatur, quæ neceſſario major erit quam *fa*. Sit igitur illa *fo*. Semiparabolę igitur in triangulo *e c b* inſcriptæ, juxta tangentem *c e*, cujus amplitudo eſt *c b* reperta eſt altitudo *bf*, & ſublimitas *f o*. Verũ tota *bo* ſupra parallelas *a g*, *c b* attollitur, cum nobis opus ſit inter eaſdem contineri: ſic enim tum ipſa, tum ſemiparabola *dc* deſcribentur à Projectis ex *c* impetu eodem exploſis. Reperienda igitur eſt altera huic ſimilis (innumeræ enim intra angulum *b c e* majores & minores inter ſe ſimiles deſignari poſſunt) cujus compoſita ſublimitas cum altitudine (homologa ſcilicet ipſi *b a)* æquetur *b a*. Fiat igitur, ut *o b* ad *b a*, ita amplitudo *b c* ad *c r*: & inventa erit *c r*, amplitudo ſcilicet ſemiparabolæ, juxta elevationem anguli *b c e*; cujus ſublimitas cum altitudine juncta ſpatium à parallelis *g a*, *g b* contentum adæquat: quod quærebatur. Operatio itaque talis erit.

Anguli dati, *b c e* tangens accipiatur. cujus medietati adjungatur tertia proportionalis ipſius, & medietatis *b c*; quæ ſit *f o*. Fiat deinde ut *o b* ad *b a*, ita *b c* ad aliam, quæ ſit *c r*, amplitudo nempe quæſita. Exemplum ponamus.

Sit angulus *e c b* grad. 50. erit ejus tangens 11918. cuius dimidium, nempe *bf* 5959. dimidia *b c* 5000. harum dimidiarum tertia proportionalis 4195. quæ addita ipſi *bf*, conficit

ficit 10154, pro ipsa *b o*. Fiat rursus ut *o b* ad *b a*, nempe ut 10154 ad 10000; ita *b c*; nempe 10000, (utraque enim grad. 45. est tangens) ad aliam; & habebimus quæsitam amplitudinem *r c* 9848. qualium *b c* (maxima amplitudo) est 10000. Harum autem duplæ sunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe 19696, & 20000. Tantaque est etiam amplitudo parabolæ juxta elevationem grad. 40, cum æqualiter distet à gr. 45.

Sagr. *Mi manca per l'intera intelligenza di questa dimostrazione il saper come sia vero, che la terza proporzionale delle* b f, b i: *sia (come dice l'Autore) necessariamente maggiore della* f a.

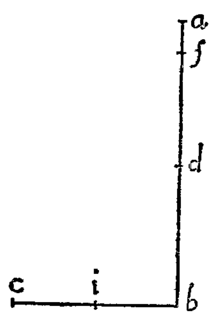
Salu. *Tal conseguenza mi par che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proporzionali è eguale al rettangolo dell'altre due, onde il quadrato della* b i, *ò della* b d, *ad essa eguale, deue esser' eguale al rettangolo della prima* f b *nella terza da ritrouarsi; la qual terza è necessario che sia maggiore della* f a, *perche il rettangolo della* b f *in* f a *è minore del quadrato* b d; *& il mancamento è quanto il quadrato della* d f, *come dimostra Euclide in vna del secondo. Deuesi anco auuertire, che il punto* f, *che diuide la tangente* e b *in mezo, altre molte volte cadrà sopra'l punto* a, *& vna volta anco nell' istesso* a; *ne i quali casi è per se noto, che la terza proporzionale della metà della tangente, e della* b i, *(che da la subblimità,) è tutta sopra la* a. *Ma l'Autore hà preso il caso, doue non era manifesto che la detta terza proporzionale fusse sempre maggiore della* f a; *e che però aggiunta sopra 'l punto* f *passasse oltre alla parallela* a g. *Hor seguitiamo.*

Non erit inutile, ope hujus Tabulæ alteram componere, complectentem altitudines earundem semiparabolarum proiectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.

PROPOS. PROPOS. XIII.

Ex datis Semiparabolorum amplitudinibus in præcedenti Tabula digestis, retentoque communi impetu, quo unaquæque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit Amplitudo data *b c*. Impetus verò, qui semper idem intelligatur, mensura sit *o b*, aggregatum nempe altitudinis, & sublimitatis. Reperienda est, ac distinguenda ipsamet altitudo. Quod quidem tunc consequemur, cum *b o* ita divisa fuerit, ut rectangulum sub ejus partibus contentum æquale sit quadrato dimidiæ amplitudinis *b c*. Incidatur talis divisio in *f*. Et utraque *o b*, *b c*, secetur bifariam in *d*, *i*. Est igitur quadratum *i b* æquale rectangulo *b f o*: quadratum verò *d o* æquatur eidem rectangulo cum quadr. *f d*. Si igitur ex quadr. *d o* auferatur quadratum *b i*, quod rectangulo *b f o* est æquale, remanebit quadratum *f d*: cujus latus *d f* additum lineæ *b d*, dabit quæsitam altitudinem *b f*. Componitur itaque sic ex datis. Ex quadrato dimidiæ *b o* notæ aufer quadratum *b i* pariter notæ: residui sume radicem quadratam; quam adde notæ *d b*: & habebis altitudinem quæsitam *b f*. Exemplum. Invenienda sit altitudo semiparabolæ ad elevationem grad. 55. descriptæ. Amplitudo ex præcedenti Tabula est 9396. ejus dimidium est 4698. quadratum ipsius 22071204. hoc demptum ex quadr. dimidiæ *b o*, quod semper idem est, nempè 25000000, residuum est 2928796. cujus radix quadrata 1710 proximè. Hæc dimidiæ *b o*, nempe 5000, addita, exhibet 6710. tantaque est Altitudo *b f*. Non erit inutile, tertiam



expone-

exponere Tabulam, altitudines & sublimitates continentem semiparabolarum, quarum eadem futura sit Amplitudo.

Sagr. *Questa vedrò io molto volentieri mentre che per essa potrò venir' in cognizione della differenza de gl'impeti, e delle forze, che si ricercano per cacciar' il proietto nella medesima lontananza con tiri, che chiamano di volata; la qual differenza credo, che sia grandissima secondo le diverse eleuazioni: si che per esempio, se altri volesse alla eleuazione di 3 ò 4 gradi, ò di 87 ò 88, far cader la palla, doue fù cacciata alla eleuazione di 45 (doue si è mostrato ricercarsi l'impeto minimo) credo si ricercherebbe vn' eccesso immenso di forza.*

Salu. *V. S. stima benissimo; e vedrà che per eseguire l'opera intera in tutte l'Eleuazioni bisogna andar' à gran' passo verso l'impeto infinito. Hor' veggiamo la costruzzione della Tauola.*

Ampli-

Amplitudines Semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.

Gradus Elevationum.

Gr.		Gr.
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

Altitudines Semiparabolarum quarum impetus sit idem.

Gradus Elevationum.

Gr.		Gr.	
1	3	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873
12	432	57	7033
13	506	58	7190
14	585	59	7348
15	670	60	7502
16	760	61	7649
17	855	62	7796
18	955	63	7939
19	1060	64	8078
20	1170	65	8214
21	1285	66	8346
22	1402	67	8474
23	1527	68	8597
24	1685	69	8715
25	1786	70	8830
26	1922	71	8940
27	2061	72	9045
28	2204	73	9144
29	2351	74	9240
30	2499	75	9330
31	2653	76	9415
32	2810	77	9493
33	2967	78	9567
34	3128	79	9636
35	3289	80	9698
36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
43	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	10000

Tabula continens Altitudines, & ſublimitates Semiparabolarum, quarum amplitudines eædem ſint, partium ſcilicet 10000, ad ſingulos gradus Elevationis calculata.

Gr.	Altit.	Subli.	Gr.	Altit.	Subl.
1	87	286533	46	5177	4828
2	175	142450	47	5363	4662
3	262	95802	48	5553	4502
4	349	71531	49	5752	4345
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6399	3906
8	702	35587	53	6635	3765
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28367	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1063	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3123
14	1246	20056	59	8332	3004
15	1339	18663	60	8600	2887
16	1434	17405	61	9020	2771
17	1529	16355	62	9403	2658
18	1624	15389	63	9813	2547
19	1722	14522	64	10251	2438
20	1820	13736	65	10722	2331
21	1919	13024	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11779	2122
23	2123	11778	68	12375	2020
24	2226	11230	69	13025	1919
25	2332	10722	70	13237	1819
26	2439	10253	71	14521	1721
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16354	1528
29	2772	9020	74	17437	1433
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20054	1246
32	3124	8001	77	21657	1154
33	3247	7699	78	23523	1062
34	3373	7413	79	25723	972
35	3501	7141	80	28356	881
36	3633	6882	81	31569	792
37	3768	6635	82	35577	702
38	3906	6395	83	40222	613
39	4049	6174	84	47572	525
40	4196	5959	85	57150	437
41	4346	5752	86	71503	349
42	4502	5553	87	95405	262
43	4662	5362	88	143181	174
44	4828	5177	89	286499	87
45	5000	5000	90	*infinita.*	

PROPOS. XIV.

Altitudines, atque sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines æquales futuræ sint, per singulos elevationis grad. reperire.

Hæc omnia facili negotio consequemur. Posita enim semiparabolæ amplitudine partium semper 10000, medietas Tangentis cujuslibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Vt exempli grat. Semiparabolæ, cujus elevatio sit grad. 30. Amplitudo verò, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887. tanta enim est proximè medietas Tangentis. Inventa autem altitudine sublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonstratum sit dimidiam Amplitudinem semiparabolæ mediam esse proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem, sitque altitudo jam reperta, medietas verò Amplitudinis semper eadem, partium scilicet 5000; si hujus quadratum per altitudinem datam diviserimus, sublimitas quæsita exurget. Vt in exemplo: Altitudo reperta fuit 2887. Quadratum partium 5000, est 25000000; quod divisum per 2887, dat 8659 proximè pro sublimitate quæsita.

Salu. *Hor qui si vede primieramente, come è verissimo il concetto accennato di sopra, che nelle diuerse eleuazioni, quanto più si allontanano dalla media, ò sia nelle più alte, ò nelle più basse, tanto si ricerca maggior' impeto, e violenza per cacciar il projetto nella medesima lontananza. Imperò che consistendo l'impeto nella mistione de i due moti, Orizontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato, del qual' impeto vien' ad esser misura l'aggregato dell' Altezza, e della sublimità, vedesi dalla proposta Tauola tale aggregato esser minimo nell' eleuazione di grad.* 45. *doue l'altezza, e la sublimità sono eguali, cioè* 5000 *ciascheduna; e l'aggregato loro* 10000. *Che se noi cercheremo ad altra maggior' altezza, come per esempio di grad.* 50; *troueremo l'Altezza esser* 5959; *e la* *e la sublimità* 4196; *che giunti insieme sommano* 10155. *E tanto troueremo parimente esser l'impeto di grad.* 40. *essendo questa, e quella eleuazione egualmente lontane dalla media. Doue douiamo secondariamente notare esser vero, che eguali impeti si ricercano à due à due delle eleuazioni distanti egualmente dalla media, con questa bella alternazione di più, che l'altezze, e le sublimità delle superiori eleuazioni contrariamente rispondono alle sublimità, & altezze delle inferiori: si che doue nell' esempio proposto nell' eleuazione di* 50. *grad. l'altezza è* 5959; *e la sublimità* 4196; *nell' eleuazione di grad.* 40. *accade all' incontro l'altezza essèr* 4196, *e la sublimità* 5959; *e l'istesso accade in tutte l'altre senza veruna differenza: se non in quanto per fuggir' il tedio del calcolare non si è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in somme così grandi non sono di momento, nè di progiudizio alcuno.*

Sagr. *Io vò osseruando, come delli due impeti Orizontale, e perpendicolare nelle proiezzioni, quanto più sono sublimi, tanto meno vi si ricerca dell' Orizontale, e molto del perpendicolare. All'incontro nelle poco eleuate grande bisogna che sia la forza dell' impeto Orizontale, che da poca altezza deue cacciar il proietto. Mà se ben io capisco benissimo, che nella totale eleuazione di gr.* 90. *per cacciar' il proietto vn sol dito lontano dal perpendicolo, non basta tutta la forza del mondo: mà necessariamente deue egli ricadere nell'istesso luogo, onde fù cacciato; non però con simil sicurezza ardirei di affermare che anco nella nulla Eleuazione, cioè, nella linea Orizontale, non potesse da qualche forza, ben che non infinita esser' in alcuna lontananza spinto il proietto. Si che per esempio nè anco vna Colubrina sia potente à spignere vna palla di ferro orizontalmente, come dicono, di punto bianco, cioè di punto niuno, che è doue non si da eleuazione. Io dico, che in questo caso resto con qualche ambiguità: e che io non neghi resolutamente il fatto, mi ritiene vn' altro accidente che par non meno strano, e pure ne hò la dimostrazione concludente necessariamente. E l'accidente è l'esser impossibile distendere vna corda, si che resti tesa dirittamente;*

e parallela all' Orizonte, mà sempre fà sacca, e si piega, nè vi è forza, che basti a tendérla rettamente.

Salu. *Adunque S. Sagr. in questo caso della corda cessa in voi la marauiglia circa la strauaganza dell' effetto, perche ne hauete la dimostrazione. Mà se noi ben considereremo, forse trouueremo qualche corrispondenza trà l'accidente del proietto, e questo della corda. La curuità della linea del proietto Orizontale par che deriui dalle due forze, delle quali vna (che è quella del proiciente) lo caccia orizontalmente, e l'altra (che è la propria grauità) lo tira in giù à piombo. Mà nel tender la corda vi sono le forze di coloro, che orizontalmente la tirano, e vi è ancora il peso dell' istessa corda, che naturalmente inclina al basso. Son dunque queste due generazioni assai simili. E se voi date al peso della corda tanta possanza, & energia di poter contrastare, e vincer qual si voglia immensa forza, che la voglia distendere drittamente, perche vorrete negarla al peso della palla? Mà più voglio dirui, recandoui insieme marauiglia, e diletto, che la corda così tesa, e poco, ò molto tirata, si piega in linee, le quali assai si auuicinano alle paraboliche, e la similitudine è tanta che se voi segnerete in vna superficie piana, & eretta all' Orizonte una linea parabolica, e tenendola inversa, cioè col vertice in giù, e con la base parallela all' Orizonte, facendo pendere vna catenella sostenuta nelle estremità della base della segnata parabola, vedrete allentando più, ò meno la detta catenuzza incuruarsi, e adattarsi alla medesima parabola; e tale adattamento tanto più esser preciso, quanto la segnata Parabola sarà men' curua, cioè più distesa; Si che nelle parabole descritte con eleuazioni sotto à i grad. 45. la catenella camina quasi ad unguem sopra la parabola.*

Sagr. *Adunque con vna tal catena sottilmente lauorata si potrebbero in vn subito punteggiar molte linee parabolichc sopra vna piana superficie.*

Salu. *Potrebbesi, & ancora con qualche utilità non piccola, come appresso vi dirò.*

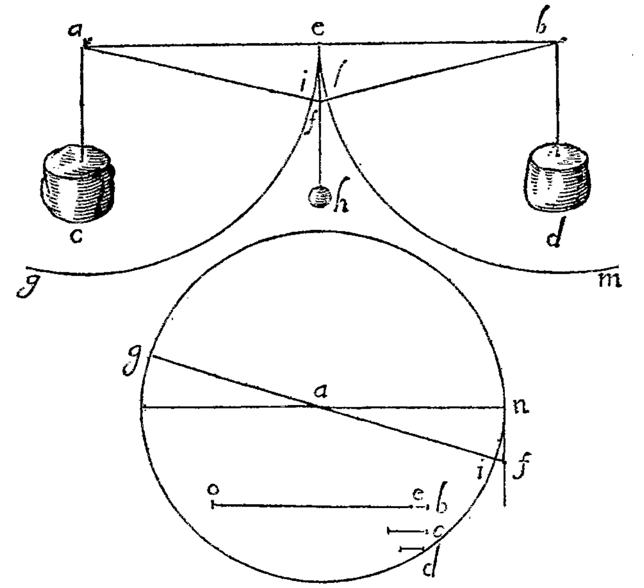
Simp.

Simp. *Mà prima, che passar più auanti, vorrei pur iò ancora restar assicurato almeno di quella Proposizione della quale voi dite essercene dimostrazione necessariamente concludente, dico dell' esser impossibile per qualunque immensa forza fare star tesa una corda drittamente & equidistante all' Orizonte.*

Sagr. *Vedrò se mi souuiene della dimostrazione per intelligenza della quale bisogna S. Simpl. che voi supponghiate per vero quello, che in tutti gli strumenti mecanici non solo con l'esperienza, mà con la dimostrazione ancora si verifica; e questo è che la velocità del mouente benche di forza debole, può superare la resistenza, ben che grandissima di vn resistente, che lentamente debba esser mosso, tutta volta che maggior proporzione habbia la velocità del mouente alla tardità del resistente, che non ha la resistenza di quel, che deue esser mosso alla forza del mouente.*

Simp. *Questo mi è notissimo e dimostrato da Aristotele nelle sue quistioni mecanice, e manifestamente si vede nella Leua, e nella stadera, doue il Romano che non pesi più di* 4. *libbre, leuerà vn peso di* 400. *mentre che la lontananza di esso Romano dal centro, soprà l'quale si volge la stadera, sia più di cento volte maggiore della distanza dal medesimo centro di quel punto, dal quale pende il gran' peso: e questo auuiene, perche nel calar, che fà il Romano, passa spazio più di cento volte maggiore dello spazio per il quale nel medesimo tempo monta il gran peso. Che è l'istesso che dire, che il piccolo Romano si muoue con velocità più che cento volte maggiore della velocità del gran' peso.*

Sagr. *Voi ottimamente discorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che sia la forza del mouente supererà qualsivoglia gran resistenza tutta volta che quello più auanzi di velocità, ch'ei non cede di vigore, e grauità. Hor venghiamo al caso della Corda. E segnando vn poco di figura intendete per hora questa linea* a b, *passando sopra i due punti fissi e stabili* a, b, *hauer nelle estremità sue pendenti, come vedete, due immensi pesi* c, d. *li quali tirandola con grandissima forza la facciano star veramente* tesa dirittamente, essendo essa una semplice linea senza veruna grauità. Hor qui vi soggiungo, e dico, che, se dal mezzo di quella, che sia il punto e, voi sospenderete qualsivoglia piccolo peso, quale sia questo h; la linea a b cederà & inclinandosi verso il punto f, & in consequenza allungandosi costrignerà i due grauissimi pesi c, d,



à salir in alto: il che in tal guisa vi dimostro. Intorno à i due punti a, b, come centri descriuo 2. Quadranti e f g, e l m; & essendo che li due semidiametri a f, b l, sono eguali alli due a e, e b; gli auanzi f i, i l, saranno le quantità de gli allungamenti delle parti a f, f b, sopra le a e, e b; & in conseguenza determinano le salite de i pesi c d, tutta volta però che il peso h hauesse hauto facoltà di calare in f. Il che allora potrebbe seguire, quando la linea e f che è la quantità della scesa di esso peso h, hauesse maggior proporzione alla linea f i, che determina la salita de i due pesi c, d; che non hà la gra-

la grauità di amendue essi pesi alla grauità del peso h. *Mà questo necessariamente auuerrà, sia pur quanto si voglia, massima la grauità de i pesi* c, d; *e minima quella dell'* h. *Imperò che non è si grande l'eccesso de i pesi* c, d, *sopra'l peso* h; *che maggiore non possa essere à proporzione l'eccesso della Tangente* e f, *sopra la parte della segante* f i. *Il che proueremo così: Sia il cerchio, il cui Diametro* g a i; *e qual proporzione hà la grauità de i pesi* c, d, *alla grauità di* h; *tale la habbia la linea* b o *ad vn'altra, che sia* c. *della quale sia minore la* d; *si che maggior proporzione harà la* b o *alla* d, *che alla* c. *prendasi delle due* o b, d, *la terza proporzionale* b e. *e come* o e *ad* e b, *così si faccia il Diametro* g i *(prolungandolo) all'* i f, *e dal termine* f *tirisi la tangente* f n. *E perche si è fatto, come* o e *ad* c b, *così* g i *ad* i f; *sarà componendo, come* o b *à* b e, *così* g f *ad* f i. *Mà trà* o b, *e* b e, *media la* d; *e trà* g f, f i, *media la* n f; *adunque* n f *alla* f i *hà la medesima proporzione, che la* o b *alla* d; *la qual proporzione è maggiore di quella de i pesi* c d *al peso* h. *Hauendo dunque maggior proporzione la scesa ò velocità del peso* h, *alla salita ò velocità de i pesi* c, d; *che non hà la grauità di essi pesi* c, d, *alla grauità del peso* h; *resta manifesto, che il peso* h *descenderà, cioè, la linea* a b *partirà dalla rettitudine Orizontale. E quel che auuiene alla retta* a b *priua di grauità, mentre si attacchi in* e, *qualsivoglia minimo peso* h *auuiene all'istessa corda* a b, *intesa di materia pesante, senza l'aggiunta di alcun'altro graue, poiche vi si sospende il peso istesso della materia componente essa corda* a b.

Simp. *Io resto satisfatto à pieno; però potrà il Sig. Salu. conforme alla promessa esplicarci, qual sia l'utilità, che da simile catenella si può ritrarre, e dopo questo arrecarci quelle specolazioni, che dal nostro Accademico sono state fatte intorno alla forza della Percossa.*

Salu. *Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplazioni passate; e l'hora, che non poco è tarda, non ci basterebbe à gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo più opportuno.*

Sagr.

Sagr. *Concorro col parere di V. S. perche da diuersi ragionamenti hauti con amici intrinseci del nostro Accademico hò ritratto questa materia della forza della Percossa essere oscurissima, nè di quella sin' ora esserne, da chiunque ne hà trattato, penetrato i suoi ricetti pieni di tenebre, & alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni humane; e trà le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia vna strauagantissima, cioè, Che la forza della Percossa è interminata, per non dir' infinita. Aspetteremo dunque la commodità del Sig. Salu. Mà intanto dicami, che materie sono queste, che si veggono scritte dopo il Trattato de i Proietti?*

Salu. *Queste sono alcune Proposizioni attenenti al Centro di grauità de i solidi, le quali in sua giouentù andò ritrouando il nostro Accademico, parendogli, che quello, che in tal materia haueua scritto Federigo Comandino, non mancasse di qualche imperfezione. Credette dunque con queste Proposizioni, che quì vedete scritte, poter supplire à quello, che si desideraua nel Libro del Comandino; & applicossi à questa contemplazione ad instanza dell' Illustrissimo Sig. Marchese Guid' Vbaldo dal Monte grandissimo Matematico de suoi tempi, come le diuerse sue Opere publicate ne mostrano; & à quel Sig. ne dette Copia con pensiero di andar seguitando cotal materia anco ne gli altri Solidi non tocchi dal Comandino. Mà incontratosi dopo alcun tempo nel Libro del Sig. Luca Valerio, massimo Geometra, e veduto, come egli risolue tutta questa materia senza niente lasciar' in dietro, non seguitò più auanti, ben che le aggressioni sue siano per strade molto diuerse da quelle del Sig. Valerio.*

Sagr. *Sarà bene dunque, che in questo tempo, che s' intermette trà i nostri passati, & i futuri congressi, V. S. mi lasci nelle mani il Libro; che io trà tanto anderò vedendo, e studiando le Proposizioni conseguentemente scritteui.*

Salu. *Molto volentieri eseguisco la vostra domanda; e spero, che V. S. prenderà gusto di tali Proposizioni.*

APPEN-

APPENDIX,

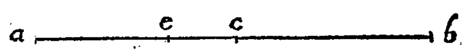
In qua continentur Theoremata, eorumque demonstrationes, quæ ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.

POSTULATUM.

PEtimus æqualium ponderum similiter in diversis libris dispositorum, si horum quidem compositorum centrum gravitatis libram secundum aliquam rationem diviserit; & illorum etiam gravitatis centrum libram secundum eandem rationem dividere.

LEMMA.

Sit linea *ab* bifariam in *c* secta; cujus medietas *ac* divisa sit in *e*, ita ut quam rationem habet *be* ad *ea*, hanc habeat *ae* ad *ec*. Dico *be* ipsius ea duplam esse. Quia enim ut *be*

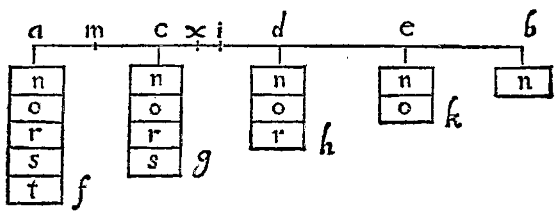


ad *ea*, ita *ea* ad *ec*; erit componendo, & permutando, ut *ba* ad *ac*, ita *ae* ad *ec*. est autem ut *ae* ad *ec*, nempe ut *ba* ad *ac*, ita *be* ad *ea*. quare *be* ipsius *ea* dupla est.

His positis demonstratur: Si Magnitudines quocunque sese æqualiter excedentes, & quarum excessus earum minimæ sint æquales, ita in libra disponantur, ut ex distantiis æqualibus pendeant, centrum gravitatis omnium libram ita dividere, ut pars versus minores reliquæ sit dupla.

In Libra itaque *ab* ex distantiis æqualibus pendeant quotcunque numero Magnitudines *f*, *g*, *h*, *k*, *n*, quales dictum est: quarum minima sit *n*. sintque puncta suspensionum *a*, *c*, *d*, *e*, *b*. sitque omnium Magnitudinum sic dispositarum gravitatis centrum *x*. Oſtendendum eſt partem libræ *b x* verſus minores magnitudines reliquæ *x a* duplam eſſe.

Dividatur libra bifariam in puncto *d*. quod vel in aliquo puncto ſuſpenſionum vel in duarum ſuſpenſionum medio cadet neceſſario. reliquæ vero ſuſpenſionum diſtantiæ, quæ inter *a* & *d* intercipiuntur, omnes bifariam dividantur punctis *m*, *i*. magnitudines deinde omnes in partes ipſi *n* æquales dividantur: erunt jam partes ipſius *f* tot numero quot ſunt quæ ex libra pendent magnitudines: partes vero ipſius *g* erunt una pauciores. & ſic de reliquis. Sint itaque ipſius *f*

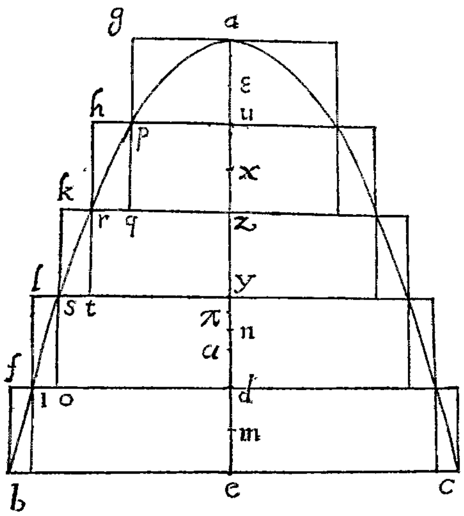


partes *n*,*o*,*r*,*s*,*t*. ipſius *g* verò *n*,*o*,*r*,*s*. ipſius *h* quoque *n*,*o*,*r*. ipſius denique *k* ſint *n*, *o*. eruntque magnitudines omnes, in quibus *n* ipſi *f* æquatur; magnitudines verò omnes, in quibus *o* ipſi *g* æquatur; & magnitudines, in quibus *r* ipſi *h*. illæ autem, in quibus *s* ipſi *k*, & magnitudo *t* ipſi *n* æqualis eſt. Quia igitur magnitudines omnes, in quibus *n* inter ſe ſunt ęquales, æque ponderabunt in ſigno *d*, quod libram *a b* bifariam dividit; & eandem ob cauſam omnes magnitudines, in quibus *o* æque ponderant in *i*; illæ autem in quibus *r* in *c*; & in quibus *s* in *m*, æque ponderant; *t* autem in *a* ſuſpenditur. Sunt igitur in libra *a*, *d* ex diſtantiis æqualibus *d*,*i*,*c*, *m*,*a* ſuſpenſæ magnitudines, ſeſe æqualiter excedentes, & quarum exceſſus minime æquatur: maxima autem quæ eſt compoſita ex omnibus *n*, pendet ex *d*; minima, quæ eſt *t*, pendet ex *a*; & reliquæ ordinate diſpoſitæ ſunt. Eſtque rurſus alia libra *a b*; in qua

qua magnitudines aliæ prædictis numero & magnitudine æquales eodem ordine dispositæ sunt. Quare libræ *ab*, *ad* à centris omnium magnitudinum secundum eandem rationẽ dividentur. Est autem centrum gravitatis dictarum magnitudinum *x*: quare *x* dividit libras *ba*, *ad* sub eadem ratione: ita ut sicut *bx* ad *xa*, ita *xa* ad *xd*. quare *bx* dupla est ipsius *xa* ex lemmate supra posito. Quod erat probandum.

Si conoidi parabolico figura inscribatur, & altera circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus: & axis dicti conoidis dividitur ita ut pars ad verticem partis ad basin sit dupla: centrum gravitatis inscriptæ figuræ basi portionis dicto puncto divisionis erit propinquius: centrum autem gravitatis circumscriptæ à basi conoidis eodem puncto erit remotius; eritque utrorumque centrorum à tali puncto distantia æqualis lineæ quę sit pars sexta altitudinis unius cylindri ex quibus figuræ constant.

Sit itaque conoidale parabolicum, & figuræ quales dictæ sunt: altera sit inscripta, altera circumscripta: & axis conoidis qui sit *ae* dividatur in *n*, ita ut *an*, ipsius *ne* sit dupla. Ostendendum est centrum gravitatis inscriptę figuræ esse in linea *ne*, circumscriptæ autem centrum esse in *an*. Secentur figuræ ita dispositæ plano per axem, & sit sectio parabolæ *bac*; plani autem secantis & basis conoidis sectio sit *bc* linea; cylindrorum autem sectiones sint rectangulæ figuræ; ut in descriptione apparet: primus itaque cylindrus inscriptorum cujus axis est *de*, ad cylindrum cujus axis est *dy*, eandem habet rationem quam quadratum *id* ad quadratum *sy*, hoc est, quam *da* ad *ay*: cylindrus autem, cujus axis est *dy*, ad cylindrum *yz* est ut *sy* ad *rz* potentia; hoc est, ut *ya* ad *az*; & eadem ratione cylindrus, cujus axis est *zy*, ad eum cujus axis est *zu*, est ut *za* ad *au*. dicti itaque cylindri sunt inter se ut lineæ *da*, *ay*; *za*, *au*: istæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & est excessus æqualis minimæ, ita ut *az* dupla ſit ad au. ay autem ejuſdem eſt tripla,& da quadrupla.ſunt igitur dicti cylindri magnitudines quædam ſeſe ad invicem æqualiter excedentes,quarum exceſſus æquantur earum minimæ, & eſt linea xm, in qua ex diſtantiis æqualibus ſuſpenſæ ſunt. (unumquodque enim cylindrorum centrum gravitatis habet in medio axis.) quare per ea quę ſuperius demonſtrata ſunt centrum gravitatis magnitudinis ex omnibus compoſitæ dividet lineam xm, ita ut pars ad x reliquæ ſit dupla. Dividatur itaque, & ſit $x\alpha$ ipſius αm dupla ; eſt ergo α centrum gravitatis inſcriptę figuræ.Dividatur au bifariam in ε; erit εx dupla ipſius me. eſt autem $x\alpha$ dupla ipſius αm. quare εe tripla erit $e\alpha$.eſt autem αe tripla ipſius en.



conſtat ergo, en majorem eſſe quam ex, & ideo α, quod eſt centrum figuræ inſcriptæ, magis accedere ad baſin conoidis quam n: & quia eſt ut ae ad en, ita ablatũ εe ad ablatum $e\alpha$; erit & reliquum ad reliquum,id eſt,$a\varepsilon$ ad $n\alpha$, ut ae ad en.Eſt ergo αn tertia pars ipſius $a\varepsilon$,& ſexta ipſius au.Eodem autem pacto cylindri circumſcriptæ figuræ demonſtrabuntur eſſe ſeſe æqualiter excedentes, & eſſe exceſſus æquales minimo; & habere in linea εm centra gravitatum in diſtantiis æqualibus. Si itaque dividatur εm in π, ita ut $\varepsilon\pi$ reliquæ πm ſit dupla; erit π centrum gravitatis totius circumſcriptæ magnitudinis. & cum $\varepsilon\pi$ dupla ſit ad πm; $a\varepsilon$ autem minor ſit

quam

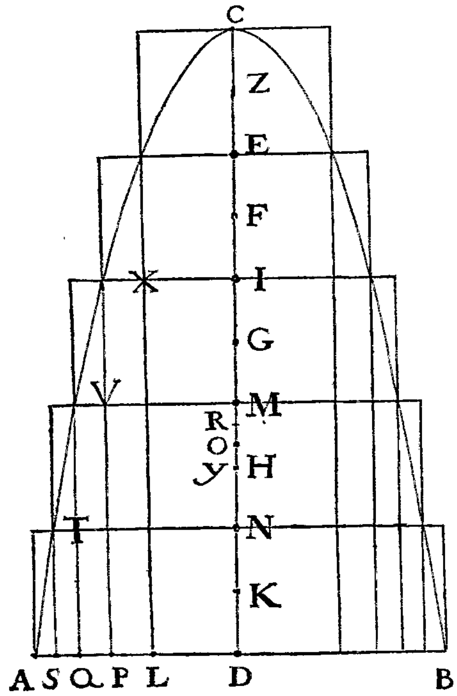
quam dupla ad *e m*; (cum ei sit æqualis:) erit tota *a e* minor quam tripla ipsius *e π*. quare *e π* major erit ipsa *e n*. &, cum *ε m* tripla sit ad *m π*, & *m e* cum duabus *ε a* similiter tripla sit ad *m e*; erit tota *a e* cum *a ε* tripla ad *e π*. est autem *a e* tripla ad *e n*. quare reliqua *a ε* reliquæ *π n* tripla erit. Est igitur *n π* sexta pars ipsius *a u*. Hæc autem sunt quæ demonstranda fuerunt. Ex his manifestum est, posse conoidi parabolico figuram inscribi, & alterã circumscribi, ita ut centra gravitatum earum à puncto *n* minus quacunque proposita linea distent. Si enim sumatur linea propositæ lineæ sexcupla, fiantque cylindrorum axes, ex quibus figuræ componuntur hac sumpta linea minores; erunt, quæ inter harum figurarum centra gravitatum & signum *n* cadunt lineæ, proposita linea minores.

ALITER IDEM.

Axis conoidis, qui sit C D, dividatur in O, ita ut C O ipsius O D sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea O D; circumscriptæ verò centrum esse in C O. Secentur figuræ plano per axem & C, ut dictum est. Quia igitur cylindri S N, T M, V I, X E, sunt inter se, ut quadrata linearum S D, T N, V M, X I; hæc autem sunt inter se, ut lineæ N C, C M, C I, C E; hæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimæ, nempe C E; estque cylindrus T M cylindro Q N æqualis; cylindrus autem V I ipsi P N; & X E ipsi L N æquatur; ergo cylindri S N, Q N, P N, L N, sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimo, eorum nempe cylindro L N. Est autem excessus cylindri S N, super cylindrum Q N, anulus, cujus altitudo est Q T; hoc est, N D; latitudo autem S Q. excessus autem cylindri Q N, super P N, est anulus, cujus latirudo est Q P. excessus autem cylindri P N, super L N, est anulus, cujus latitudo P L. Quare dicti anuli S Q, Q P, P L, sunt inter se æquales, &

 cylindro

cylindro L N. Anulus igitur S T æquatur cylindro X E : anulus Q V, qui ipsius S T est duplus, æquatur cylindro V I; qui similiter cylindri X E duplus est; & eamdem ob causam anulus P X cylindro T M; & cylindrus L E cylindro S N æqualis erit. In libra itaque K F puncta media rectarum E I, D N



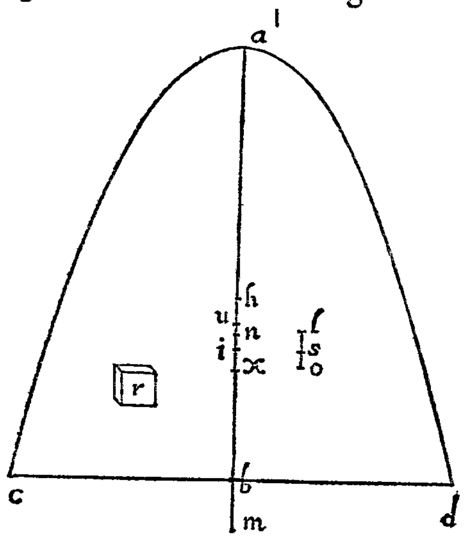
connectente, & in partes ęquales punctis H G secta, sunt magnitudines quędam, nempe cylindri S N, T M, V I, X E; & gravitatis centrum primi cylindri est K; secundi verò est H; tertii G; quarti F. Habemus autem & aliam libram M K; quæ est ipsius F K dimidia; totidemque punctis in partes æquas distributa, nempe M H, H N, N K, & in ea aliæ magnitudines, illis, quæ sunt in libra F K, numero & magnitudine æquales, & centra gravitatum in signis M, H, N, K habentes, & eodem ordine dispositæ sunt. cylindrus enim L E centrum gravitatis habet in M; & æquatur cylindro S N centrum habenti in K: anulus verò P X centrum habet H; & æquatur cylindro T M; cujus centrum est H: & anulus Q V, centrum habens N, æquatur cylindro V I; cujus centrum est G: & denique anulus S T, centrum habens K, æquatur cylindro X E, cujus centrum est F. Igitur centrum gravitatis dictarum magnitudinum

dinum libram dividet in eadem ratione: earumdem verò unum est centrum, ac propterea punctum aliquod utrique libræ commune, quod sit Y. Itaque F Y ad Y K erit ut K Y ad Y M. est ergo F Y dupla ipsius Y K; & divisa C E bifariam in Z, erit Z F dupla ipsius K D; ac propterea Z D tripla ipsius D Y. rectæ verò D O tripla est C D: major est ergo recta D O, quàm D Y; ac propterea Y centrum inscriptæ magis ad basin accedit, quàm punctum O. Et, quia, ut C D ad D O, ita est ablatum Z D ad ablatum D Y; erit & reliquum C Z ad reliquum Y O, ut C D ad D O. nempe Y O tertia pars erit ipsius C Z; hoc est pars sexta ipsius C E. Eadem prorsus ratione demonstrabimus, cylindros circumscriptæ figuræ sese æqualiter excedere, & esse excessus æquales minimo, & ipsorum centra gravitatum in distantiis æqualibus libræ K Z constituta; & pariter anulos iisdem cylindris æquales similiter disponi in altera libra K G ipsius K Z dimidia, ac propterea circumscriptæ gravitatis centrum, quod sit R, libras ita dividere, ut Z R ad R K sit, ut K R ad R G Erit ergo Z R dupla ipsius R K; C Z vero rectæ K D æqualis est, & non dupla. erit tota C D minor quàm tripla ipsius D R. quare recta D R major est quàm D O. scilicet centrum circumscriptæ à basi magis recedit quàm punctum O. Et quia Z K tripla est ad K R; & K D cum duabus Z C tripla ad K D; erit tota C D cum C Z tripla ipsius D R. est autem C D tripla ad D O. quare reliqua C Z reliquæ R O tripla erit; scilicet O R sexta pars est ipsius E C. Quod est propositum.

His autem prædemonstratis demonstratur, centrum gravitatis parabolici conoidis axem ita dividere, ut pars ad verticem, reliquæ ad basin sit dupla.

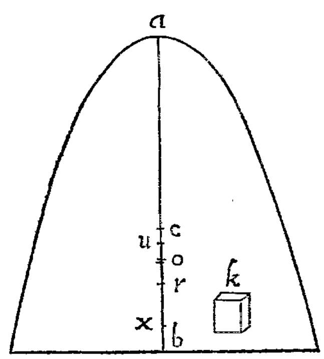
Esto parabolicum conoidale, cujus axis sit *a b*, divisus in *n*, ita ut *a n* ipsius *n b* sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis conoidis esse *n* punctum. si enim non est *n*, aut infra ipsum, aut supra ipsum erit. Sit primum infra *x*, sitque *x*; & exponatur

ponatur linea *lo* ipsi *nx* æqualis; & *lo* contingenter dividatur in *s*: & quam rationem habet utraque simul *bx*, *os*, ad *os*, hanc habeat conoidale ad solidum *r*: & inscribatur conoidi figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut, quæ inter illius centrum gravitatis & punctum *n* intercipitur, minor sit quam *ls*; excessus autem, quo à conoide superatur, minor sit solido *r*. hoc autem fieri posse, clarum est. Sit itaque inscripta, cujus gravitatis centrũ sit *i*; erit jam *ix* major *so*: &, quia est, ut *xb* cum *so* ad *so*, ita conoidale ad *r*; (est autem *r* majus excessu quo conoidale figuram inscriptam superat;) erit conoidalis ad dictum excessum proportio major quam utriusque *bx*, *os*, ad *so*: & dividendo figura inscripta ad dictum excessum majorem rationem habebit quam *bx* ad *so*. habet autem *bx* ad *xi* proportionem adhuc minorem quam ad *so*. inscripta igitur figura ad reliquas portiones multo majorẽ proportionem habebit quam *bx* ad *xi*. quam igitur proportionem habet inscripta figura ad reliquas portiones, alia quædam linea habebit ad *xi*; quæ necessario major erit quam *bx*. Sit igitur *mx*. Habemus itaque centrum gravitatis conoidis *x* figurę autem in ipso inscriptæ centrum gravitatis est *i*. reliquarum ergo portionum quibus conoidale inscriptam figuram excedit gravitatis centrum erit in linea *xm*, atque in eo ipsius puncto in quo sic terminata fuerit: ut



rit; ut, quam proportionem habet inscripta figura ad excessum quo à conoide superatur, eandem ipsam habeat ad *x i*. Ostensum autem est, hanc proportionem esse illam quam habet *m x* ac *x i*. erit ergo *m* gravitatis centrum earum proportionum quibus conoidale excedit inscriptam figuram. quod certè esse non potest. nam, si per *m* ducatur planum basi conoidis æquidistans, erunt omnes dictæ proportiones versus eandem partem, nec ab eo dividentur. Non est igitur gravitatis centrum ipsius conoidis infra punctum *n*. Sed neque supra. Sit enim, si fieri potest, *h*: & rursus, ut supra, exponatur linea *l o*, æqualis ipsi *h n*, & contingenter divisa in *s*: &, quam proportionem habet utraque simul, *b n*, *s o*, ad *s l*; hanc habeat conoidale ad *r*: & conoidale circumscribatur figura ex cylindris, ut dictũ est, à qua minori quantitate excedatur quam sit solidum *r*: & linea inter centrum gravitatis circumscriptæ & signum *n* sit minor quam *s o*: erit residua *u h* major quam *l s*. &, quia est, ut utraque *b n*, *o s* ad *s l*, ita conoidale ad *r*; (est autem *r* majus excessu quo conoidale à circumscripta superatur:) ergo *b n*, *s o*, ad *s l* minorem rationem habet quam conoidale ad dictum excessum. Est autem *b u* minor quam utraque *b n*, *s o*: *u h* autem major quam *s l*. multo igitur majorem rationem habet conoidale ad dictas proportiones quam *b u* ad *u h*. quam igitur rationem habet conoidale ad easdem proportiones, hanc habebit ad *u h* linea major ipsa *b u*. Habeat; sitque ea *m u*; &, quia centrum gravitatis circumscriptæ figuræ est *u*; centrum vero conoidis est *h*; atq; est, ut conoidale ad residuas proportiones, ita *m u* ad *u h*, erit *m* centrũ gravitatis residuarum proportionum: quod similiter est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis conoidis supra punctũ *n*. Sed demonstratum est quod neque infra. Restat ergo, ut in ipso *n* sit necessario. Et eadem ratione demonstrabitur de conoide plano super axe non erecto secto. Aliter idem, ut constat in sequenti, centrum gravitatis conoidis parabolici inter centrum circumſcriptæ figuræ & centrum inſcriptæ cadit.

Sit conoidale, cujus axis *a b*, & centrum circumſcriptæ ſit *c*, inſcriptæ vero ſit *o*. Dico, centrum conoidis inter *c o* puncta eſſe. nam ſi non; infra, vel ſupra vel in altero eorum erit. Sit infra, ut in *r*. &, quia *r* eſt centrum gravitatis totius conoidis; inſcriptæ autem figuræ eſt gravitatis centrum *o*: reliquarum ergo proportionū, quibus inſcripta figura à conoide ſuperatur, centrum gravitatis erit in linea *o r* ad partes *r* extenſa, atque in eo puncto in quo ſic terminatur, ut, quam rationem habent dictę proportiones ad inſcriptã, eandem habeat *o r* ad lineam inter *r* & punctum illud cadentem. Sit hæc ratio, illa quam habet *o r* ad *r x*. Aut igitur *x* cadet extra conoidem, aut intra, aut in ipſa baſi. Si vel extra, vel in baſi cadat; jam manifeſtum eſt abſurdum. Cadat intra: & quia *x r* ad *r o* eſt ut inſcripta figura ad exceſſum quo à conoide ſuperatur; rationem illam, quam habet *b r* ad *r o*, eandem habeat inſcripta figura ad ſolidũ *k*. quod neceſſario minus erit dicto exceſſu. Et inſcribatur alia figura, quæ à conoide ſuperetur minori quantitate quam ſit *k*; cujus gravitatis centrum cadet infra *o c*. Sit *u*. Et, quia prima figura ad *k* eſt ut *b r* ad *r o*; ſecunda autem

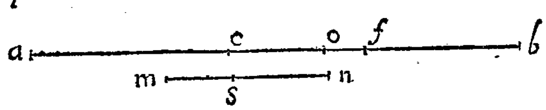


figura, cujus centrum *u* major eſt prima, & à conoide exceditur minori quantitate quam ſit *k*: quam rationem habet ſecunda figura ad exceſſum quo à conoide ſuperatur, hanc habebit ad *r u* linea major ipſa *b r*. Eſt autem *r* centrum gravitatis conoidis; inſcriptæ autem ſecundæ *u*. centrum ergo reliquarum proportionũ erit extra conoides infra *b*. quod eſt

impoſ-

impoſſibile. Et eodem pacto demonſtrabitur, centrum gravitatis ejuſdem conoidis non eſſe in linea *c a*. Quod autem non ſit alterum punctorum *c o*, manifeſtum eſt. Si enim dicas, eſſe deſcriptis aliis figuris, inſcripta quidem majori illa cujus centrum *o*, circumſcripta vero minore ea cujus centrum *c*, centrum conoidis extra harum figurarum centrum caderet. quod nuper impoſſibile eſſe concluſum eſt. Reſtat ergo, ut inter centrum circumſcriptæ & inſcriptæ figuræ ſit. Quod ſi ita eſt, neceſſario erit in ſigno illo quod axem dividit ut pars ad verticem reliquæ ſit dupla, cum *n* circumſcribi, & inſcribi poſſint figuræ, ita ut, quæ inter ipſarum centrum & dictum ſignum caduntlineæ, quacunque linea ſint minores. aliter dicentem ad impoſſibile deduceremus; quod ſcilicet centrum conoidis non intra inſcriptæ & circumſcriptæ centra caderet.

Si fuerint tres lineæ proportionales, & quam proportionem habet minima ad exceſſum, quo maxima minimam ſuperat, eandem habeat linea quædam ſumpta ad duas tertias exceſſus, quo maxima mediam ſuperat: & item quam proportionem habet compoſita ex maxima, & dupla mediæ ad compoſitam ex tripla maximæ, & mediæ, eandem habuerit alia linea ſumpta ad exceſſum quo maxima mediam excedit; erunt ambæ lineæ ſumptæ ſimul, tertia pars maximæ proportionalium.



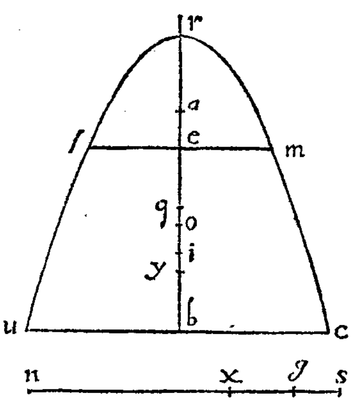
Sint tres lineæ proportionales *a b*, *b c*, *b f*. & quam proportionem habet *b f* ad *f a*, hanc habeat *m s* ad duas tertias ipſius *c a*. quam vero proportionem habet compoſita ex *a b* etiam dupla *b c* ad compoſitam ex tripla utriuſq; *a b*, *b c*, eandem habeat alia, nempe *s n* ad *a c*. Demonſtrandum eſt, *m n* tertiam

tertiam esse partem ipsius *a b*. Quia itaque *a b*, *b c*, *b f*, sunt proportionales, erunt etiam *a c*, *c f*, in eadem ratione. est igitur, ut *a b* ad *b c*, ita *a c* ad *c f*: & ut tripla *a b* ad triplam *b c*, ita *a c* ad *c f*. quam itaque rationem habet tripla *a b* cum tripla *b c* ad triplam *c b*, hanc habebit *a c* ad lineam minorem ipsa *c f*. Sit illa *c o*. quare componendo, & per conversionem proportionis, *o a* ad *a c* eandem habebit rationem quam tripla *a b* cum sexcupla *b c* ad triplam *a b* cum tripla *b c*. habet autem *a c* ad *s n* eandem rationem quam tripla *a b* cum tripla *b c* ad *a b* cum dupla *b c*. ex æquali igitur *o a* ad *n s* eandem habebit rationem quam tripla *a b* cum sexcupla *b c* ad *a b* cum dupla *b c*. verum tripla *a b* cum sexcupla *b c* triple sunt ad *a b* cum dupla *b c*. ergo *a o* tripla est ad *s n*.

Rursus quia *o c* ad *c a* est ut tripla *c b* ad triplam *a b* cum tripla *c b*: est autem, sicut *c a* ad *c f*, ita tripla *a b* ad triplam *b c*: ex æquali ergo in proportione perturbata, ut *o c* ad *c f*, ita erit tripla *a b* ad triplam *a b* cum tripla *b c*: &, per conversionem rationis, ut *o f* ad *f c*, sic tripla *b c* ad triplam *a b* cum tripla *b c*; est autem, sicut *c f* ad *f b*, ita *a c* ad *c b*, & tripla *a c* ad triplam *b c*. Ex æquali igitur, in proportione perturbata, ut *o f* ad *f b*, ita tripla *a c* ad triplam utriusque simul, *a b*, *b c*. Tota igitur *o b* ad *b f*, erit ut sexcupla *a b* ad triplam utriusque *a b*, *a c*. &, quia *f c*, *c a* in eadem sunt ratione, & *c b*, *b a* erit sicut *f c* ad *c a*, ita *b c* ad *b a*; & componendo ut *f a* ad *a c*, ita utraque *b a*, *b c* ad *b a*; & sic tripla ad triplam: ergo ut *f a* ad *a c*, ita composita ex tripla *b a* & tripla *b c* ad triplam *a b*. quare sicut *f a* ad duas tertias ipsius *a c*, sic composita ex tripla *b a* & tripla *b c* ad duas tertias triplæ *b a*: hoc est, ad duplam *b a*. sed sicut *f a* ad duas tertias ipsius *a c*, ita *f b* ad *m s*. Sicut ergo *f b* ad *m s*, ita composita ex tripla *b a* & tripla *b c* ad duplam *b a*. verum sicut *o b* ad *f b*, ita erat sexcupla *a b* ad triplam utriusque *a b*, *b c*. ergo ex æquali, *o b* ad *m s* eandem habebit rationem quam sexcupla *a b* ad duplam *b a*. quare *m s* erit tertia pars ipsius *o b*. Et demonstramonſtratum eſt, $s\,n$ tertiam eſſe partem ipſius $a\,o$. conſtat ergo, $m\,n$ ipſius $a\,b$ tertiam ſimiliter eſſe partem. & hoc eſt quod demonſtrandum fuit.

Cujuſlibet fruſti à conoide parabolico abſciſſi centrum gravitatis eſt in linea recta, quæ fruſti eſt axis; qua in tres æquas partes diviſa centrum gravitatis in media exiſtit, eamque ſic dividit. at pars verſus minorem baſim ad partem verſus majorem baſim, eandem habeat rationem quam major baſis ad baſim minorem.

A conoide, cujus axis $r\,b$, abſciſſum ſit ſolidum, cujus axis $b\,e$; & planum abſcindens ſit baſi æquidiſtans. ſecetur autem altero plano per axem ſuper baſin erectum, ſitque ſectio parabolæ u, r, c. hujus autem, & plani ſecantis, & baſis ſectiones ſint lineæ rectæ $l\,m$, $u\,c$: erit $r\,b$ diameter proportionis vel diametro æquidiſtans $l\,m$, $u\,c$: erunt ordinatim applicatę. Dividatur itaque $e\,b$ in tres partes æquales, quarum media ſit $q\,y$. hæc autem ſigno i ita dividatur; ut, quam rationem habet baſis, cujus diameter $u\,c$, ad baſin cujus diameter $l\,m$; hoc eſt, quam habet quadratum $u\,c$ ad quadratum $l\,m$; eandem habeat $q\,i$ ad $i\,y$. Demonſtrandum eſt, i centrum gravitatis eſſe fruſti $l\,m\,c$. Exponatur linea $n\,s$ æqualis ipſi $b\,r$, & $s\,x$ æqualis ſit $e\,r$. ipſarum autem

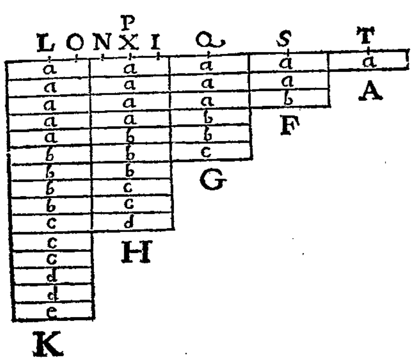


$n\,s$, $s\,x$ ſumatur tertia proportionalis $s\,g$. &, quam proportionem habet $n\,g$ ad $g\,s$, hanc habeat linea $b\,q$ ad $i\,o$. Nihil autem refert, ſi punctus o ſupra vel infra $l\,m$ cadat. & quia in ſectione $u\,r\,c$ lineæ $l\,m$, $u\,c$ ordinatim ſunt applicatæ, erit ut quadratum $u\,c$ ad quadr. $l\,m$, ita linea $b\,r$ ad $r\,e$. eſt autem ut quadratum *uc* ad quadr. *lm*, ita *qi* ad *iy*; &, ut *br* ad *re*, ita *ns* ad *sx*. ergo *qi* ad *iy* est ut *rs* ad *sx*. quare ut *gy* ad *yi*, ita erit utraque *ns*, *sx* ad *sx*, & ut *eb* ad *yi*, ita composita ex tripla *ns* & tripla *sx* ad *sx*. est autem, ut *eb* ad *by*, ita composita ex tripla utriusque simul *ns*, *sx* ad compositam ex *ns*, *sx*. ergo ut *eb* ad *bi*, ita composita ex tripla *ns* & triplà *sx* ad compositam ex *ns* & dupla *sx*. Sunt igitur 3. lineæ proportionales, *ns*, *sx*, *gs*. &, quam proportionem habet *sg* ad *gn*, hanc habet quædam sumpta *oi* ad duas tertias ipsius *eb*, hoc est, ipsius *nx*. quam autem proportionem composita ex *ns* & dupla *sx*, ad compositam ex tripla *ns* & tripla *sx*; eandem habet alia quædam sumpta *ib* ad *be*, hoc est, ad *nx*. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, erunt lineæ illæ simul sumptæ tertia pars ipsius *ns*; hoc est, ipsius *rb*. est ergo *rb* tripla ipsius *bo*. quare *o* erit centrum gravitatis conoidis *urc*. Sit autem centrum gravitatis conoidis *lrm* frusti. ergo *ulmc* centrum gravitatis est in linea *ob*, atque in eo puncto qui illam sic terminat: ut quæ rationem habet *ulmc* frusti ad *lrm* proportionem, eam habeat linea *ao* ad eam quę inter *o* & dictum punctum intercedit. Et, quia *ro* est duæ tertiæ ipsius *rb*; *ra* verò duæ tertiæ ipsius *re*: erit reliqua *ao* duæ tertiæ reliquæ *eb*. &, quia est ut frustũ *ulmc* ad proportionem *lrm*, ita *ng* ad *gs*; ut autem *ng* ad *gs*, ita duæ tertiæ *eb* ad *oi*; duabus autem tertiis ipsius *eb* æqualis est linea *ao*: erit, ut frustum *ulmc* ad proportionem *lrm*, ita *ao* ad *oi*. Constat igitur frusti *ulmc* gravitatis centrum esse punctum *i*, & axem ita dividere, ut pars versus minorem basin ad partem versus majorem sit, ut dupla majoris basis una cum minori, ad duplam minoris una cum majori. Quod est propositum, elegantius explicatum.

Si magnitudines quotcunque ita inter se dispositæ, ut secunda addat super primam duplum primæ, tertia addat super secundam triplum primæ, quarta verò addat super tertiam quadruplum

druplum primæ, & sic unaquæque sequentium super sibi proximam addat magnitudinem primæ, multiplicem secundum numerum quem ipsa in ordine retinuerit: si, inquam, hæ magnitudines ordinatim in libra ex distantiis æqualibus suspendantur: centrum æquilibrii omnium compositarum libram ita dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit tripla.

Esto libra L T; & magnitudines, quales dictum est, in ea pendeant; & sint A, F, G, H, K; quarũ A ex T suspensa sit prima. Dico, centrum æquilibrii libram T L ita secare, ut pars versus T reliquæ sit tripla. Sit T L tripla ad L I; & S L tripla L P; & Q L ipsius L N; & L P ipsius L O: erunt I P, P N, N O, O L æquales. Et accipiatur in F magnitudo ipsius A dupla; in G verò alia ejusdem tripla; in H ejusdem quadrupla; & sic deinceps: & sint sumptæ magnitudines illæ in quibus A: & idem fiat in magnitudinibus F, G, H, K. Cum enim in F reliqua magnitudo, nempe B, sit æqualis A; sumatur in G ipsius dupla, in



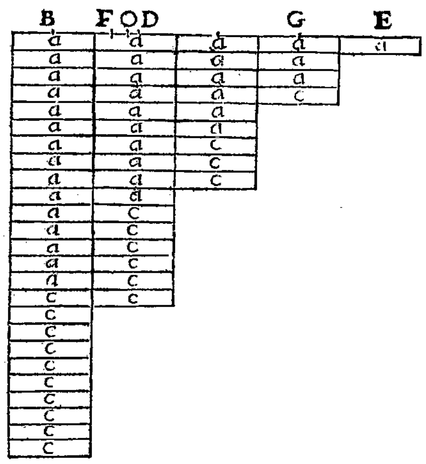
H tripla, &c. & sint hæ magnitudines sumptæ in quibus B; & eodem pacto sumantur illæ in quibus C & in quibus D & E. erunt jam omnes, in quibus A, æquales ipsi K; composita verò ex omnibus B æquabitur ipsi H; composita ex C ipsi G; ex omnibus

omnibus D verò composita æquabitur F; & E ipsi A. &, quia T I dupla est I L, erit I punctum æquibilibrii magnitudinis compositæ ex omnibus A. & similiter, cum S P ipsius P L sit dupla, erit P punctum æquilibrii compositæ ex omnibus B: & eamdem ob causam N erit punctum æquilibrii compositæ ex omnibus; C O verò compositæ ex D; & L ipsius E. Est igitur libra quædam T L in qua ex distantiis æqualibus pendent magnitudines quædam K, H, G, F, A. & rursus est alia libra L I, in qua ex distantiis similiter æqualibus pendent totidem numero magnitudines, & eodem ordine prædictis æquales. est enim composita ex omnibus A quæ pendet ex I æqualis K pendenti ex L; & composita ex omnibus B quæ pendet ex P, æquatur H pendenti ex P; & similiter composita ex C, quæ pendet ex N, æquatur G; & composita ex D, quæ pendet ex O, æquatur F; & E pendens ex L æqualis est A. Quare libræ eadem ratione à centro compositarum magnitudinum dividentur. Vnum est autem centrum compositæ ex dictis magnitudinibus. Erit ergo punctum commune rectæ T L; & rectæ L I centrum, quod sit X. Itaque ut T X ad X L, ita erit L X ad X I; & tota T L ad L I. est autem T L ipsius L I tripla. quare & T X ipsius X L tripla erit.

Si magnitudines quotcumque ita sumantur, ut secunda addat super primam triplum primæ, tertia verò super secundam addat quintuplum primæ, quarta autem super tertiam addat septuplum primæ, & sic deinceps uniuscujusque augmentum super sibi proximam procedat multiplex primæ magnitudinis secundum numeros consequenter impares; sicuti procedunt quadrata linearum sese æqualiter excedentium, quarum excessus minimæ sit æqualis; & in libra ex distantiis æqualibus suspendantur; omnium compositarum centrum æquilibrii libram dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit major quam tripla, eadem verò dempta una distantia ejusdem minor sit quam tripla.

Sint

Sint in libra B E magnitudines, quales dictum est. à quibus auferantur magnitudines aliquæ inter se, ut quæ in præcedenti dispositæ fuerunt; & sint compositæ ex omnibus A. erunt reliquæ in quibus C, eodem ordine distributæ, sed deficientes maxima. Sit E D tripla D B; & G F tripla F B. erit D

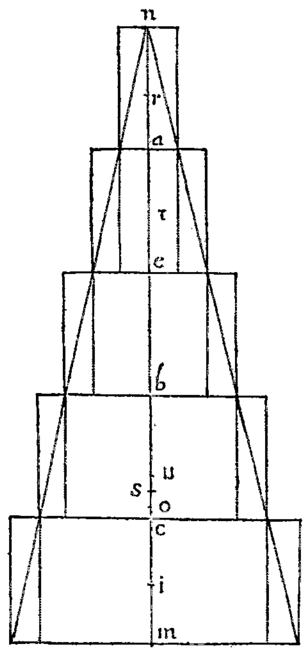


centrum æquilibrii compositę ex omnibus A; F verò compositæ ex omnibus C. quare compositæ ex omnibus A C centrum cadet inter D & F. Sit O. Manifestum itaque est, E O ipsius O B majorem esse quam triplam; G O verò ejusdem O B minorem esse quam triplam. Quod demonstrandum erat.

Si cuicumque cono vel coni portioni ex cylindris æqualem altitudinem habentibus figura una inscribatur, & altera circumscribatur; itemque axis ejus ita dividatur, ut pars, quæ inter punctum divisionis & verticem intercipitur, reliquæ sit tripla: erit inscriptæ figuræ gravitatis centrum propinquius basi coni quam punctum illud divisionis: circumscrip-

tæ vero centrum gravitatis eodem puncto erit vertici propinquius.

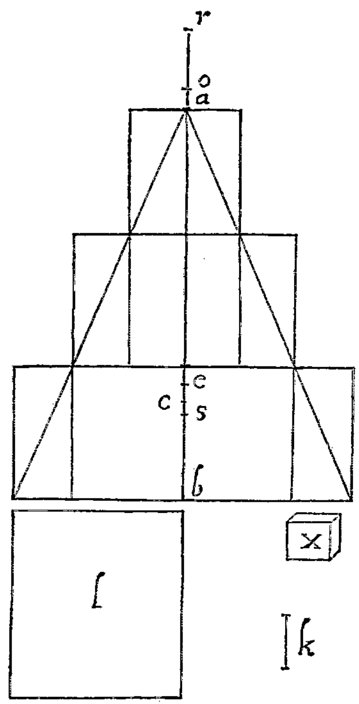
Sit itaque conus, cujus axis *n m*. Dividatur in *s*, ita ut *n s* reliquæ *s m* sit tripla. Dico, cujuscumque figuræ cono, ut dictum est, inscriptæ centrum gravitatis in axe *n m* consistere, & ad basin coni magis accedere quam *s* punctum: circumscriptæ vero gravitatis centrum similiter in axe *n m* esse, & vertici propinquius quam sit *s*. Intelligatur itaque inscripta figura ex cylindris quorum axes *m c*, *c b*, *b e*, *e a* æquales sint. Primus itaque cylindrus, cujus axis *m c*, ad cylindrum, cujus axis *c b*, eamdem habet rationem quã sua basis ad basin alterius (sunt enim eorũ altitudines æquales.) hæc autem ratio eadem est ei quam habet quadratum *c n* ad quadr. *n b*. & similiter ostendetur, cylindrum, cujus axis *c b*, ad cylindrum, cujus axis *b e*, eandem habere rationem quam quadratum *b n* ad quadratum *n e*; cylindrum vero, cujus axis *b e*, ad cylindrum circa axem *e a* eam, quam habet quadratum *e n* ad quadratum *n a*. sunt autem lineæ *n c*, *n b*, *e n*, *n a* sese æqualiter excedentes, & earum excessus æquantur minimæ, nempe ipsi *n a*. Sunt igitur magnitudines quædam, nempe inscripti cylindri, eam inter se consequenter rationem habentes quam quadrata linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus minimæ æquantur: suntque ita dispositi in libra *t i*, ut singulorum cen-



tra gratra gravitatum in ea, & in distantiis æqualibus consistant. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, constat, gravitatis centrum omnium ita compositorum libram *t i* ita dividere, ut pars versus *t* sit major quam tripla reliquæ. Sit hoc centrum *o*. est ergo *t o* major quam tripla ipsius *o i*. verum *t n* tripla est ad *i m*. ergo tota *m o* minor erit quam pars quarta totius *m n*, cujus *m s* pars quarta posita est. Constat ergo, signum *o* basi coni magis accedere quam *s*; (verum sit jam circumscripta figura constans ex cylindris, quorum axes *m c*, *c b*, *b e*, *e a*, *a n* inter se sint æquales;) similiter, ut de inscriptis ostendetur, esse inter se sicut quadrata linearum *m n*, *n c*, *b n*, *n e*, *a n*; quæ sese æqualiter excedunt, excessusque æquatur minimæ *a n*. quare, per præmissam, centrum gravitatis omnium cylindrorum ita dispositorum, quod sit *u*, libram *r i* sic dividet, ut pars versus *r*, nempe *r u*, reliquæ *u i* sit major quam tripla; *t u* verò ejusdem minor erit quam tripla. Sed *n t* tripla est ipsius *i m*. igitur tota *u m* major est quam pars quarta totius *m n*, cujus *m s* pars quarta posita est. Itaque punctum *u* vertici propinquius est quam punctum *s*. Quod ostendendum erat.

Cono dato potest figura circumscribi, & altera inscribi ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut linea, quæ inter centrum gravitatis circumscriptæ & centrum gravitatis inscriptæ intercipitur, minor sit quacumque linea proposita.

Sit datus conus, cujus axis *a b*. data autem recta sit *k*. Dico; Exponatur cylindrus *l* æqualis ei qui in cono inscribitur, altitudinem habens dimidium axis *a b*: & *a b* dividatur in *c*, ita ut *a c* ipsius *c b* tripla sit: &, quam rationem habet *a c* ad *k*, hanc habeat cylindrus *l* ad solidum *x*. Cono autem circumscribatur figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, & altera inscribatur, ita ut circum-



ſcripta excedat inſcriptam minori quantitate quam ſit ſolidum *x*. ſitque circumſcriptæ gravitatis centrum *e*; quod cadet ſupra *c*: inſcriptæ vero centrum ſit *s*, cadens ſub *c*. Dico jam, *e s* lineam ipſa *k* minorem eſſe. Nam ſi non; ponatur ipſi *c a* æqualis *e o*. quia igitur *o e* ad *k* eandem habet rationem quam *l* ad *x*; inſcripta vero figura minor non eſt cylindro *l*; exceſſus autem, quo dicta figura à circumſcripta ſuperatur, minor eſt ſolido *x*: inſcripta igitur figura ad dictum exceſſum majorem rationem habebit quam *o e* ad *k*. ratio autem *o e* ad *k* non eſt minor ea quã habet *oe* ad *es* cum *es*. Nõ ponatur minor *k*; Igitur inſcripta figura ad exceſſum quo à circumſcripta ſuperatur majorem habet rationem quam *oe* ad *es*. Quam igitur rationem habet inſcripta ad dictum exceſſum, hanc habebit ad lineam *e s*. Linea quædam major ipſa *e o* ſit illa *er*. eſt autem inſcriptæ figuræ centrum gravitatis *s*; circumſcriptæ vero centrum eſt *e*. Conſtat ergo, reliquarum proportionum, quibus circumſcripta excedit inſcriptam, centrum gravitatis eſſe in linea *re*, atque in eo puncto à quo ſic terminatur, ut, quam rationem habet inſcripta ad dictas proportiones, eandem habeat linea inter *e* & punctum illud intercepta ad lineam *e s*. hanc vero rationem

habet

habet *re* ad *es*. ergo reliquarum proportionum, quibus circumſcripta ſuperat inſcriptam figuram, gravitatis centrum erit *r*. quod eſt impoſſibile. planum enim ductum per *r* baſi coni æquidiſtans dictas proportiones non ſecat. Falſum igitur eſt, lineam *es* non eſſe minorem ipſa *k*. erit ergo minor. Hæc autem non diſſimili modo in pyramide fieri poſſe demonſtrabuntur.

Ex his manifeſtum eſt, cono dato poſſe figuram unam circumſcribi, & alteram inſcribi, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut lineæ, quæ inter earum centra gravitatum, & punctum, quod axem coni ita dividit ut pars ad verticem reliquæ ſit tripla, intercipiuntur, quacunque data linea ſint minores. cum enim, ut demonſtratum eſt, dictum punctum axem dividens, ut dictum eſt, ſemper inter circumſcriptæ & inſcriptæ gravitatum centra reperiatur; fierique poſſit ut, quæ inter eadem centra media linea, minor ſit quacumque linea propoſita; multo minor eadem propoſita linea ſit quæ inter alterum centrorum & dictum punctum axem dividens intercipitur.

Cujuſlibet coni vel pyramidis centrum gravitatis axem dividit, ut pars ad verticem reliquæ ad baſin ſit tripla.

Eſto conus, cujus axis *ab*. & in *c* dividatur ita, ut *ac* reliquæ *cb* ſit tripla. oſtendendum eſt, *c* eſſe gravitatis centrum coni. nam ſi non eſt, erit coni centrum aut ſupra, aut infra punctum *c*. Sit prius infra; & ſit *e*: & exponatur linea *lp* æqualis *ce*; quæ contingenter dividatur in *n*. & quam rationem habet utraque ſimul, *be*, *pn*, ad *pn*, hanc habeat conus ad ſolidum *x*. & inſcribatur cono ſolida figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, cujus centrum gravitatis à puncto *c* minus diſtet quam ſit linea. *ln*; & exceſſus, quo à cono ſuperatur, minor ſit ſolido *x*. hæc enim fieri poſſe, ex demonſtratis manifeſtum eſt. Sit jam inſcripta

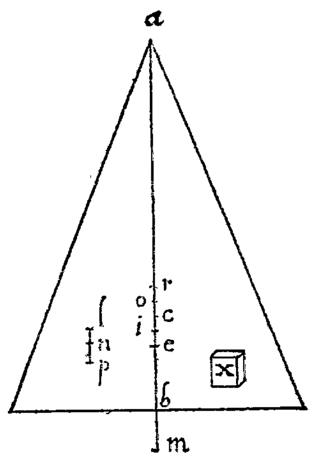
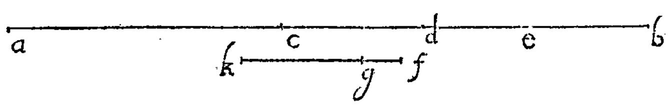


figura qualis petitur, cujus centrum gravitatis sit *i*. Erit igitur *ie* linea major quam *np* cum *lp*. Sit æqualis *ce* & *ic*, minor *ln*: &, quia utraque simul, *be*, *np*, ad *np* est ut conus ad *x*; excessus autem, quo conus inscriptam figuram superat, minor est solido *x*: ergo conus ad dictum excessum majorem rationem habebit quam utraque *be*, *np* ad *np*: & dividendo inscripta figura ad excessum, quo à cono superatur, majorem rationem habebit quam *be* ad *np*: habet autem *be* ad *ei* minoremadhuc rationem quam ad *np* cum *ie*. Major sit *np*. ergo inscripta figura ad excessum, quo à cono superatur, multo majorem rationem habet quam *be* ad *ei*. quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad *ei* linea quædam major ipsa *be*. Sit illa *me*. Quia igitur *me* ad *ei* est ut inscripta figura ad excessum quo à cono superatur; & est *e* centrum gravitatis coni, *i* vero est gravitatis centrum inscriptæ: ergo *m* erit centrum gravitatis reliquarum proportionum, quibus conus inscriptam sibi figuram excedit. quod est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis coni infra *c* punctum; sed neque supra. Nam, si potest, sit *r*; & rursus sumatur linea *lp* contingenter in *n* secta: &, quam rationem habet utraque simul, *bc*, *np*, ad *nl*, hanc habeat conus ad *x*: Et circumscribatur similiter cono figura, à qua minori quantitate superetur, quam sit solidum *x*: & linea, quæ inter illius centrum gravitatis & *c* intercipitur, minor sit ipsa *np*. Sit jam circumscripta, cujus centrum sit *o*: erit reliqua *or* maior ipsa *nl*. &, quia ut utraque

que ſimul, *bc*, *pn*, ad *nl*, ita conus ad *x*: exceſſus vero, quo conus à circumſcripta ſuperatur, minor eſt quam *x*: ipſa vero *bo* minor eſt quam utraque ſimul, *bc*, *pn*: ipſa autem *or* major quam *ln*: Conus igitur ad reliquas proportiones, quibus à circumſcripta ſuperatur, multo majorem rationem habebit quam *bo* ad *or*. Habeat rationẽ illam *mo* ad *or*: erit *mo* major ipſa *bc*: & *m* erit centrum gravitatis proportionum quibus conus à circumſcripta ſuperatur figura. quod eſt inconveniẽs. non eſt ergo gravitatis centrum ipſius coni ſupra punctum *c*: ſed neque infra, ut oſtenſum eſt. ergo erit ipſum *c*. Et idem eodem prorſus modo in pyramide quacumque demonſtrabitur.

Si fuerint quatuor lineæ continuè proportionales; & quam rationem habet minima earum ad exceſſum quo maxima minimam ſuperat, eandem habuerit linea quædam ſumpta ad $\frac{3}{4}$ exceſſus quo maxima ſecundam ſuperat: quam autem rationem habet linea his æqualis (maximæ duplæ ſecundæ & triplæ tertiæ) ad lineam æqualem quadruplæ maximæ, quadruplæ ſecundæ & quadruplæ tertiæ; eandem habuerit alia quædam ſumpta ad exceſſum quo maxima ſecundam ſuperat: erunt iſtæ duæ lineæ ſimul ſumptæ quarta pars maximæ proportionalium.

Sint enim quatuor lineæ proportionales, *ab*, *bc*, *bd*, *be*. &, quam rationem habet *be* ad *ea*, eandem habeat *fg* ad $\frac{3}{4}$



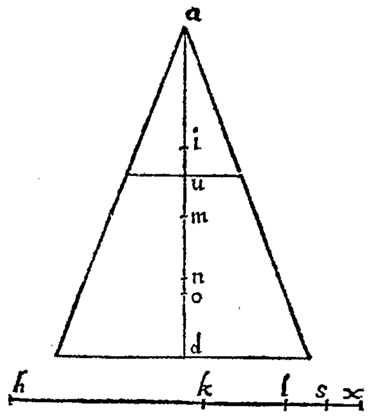
ipſius *ac*. quam autem rationem habet linea æqualis *ab* & duplæ *bc* & triplæ *bd* ad æqualem quadruplæ ipſarum *ab*, *bc*, *bd*; hanc habeat *hg* ad *ac*. Oſtendendum eſt, *hf* quartam eſſe partem ipſius *ab*. Quia igitur *ab*, *bc*, *bd*, *be*, ſunt pro-

proportionales: in eadem ratione erunt etiam *a c*, *c d*, *de:* & ut quadrupla ipsarum *a b*, *b c*, *b d*, ad *a b* cum dupla *b c* & tripla *b d*; ita quadrupla ipsarum *a c*, *c d*, *d e*, hoc est quadrupla ipsius *a e*, ad *a c* cum dupla *c d* & tripla *de*. & sic est *a c* ad *h g*. ergo ut tripla ipsius *a e* ad *a c* cum dupla *c d* & tripla *de*, ita $\frac{3}{4}$ ipsius *a c* ad *h g*. est autem, ut tripla *a e* ad triplam *e b*, ita $\frac{3}{4}$ *a c* ad *g f*, ergo, per conversam vigesimamquartam quinti, ut tripla *a e* ad *a c* cum dupla *c d* & tripla *d b*, ita $\frac{3}{4}$ ipsius *a c* ad *h f*. &, ut quadrupla *a e* ad *a c* cum dupla *c d* & tripla *d b*, hoc est, ad *a b* cum *c b* & *b d*; ita *a c* ad *h f*. & permutando, ut quadrupla *a e* ad *a c*, ita *a b* cum *c b* & *b d* ad *h f*. ut autem *a c* ad *a e*, ita *a b* ad *a b* cum *c b* & *b d*. ergo ex æquali, in proportione perturbata, ut quadrupla *a e* ad *a e*, ita *a b* ad *h f*. Quare constat, *h f* quartam esse partem ipsius *a b*.

Cujuscumque frusti pyramidis seu coni plano basi æquidistante secti centrum gravitatis in axe consistit, eumque ita dividit ut pars versus minorem basin ad reliquam sit ut tripla majoris basis cum spacio duplo medii inter basin majorem & minorem una cum basi minori, ad triplam minoris basis cum eodem duplo spatii medii etiam basi majori.

A cono vel pyramide, cujus axis *a d*, secetur plano basi æquidistante frustum cujus axis *u d*. & quam rationem habet tripla maximæ basis cum dupla mediæ & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maxima, hanc habeat *u o* ad *o d*. Ostendendum est, *o* centrum gravitatis frusti existere. Sit *u m* quarta pars ipsius *u d*.

Exponatur linea *h x* ipsi *a d* æqualis. sitque *k x* æqualis *a u*. ipsarum vero *h x k*, tertia proportionalis sit *x l*, & quarta *x s*. & quam rationem habet *h s* ad *s x*, hanc habeat *m d* ad lineam sumptam *a b o* versus *a*; quæ sit *o n*. &, quia major basis, ad eam quæ inter majorem & minorem est media, proportionalis est ut *d a* ad *a u*; hoc est, ut *h x* ad *x k*: dicta autem



tem media ad minorem est ut *k x* ad *x l:* erunt major, media, & minor basis in eadem ratione, & lineæ *h x*, *x k*, *x l.*

Quare ut tripla majoris basis cum dupla mediæ & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maxima; hoc est, ut *u o* ad *o d*; ita tripla *h x* cum dupla *x k* & *x l* ad triplam *x l* cum dupla *x k* & *x h*: & componendo, & convertendo, erit *o d* ad *d u*, ut *h x* cum dupla *x k* & tripla *x l* ad quadruplam ipsarum *h x*, *x k*, *x l.*

Sunt igitur 4 lineæ proportionales, *h x*, *x k*, *x l*, *x s*: & quam rationem habet *x s* ad *s h*, hanc habet linea quædam sumpta *n o* ad $\frac{1}{4}$ ipsius *d u*, nempe ad *d m*; hoc est, ad $\frac{3}{4}$ ipsius *h k.* quam autem rationem habet *h x* cum dupla *x k* & tripla *x l* ad quadruplam ipsarum *h x*, *x k*, *x l*; eandem habet alia quædam sumpta *o d* ad *d u*; hoc est, ad *h k.* ergo (per ea quæ demonstrata sunt) *d n* erit quarta pars ipsius *h x*; hoc est, ipsius *a d.* quare punctum *n* erit gravitatis centrum coni vel pyramidis cujus axis *a d.* Sit pyramidis vel coni, cujus axis *a u*, centrum gravitatis *i.* Constat igitur, centrum gravitatis frusti esse in linea *i n* ad partes *n* extensa, in eoque ejus puncto qui cum puncto *n* lineam intercipiat ad quam *i n* eam habeat rationem quam abſciſſum fruſtum habet ad pyramidem vel conum cujus axis *au*. Oſtendendum itaque reſtat, *in* ad *no* eandem habere rationem quam fruſtum ad conum cujus axis *au*. Eſt autem ut conus, cujus axis *da*, ad conum, cujus axis *au*; ita cubus *da* ad cubum *au*; hoc eſt, cubus *hx* ad cubum *xk*. hæc autem eadem eſt proportio quam habet *hx* ad *xs*. quare dividendo, ut *hs* ad *sx*, ita erit fruſtum, cujus axis *du*, ad conum vel pyramidem cujus axis *ua*. eſt autem, ut *hs* ad *sx*, ita etiam *md* ad *on*. quare fruſtum ad pyramidem, cujus axis *au*, eſt ut *md* ad *no*. & quia *an* eſt $\frac{3}{4}$ ipſius *ad*; *ai* autem eſt $\frac{3}{4}$ ipſius *au*: erit reliqua *in* $\frac{3}{4}$ reliquæ *ud*. quare *in* æqualis erit ipſi *md*. Et demonſtratum eſt, *md* ad *no* eſſe ut fruſtum ad conum *au*. Conſtat ergo, hanc eandem rationem habere etiam *in* ad *no*. quare patet propoſitum.

FINIS.

TAVO-

TAVOLA
Delle cose più notabili.

A.

C.

D.

 dall'

S.

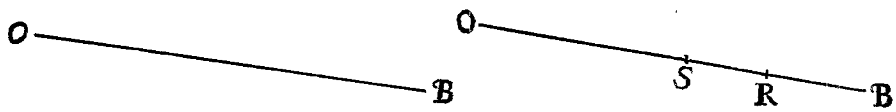
T.

V.

Tauola de gli Errori della Stampa.

Fac.	Ver.	Errori.	Correzzioni.
8	16	poſſono	poſſano
9	5	• certiſsimi	cortiſsimi
11	12	largezza	larghezza
12	15	arca	aria
17	14	danno	hanno
17	19	queſto	guaſto
27	4	infiniti.	infiniti?
34	15	paſſagio	paſſaggio
37	7	riduceſſe	riduceſsi
43	7	vdito men	vdito in tempo men'
46	1.2	la C	la A C
47	5	B E	B F
49	5	infinita	infinità
56	3	ſtarà	ſarà
56	6	da	di
60	7	C O I	C O A
60	10	Intendoſi	Intendaſi
63	2	deſtrutta, ma	deſtrutta. Mà
64	1	quelli	quali
64	2	del	dal
64	17	gli	le
64	18	aggiugnendogli	aggiugnendole
64	18	aggiugnerli	aggiugnerle
65	7	gli	le
65	9	Gli	Le
65	25	diece	dice
73	2	la	le
73	5	pocco	fiocco
73	16	moſtrarei	moſtrarci
73	19	occadere	accadere
74	15	E	E'
74	30	caduta dodici	caduta di dodici
75	13	ne ve	ve ne
75	20	men	vien'
75	22	agguiſto	aqquiſto
75	26	E	E'
77	26	nouee cen cinquan-ta	nouecencinquanta
78	6	totali	totale
78	18	haueſſa	haueſſe
80	10	trouandola	trouandolo
80	19	poſſe	poſſo
80	29	ſi	ſia
80	29	Apparechiato	Apparecchiato
82	28	eſe	eſſa
83	28	dalle	delle
86	25	queſto ſi	queſto non ſi
87	9	è'l piombo, è'l ſu-ghero	e'l piombo, e'l ſu-ghero
87	18	vno hà	vno, hà
94	13	dalla	della
96	17	dire lunghezze	dire le lunghezze
99	14	archetta	archetto
100	12	trè,'l dua	trè,e'l dua
104	11	corde	corda
110	nell. fi.	F. E	E F
118	4	congiunte	congiunti
126	12	D E I	D E, I
126	16	D E I	D E, I
131	18	tanti	tante
134	7	riſtetto	riſtretto
137	15	A H B.	A N B.
142	nell. fi.	Y	I
142	32	C G,	E G,
144	nell. fi.	Y	I
154	10	ab I	ab F
154	nell. fi.	E I	E F
154	20	mouetur I	mouetur F
154	22	mobili I	mobili F
154	23	ab I	ab F
156	11	equabili	equabile
160	7	ſia velocità	ſia la velocità
161	11	accedere	accadere
163	31	fà	fù
165	10	alterazioni	altercazioni
166	33	rotunda	rotonda
166	34	termine	termini
170	31	deficiuntenim	deficiunt enim
171	nell. fi.	A, D, E	A, D, E, F, G
172	31	allquanto	alquanto
173	25	figurato mi	figuratomi
173	29	che ſi paſsò	che ei paſsò
173	31	tutti tempi	tutti i tempi
174	7	dal	del
175	11	appogia	appoggia
178	5	protractæ,intelli-gant.momenta	protectæ intelli-gant;momenta
178	7	Conficiuntur	Conficiantur
179	21	ad B D	ad B I
184	12	ut E F	ut C A
184	13	ad D H	ad D A
186	28	artifici	artefici
187	33	de planis	. De planis
188	1	productis. Quòd	. productis, quòd
188	2	D E	D F
197	6	B A E	B E A
204	18	A B	A C
207	13	C T	C D
207	33	cquiſitæ	acquiſitæ
211	11	id	idem

213 nell fig.



Fac.	Ver.	Errori.	Correzzioni.
213	11	per I B.	per S B
216	5	A B C. Tempus	A B C, tempus
223	3	F D	F B
227	25	*proportione*	*portione*
229	15	&	&c.
229	32	M C, &	M G ad M D, &
231	32	duos	duas
246	30	*molto per*	*molto, per*
246	32	*ſpazio, deurebbe*	*ſpazio deurebbe*
248	16	*noti a*	*notizia*
249	1	*ſopranaturali*	*ſopranaturale*
249	8	*otter'*	*ottener'*
251	25	menſuram	menſura
252	8	temporeatque	tempore, atque
254	22	*matenerſi*	*mantenerſi*
255	8	*reſpondere*	*riſpondere*
263	2	*è*	*e*
263	13	*percoziente*	*percuziente*
264	9	*altre*	*oltre*
264	23	*dubio*	*dubbio*
266	6	media	mediam
271	17	dupla &	dupla eſt
278	1	ſemiparabolorum	ſemiparabolarum
278	1	præcedenti	ſequenti
286	8	*af*	*ai*
286	9	*il*	*fl*
299	28	etiam	&
301	7	. at	, ut

F I N I S.